

This volume was digitized through a  
collaborative effort by/ este fondo fue  
digitalizado a través de un acuerdo  
entre:

Biblioteca General de la  
Universidad de Sevilla

[www.us.es](http://www.us.es)

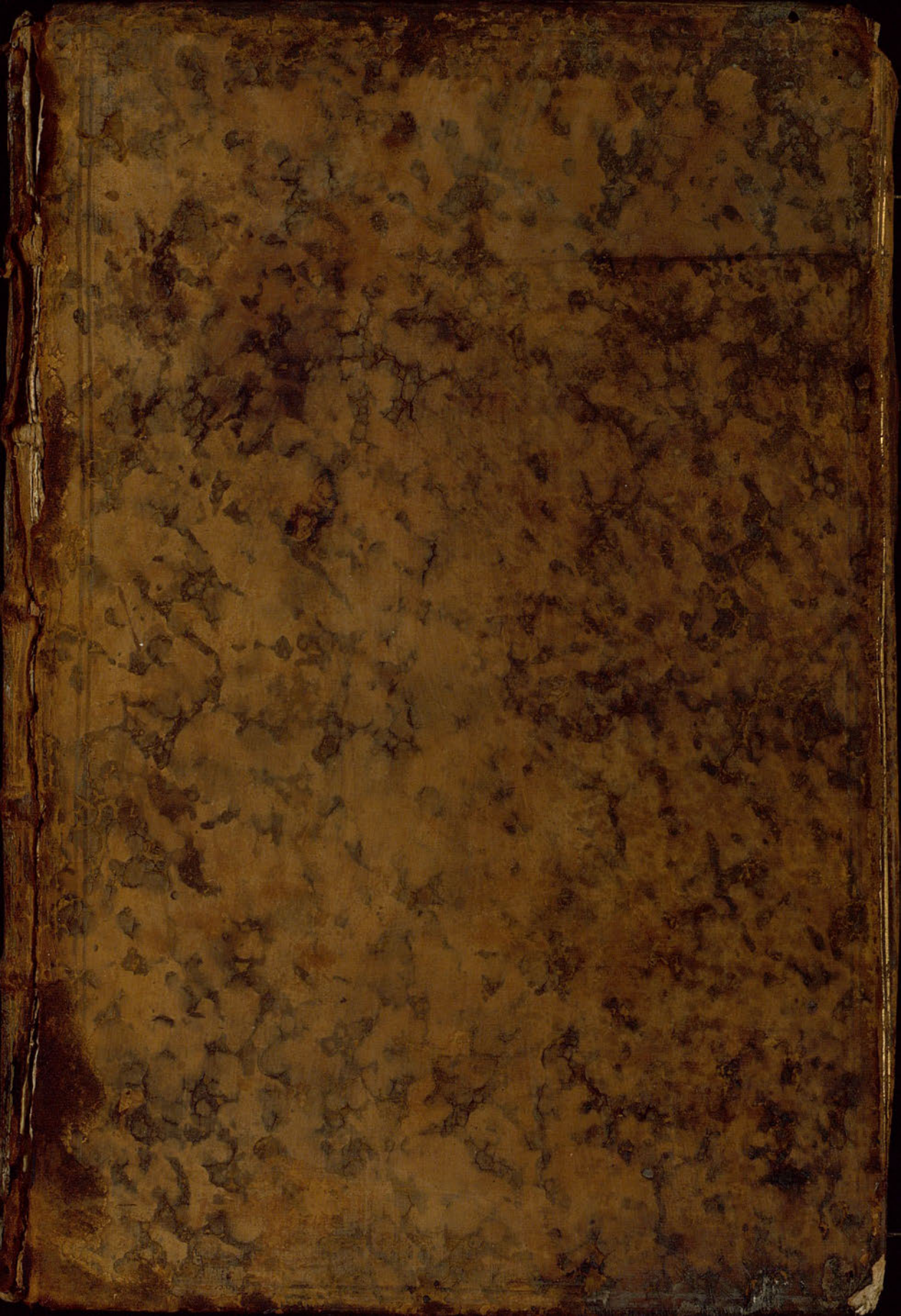
and/y

Joseph P. Healey Library at the  
University of Massachusetts Boston

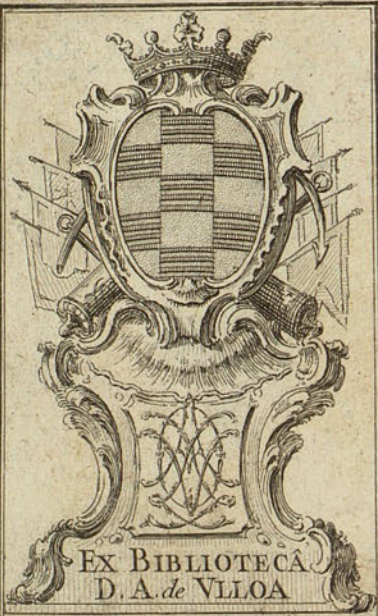
[www.umb.edu](http://www.umb.edu)











EX BIBLIOTECÁ  
D. A. de VILLOA











244  
Feb. 7  
118







# RECUEIL

## DES PIÈCES

### QUI ONT REMPORTÉ LE PRIX

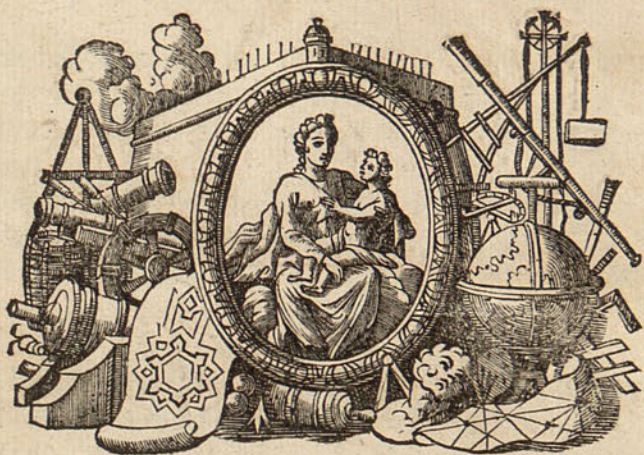
DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES

Depuis leur fondation jusqu'à présent.

*Avec quelques Pièces qui ont été composées à l'occasion de ces Prix.*

### TOME PREMIER.

*Qui contient les Pièces depuis 1720  
jusqu'en 1727.*



A PARIS, QUAY DES AUGUSTINS.

Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la rue Gille-cœur,  
à l'Image Notre-Dame.

---

M. DCC. XXXII.

*Avec Approbation & Privilege du Roy.*









## CATALOGUE

*Des Ouvrages contenus dans ce Premier Volume.*

- I. **D**iscours sur le Principe, la Nature, & la Communication du Mouvement : Piece qui a remportée le Prix proposé par l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1720. Par M. Croufaz. *Pages 67.*
- II. Propositions présentées à l'examen de Messieurs de l'Académie R. D. S. à l'occasion d'un second Prix proposé pour la même année 1720. dont voici le sujet : *Quelle seroit la meilleure maniere de conserver sur Mer l'égalité du mouvement d'une pendule, soit par la construction de la machine, soit par sa suspension.* Par M. Massy, *pages 32 & une Planche qui sort.*

*Ici il y a une interruption jusqu'en 1724.*

- III. Démonstration des loix du choc des corps : Piece qui a remportée le prix de l'Académie R. D. S. pour l'année 1724. Par M. Mac-laurin, *pages 26. & une planche qui sort.*
- IV. Discours sur la maniere la plus parfaite de conserver sur Mer l'égalité du mouvement des Clepsidres, ou Sables : Piece qui a remportée le Prix de l'Académie R. D. S. pour l'année 1725. par M. Daniel Bernouilly. *pages 24. & une planche.*
- V. Les loix du choc des corps à ressort parfait, ou imparfait : Piece qui a remportée le Prix de l'Académie R. D. S. en 1726. Par le P. Maziere, de l'Oratoire. *pages 57. & une Planche.*
- VI. Traité des petits Tourbillons de la matiere subtile, pour servir d'éclaircissement à la piece qui a remporté le Prix en 1726. Par le P. Maziere. *pages 56. sans figures.*
- VII. Discours sur les loix de la communication du mouve-



ment : Piece qui a méritée l'éloge de l'Academie R. D. S.  
& qui a concourue aux Prix des années 1724 & 1726.  
par M. Jean Bernouilly. pages 110. avec cinq planches  
qui sortent.

VIII. De la Mâtüre des Vaisseaux : Piece qui a remportée le  
Prix de l'Academie R. D. S. en 1727. par M. Bouguer  
Hydrographe du Roy. pages 164. avec cinq planches

---

*Avis au Relieur.*

Les vingt-huit planches de ce Recueil se plient chacune en  
trois, de manière qu'elles puissent se tirer hors du livre ;  
elles se placent à la fin de chaque pièce, selon l'ordre  
suivant.

*Tome Premier.*

La planche premiere se place à la fin de la deuxième piece  
de 1720 après la page 100.

La planche 2 se place à la fin de la piece de 1724 après la  
page 24.

La Planche 3 à la fin de la piece de 1725 après la page 21.

La planche 4 à la fin de la piece de 1726 après la page 57.

Les planches 5, 6, 7, 8, & 9 à la fin du Discours sur le  
mouvement, par M. Bernouilly, après la page 108

Les planches 10, 11, 12, 13, & 14, à la fin de la piece qui a  
remporté le Prix en 1727 par M. Bouguer, après la p. 164.





PIECES  
QUI ONT REMPORTÉ  
LES DEUX PRIX  
DE  
L'ACADEMIE ROYALE  
DES SCIENCES,

Proposés pour l'année mil sept cens ving  
selon la fondation faite par feu M. Rouillé  
de Meslay, ancien Conseiller au Parle-  
ment de Paris.



A PARIS, rue saint Jacques,  
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la rue des Maturins, à l'Image  
Nôtre-Dame.

M. DCC. XXI.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

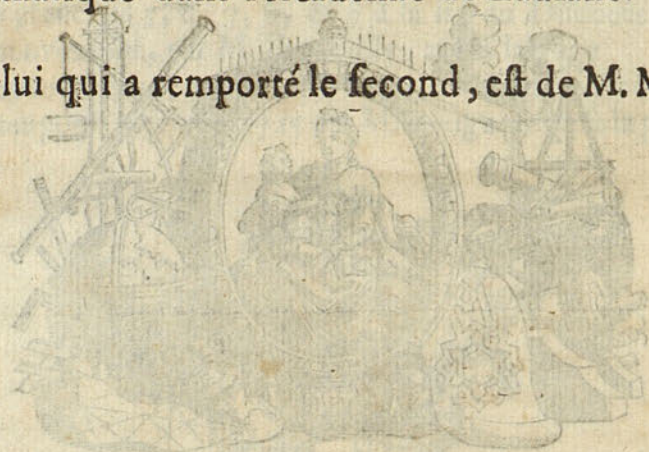


## AVERTISSEMENT.

**L'**Académie avertit le Public pour toujours, en lui donnant les Pièces qui ont remporté les deux Prix, qu'elle n'en entend adopter ni les idées, ni les opinions, ni les inventions. Elle n'a fait que les préférer aux autres Ouvrages qu'elle avoit entre les mains.

L'Ouvrage qui a remporté le premier Prix, est de M. DE CROUSAZ, Professeur en Philosophie & en Mathématique dans l'Académie de Laufane.

Et celui qui a remporté le second, est de M. MASSON.







DISCOURS  
SUR LE PRINCIPE,  
LA NATURE,  
ET LA  
COMMUNICATION DU MOUVEMENT.

**J**E me represente un Physicien comme un homme qui veut faire essai de ses forces, & voir s'il pourroit venir à bout de comprendre comment sont faits les corps qui l'entourent, & de se former des idées justes de la maniere dont ils agissent sur lui, & de celles dont ils agissent les uns sur les autres.

On peut bien donner des noms à des causes que l'on cherche encore, & à des propriétés que l'on ne connoît pas distinctement, & dont on ignore les raisons, tout comme l'on designe en Algebre les quantités qui sont encore inconnues : mais il faut bien prendre garde qu'à force de manier ces signes, & de se rendre ces noms familiers, on ne vienne à se flater de connoître



## DISCOURS

4  
suffisamment les choses mêmes qu'on s'est accoutumé à indiquer par ces expressions ; car il peut aisément arriver qu'on les croie enfin telles qu'on a trouvé à propos de les supposer , & qu'on se permette de n'être point difficile sur des principes dont la simplicité & la seche- resse est ordinairement peu attrayante , pour se livrer au plaisir d'en tirer des conséquences qui surprennent , & par là charment d'autant plus qu'on s'atendoit moins à les voir naître ; de sorte que souvent l'obscurité même des principes sert à relever le prix des conséquences. On la respecte comme une obscurité sacrée ; & c'est beaucoup si l'on ne regarde pas comme de petits genies , que la moindre difficulté arrête ceux qui , sous prétexte qu'ils ne peuvent pas s'en former d'idées , refusent de recevoir des principes d'où l'on tire de si riches conclusions. Mais je veux que ces principes fussent capables de produire tous les effets merveilleux qu'on leur attribue , s'il étoit vrai qu'ils existassent eux mêmes ; peut-être qu'ils n'existent point , & que ces effets sont dûs à de tout autres causes. J'aime donc mieux chercher jusqu'à ce que je comprenne , que de m'arrêter à ce que je n'entens pas.

On sçait qu'Aristote s'étoit souvent borné à inventer de nouveaux mots , pour exprimer ce qu'il n'entendoit pas ; & il semble qu'il s'étoit moins proposé d'enrichir son entendement de nouvelles lumières , que la langue Greque de nouveaux termes. Il vouloit pouvoir parler & paroître parler sçamment , de ce sur quoi le commun des hommes étoit obligé de se taire , faute d'expressions aussi-bien que d'idées.

L'autorité de ce Philosophe avoit établi dans les Ecoles le goût de l'obscurité. Il y regnoit depuis long-tems. A la fin il arriva au Peripatetisme , ce qui arrive à la tyrannie : quand elle est parvenue à un certain point , on ne peut plus la supporter. Descartes leva l'étendard de la liberté ; on lut ses Ouvrages , & on connut en les lisant



SUR LE PRINCIPE, LA NATURE, &c.

un plaisir nouveau, celui de voir. Dès-là on conçoit du mépris pour les mots auxquels on ne savoit pas substituer des idées. Mais en matière de Science, comme en matière de Gouvernement, bien des gens se lassent de la liberté; on aime à se faire des Maîtres; on se regarde comme ayant quelque part à la gloire d'un grand Nom, dès qu'on s'y interesse avec beaucoup de zele. L'obscurité des principes cesse de faire de la peine dès qu'on est résolu de voir par les yeux des autres, & de respecter leur autorité; on les leur passe avec la même facilité que leurs experiences, qui sont aussi une espece de principes, & que l'on ne se donne pas la peine de revoir après eux. On se hâte d'arriver aux conséquences qu'ils en tirent, & c'est pour elles qu'on reserve son attention, parce qu'étant fort composées, on se fait d'autant plus de mérite de les entendre, qu'il est plus difficile d'en venir à bout.

Les Auteurs de Systèmes, les eux-mêmes de chercher, se laissent enfin aller à la tentation de supposer: ils font essai d'un principe, ils en tirent une conséquence; de celle-ci une seconde, de là seconde une troisième. Cette fécondité les charme; ils ne peuvent se résoudre à soupçonner d'erreur un principe qui leur fait tant de plaisir, & qui les enrichit de tant de connoissances; ils ne sont en peine que d'en profiter, de bien lier leurs conséquences, & de mettre celui qui en a reconnu une, dans la nécessité de reconnoître les autres.

Cependant ce ne sont que des vérités hypotetiques; elles ont beau être liées nécessairement l'une à l'autre; si leur premier principe est incertain, il est vrai de dire qu'elles sont incertaines; & si ce principe est faux, toutes les propositions qui en sont des suites, sont elles-mêmes autant d'erreurs.

On voit une infinité de gens qui prononcent décisivement sur ce qu'ils n'entendent pas. Dans l'enfance on se rend aisément à leur autorité, & on les croit sur



leur parole. On accoutume encore les enfans dans les Ecoles, quoique dans les unes moins que dans les autres, à se charger la memoire de ce qu'ils n'entendent point. A force de se le rendre familier, ils viennent à croire, sans lumiere & sans preuve, ce qu'on leur donne pour des verités. Il n'y a peut-être point d'homme assez heureux pour ne s'être pas familiarisé avec l'obscurité, & pour n'avoir conservé aucun des préjugés de l'enfance ou de l'école. Je serai en garde contre une faute, par l'observation de laquelle je viens de debuter, & je ferai mon possible pour ne rien dire que je n'entende.

*Quel est le principe du Mouvement.*

Le Mou-  
vement à  
une cause.

**J**E vois des corps en repos après les avoir aperçus en mouvement, & j'en vois qui se meuvent après avoir été en repos. Dès-là je conclus que le corps est indifférent de sa nature, à l'un ou à l'autre de ces états, ou du moins qu'il est susceptible de l'un ou de l'autre. Or tout ce qui peut être & n'être pas, doit avoir été déterminé par quelque cause à être plutôt qu'à n'être pas; & ce qui peut exister de deux manieres, doit avoir été déterminé par quelque cause à exister d'une façon plutôt que de l'autre.

Aujourd'hui nous voyons qu'un corps qui est en repos, se met en mouvement en suite de l'impulsion qu'il reçoit d'un autre; mais comme celui-ci avoit peut-être déjà été en repos avant que d'être en mouvement, & que certainement il est susceptible de l'état où nous ne le voyons pas autant que de celui où nous le voyons, il est naturel, & il est conforme à la raison, de demander d'où vient qu'il est lui-même en mouvement, & qu'il en pousse un autre.

On n'échapperoit pas en fuyant, pour ainsi dire, dans l'obscurité de l'infini, & en disant que peut-être y a-t-il



eu de toute éternité quelques corps en mouvement.

En vain, dis-je, on chercheroit à éluder la question par cette défaite ; on y feroit aisément ramené ; car puisqu'il n'y a aucun corps dont la nature soit incompatible avec l'état de repos, & que nous sommes forcés de reconnoître que le corps le plus agité pourroit conserver son existence, & sa nature de corps toute entiere, en perdant son mouvement, nous sommes forcés d'avouer qu'il n'y a aucun corps qui n'ait pû être éternellement en repos, au cas qu'il nous plaise de supposer la matiere éternelle, & il faudra toujours convenir que quelque cause éternelle a dû déterminer à être en mouvement ce qui pouvoit être éternellement en repos ; car comme aujourd'hui un corps en repos ne tire pas son mouvement de lui-même, mais le reçoit de l'efficace d'une cause qui lui est extérieure ; aussi un corps éternel, supposé qu'il y en puisse avoir, & qu'il y en ait eu, n'auroit pas tiré son mouvement éternel de sa nature, susceptible d'un éternel repos, comme d'un éternel mouvement ; mais il l'auroit reçu de l'impression éternelle d'une cause différente de lui.

Si l'on essayoit d'éluder le raisonnement que je viens de faire, en disant que comme la matiere a existé éternellement, & par conséquent n'a point de cause ; il en est de même du mouvement qu'on se donnera la liberté de supposer éternel, comme la matiere. Je répondrois que rien ne peut être éternel, & sans cause, que ce qui existe nécessairement ; car ce qui est éternel, mais qui auroit pû ne l'être pas, devroit tenir son existence d'un cause éternelle qui l'eût produit de toute éternité. Or si l'existence du mouvement étoit nécessaire, si des corps éternels ont été éternellement en mouvement, parce que c'étoit une nécessité qu'ils le fussent, ils le feroient encore ; & un corps à qui le mouvement a été une fois si essentiel, qu'il lui a appartenu nécessairement, & éternellement, ne l'auroit jamais perdu. Cependant



les corps qui se meuvent , perdent de leur mouvement à mesure qu'ils en donnent aux autres.

Si quelques - uns des corps qui composent l'Univers ont eu un mouvement éternel , l'ont-ils eu nécessairement ou par hazard ? Etoient-ils tels qu'ils ne pussent être sans mouvement , ou pouvoient-ils aussi être en repos ? Dira-t-on que le hazard en a décidé , & que par là seulement un corps qui auroit pû être éternellement en repos , a été dans un mouvement éternel ?

Si on aime mieux regarder les mouvemens éternels , comme des mouvemens d'une existence nécessaire , d'où vient qu'un corps , après s'être mû éternellement , est venu à perdre une partie de son mouvement , ou à le perdre tout entier ?

Il y a plus , les corps dont les mouvemens sont supposés éternels , se sont-ils mûs éternellement sans en point recontrer , & sans en point pousser ? N'est-ce qu'après une éternité que leur mouvement a éprouvé des chocs & des diminutions ? Ou ont-ils eu éternellement quelques corps dans leur voisinage ? Si cela est , un corps éternel en aura éternellement poussé d'autres , & de toute éternité il aura eu du mouvement , & en aura perdu ; & cependant celui qu'il aura perdu , il l'avoit avant que de le perdre. Ainsi plus l'on s'obstine dans l'hypothese d'un mouvement éternel , plus l'on s'enfonce dans des contradictions.

Il ne faut pas se laisser ébloüir par ce qu'offriroit de commode la supposition de quelques corps à qui le *mouvement* seroit *essentiel* , comme le repos aux autres. Ceux-là , diroit-on , ne le perdroient jamais , mais le conserveroient toujours tout entier , quoiqu'ils parussent en perdre une partie lorsque les effets de leur activité seroient ralentis par les masses qu'ils seroient obligés de porter avec eux ; comme l'activité d'un cheval paroît ralentie par le poids dont il est chargé , quoique sans devenir plus grande , & sans recevoir aucun accroissement



ment, elle le fera avancer d'avantage dès qu'on aura diminué la charge qui la retardoit.

Pour répondre, je n'ai pas besoin de faire remarquer la différence qu'il y a entre un corps organique composé d'une infinité de ressorts, & de machines de toutes especes, dont le jeu est entretenu par le sang qui y circule, par la fermentation de mille sucs, par l'air que respirent les animaux, &c. & un corps simple à qui aucune cause interieure non plus qu'exterieure ne rend le mouvement qu'il perd à la rencontre de ceux qu'il fait mouvoir. Je ne combattrai pas non plus cette supposition par son obscurité, & par la difficulté qu'on éprouve ou plutôt par l'impuissance où l'on est de se former une idée d'un corps doué d'un mouvement essentiel & imperdable. Il me suffit de faire voir que cette hypothese ne répond pas aux phenomenes du mouvement.

Quand un corps en choque un autre, il faudroit, selon ce systême, qu'une partie des corpuscules qui sont essentiellement mobiles, passassent du premier dans le second, & que chaque corps s'avancât à proportion de la quantité des corpuscules qui le porteroient en avant. Mais d'où vient qu'un corps n'en chasse un autre que dès qu'il vient à le toucher ? D'où vient que ces corpuscules si mobiles ne s'échappent pas du premier pour passer dans le second, à quelque proximité qu'il en soit à moins qu'il ne le touche ? L'air leur laisse un chemin très libre ; cependant ils n'y passent point.

Dira-t-on que ces corpuscules, sources & sujets propres de tous les mouvemens, ne se détachent d'une masse, où ils sont une fois nichés, qu'à proportion des obstacles qu'une autre fait à la continuation de leur route ? Mais d'où vient qu'il en passe tout autant d'une boule dans une autre, quoiqu'elles ne se touchent qu'en un point, qu'il en passeroit d'un cube dans l'autre, s'ils étoient de même poids que les boules, quoique la surface de l'un s'applique sur toute la surface de l'autre ?



Il faut qu'ils se dégagent bien aisément, & il faut leur attribuer une singulière dextérité, & une espèce d'intelligence & de conduite pour quitter ainsi toutes les parties de la boule où ils sont répandus, & en sortir tout à la fois par le seul point du contact, ou pour s'échapper par des lignes parallèles au diamètre qui passe par ce point, traverser l'air, où ils n'avoient garde de s'échapper sans cela, & se rendre dans la même boule où se sont rendus ceux qui ont défilé par le point du contact, s'y arrêter enfin & s'y nicher jusques à ce qu'une occasion semblable les avertisse de se séparer.

Le feu de la poudre contient une prodigieuse quantité de ces corpuscules mobiles : ils se repandent dans l'air en un moment avec une extrême promptitude. Dou vient qu'ils n'y passent pas à beaucoup près si vite dès qu'ils sont entrés une fois dans la bale ? Il y en entre plus quand la charge du fusil est grosse que quand elle est petite : Ils n'y entrent pourtant pas tous dans ce dernier cas ; d'où vient qu'il n'y en entre pas autant qu'elle en peut contenir ? Dou vient qu'il en entre moins dans une bale de bois ou dans une bale de metal creuse que dans une bale solide ? Est-ce qu'il n'y a pas assez de pores pour les contenir ; ou si quand les pores sont trop ouverts ils s'échappent des petits pores qui sont dans les particules solides, pour passer dans les grands pores, que ces parties laissent entr'elles, & de là se dissiper ? Si cela est, dou vient qu'ils ne se dissipent pas incontinent des pores d'une boule solide dans l'air qui l'environne ?

On ne peut pas faire retomber les Questions que nous venons de faire sur la cause première elle-même de tout mouvement. On ne peut pas dire que pouvant être & n'être pas, il faut qu'il y ait eu une cause qui l'ait déterminé à être plutôt qu'à n'être pas. Ce langage ne signifie rien : On ne sçauroit chercher une telle cause sans extravagance, ni la supposer sans contradiction. On



SUR LE PRINCIPE, LA NATURE, &c. II  
ne ſçauroit ſupoſer un être abſolument parfait comme capable d'exiſter, mais n'exiſtant pas encore, ſans ſe contredire ; car ce qui eſt neceſſairement & ce qui eſt ſi réel qu'il implique contradiction qu'il ne ſoit pas, eſt ſans contredit plus parfait que ce qui eſt, mais qui auroit pû n'être pas.

Il y a plus : Si l'être abſolument parfait n'exiſtoit pas actuellement, il ſeroit impoſſible qu'il exiſtât jamais ; car ce qui le détermineroit à exiſter ſeroit plus parfait que lui, & outre la puiſſance il auroit l'éternité, & par conſequent une réalité infinie de plus que lui.

Quand nous parlons de l'être abſolument infini, ou abſolument parfait, ſi nous voulons penſer conformément à nos expreſſions, nous nous rendrons attentifs à l'idée de l'être, & nous nous abſtiendrons de le borner à la poſſibilité & d'en exclure l'exiſtence actuelle, l'exiſtence éternelle, l'exiſtence neceſſaire.

Quand on va à la recherche des premiers principes, c'eſt une neceſſité de ſe rendre attentif à des idées un peu Metaphyſiques : Ces idées ſont ordinairement ſuſpectes, & j'avouë que ce n'eſt pas ſans fondement. On abuſe aiſément de la Metaphyſique, parce que comme ſes idées ne frappent pas l'imagination, on ſ'accoutume à ne ſ'y rendre pas attentif, & par là on ſ'accoutume à ne mettre pas ſur cette matière une aſſés grande différence entre les mots qui ſignifient & ceux qui ne ſignifient pas ; on n'eſt pas aſſés circonſpect & aſſés exact à diſcerner ceux dont on a fait une juſte application d'avec ceux qu'on applique à des ſujets auxquels ils ne conviennent pas.

Mais pourvû qu'on uſe d'attention & de diſcernement, on peut faire des demonſtrations Metaphyſiques auſſi ſûres que les demonſtrations Mathematiques. La vérité de celles-ci ne dépend pas de ce qui s'offre aux yeux ; car ſi cela étoit, elles n'établiroient que des vérités particulières, au lieu qu'elles roulent ſur des vérités très



universelles, dont ce qu'on a sous les yeux n'est qu'un exemple particulier. Il faut pour entrer dans la force d'une démonstration s'assurer que tout ce qui est vrai de ce qu'on a sous les yeux, est vrai de l'idée generale dont cet objet déterminé n'est qu'une application.

Et pour ce qui est des impressions qui se font sur nos sens, & qu'on regarde comme l'unique fondement des idées Physiques, elles n'établissent point nôtre certitude seules & par elles-mêmes : Ce n'est pas précisément parce qu'il s'excite en nous des sensations de couleurs, de sons, &c. que je puis conclure qu'au dehors de nous existent des corps qui les causent ; chacun sçait qu'il faut raisonner & profiter des idées de l'entendement pour démontrer cette conséquence, & pour faire passer en certitude les rapports de nos sens.

La con-  
noissance  
de la nature  
du corps,  
conduit à  
celle de la  
nature du  
mou emét,  
& à la dé-  
couverte de  
son origine.

Plus on connoîtra distinctement la nature du corps, plus on s'assurera qu'il faut chercher hors du corps la cause premiere de son mouvement. Deplus, le mouvement étant une maniere d'être du corps, mieux nous connoîtrons ce que le corps est, moins nous courons risque de nous tromper en lui assignant des attributs qui ne lui conviendroient pas ; de sorte que pour établir la nature & l'origine du mouvement, je débute par déterminer la nature du corps, qui en est le sujet.

Il faut convenir que l'étendue est une substance, puisque la définition de la substance lui convient tout-à-fait ; il n'y a point de caractère plus sûr, ni de voye plus naturelle pour en décider : On conçoit que l'étendue a une existence qui lui est propre, une existence à part, qui n'est l'existence d'aucune autre chose ; c'est ce qu'on ne concevroit point, si elle étoit le mode, l'attribut, la maniere d'être d'une autre substance.

L'étendue étant une substance, l'étendue & la substance étendue sont des termes synonymes ; il ne faut point chercher dans l'étendue une substance différente d'elle, non plus qu'on ne cherche point dans le



triangle une figure différente de lui, quand on le définit par une figure triangulaire ; car quelle est cette figure, si ce n'est le triangle même ? Ainsi quand on définit le corps une substance étendue, quelle est cette substance ? c'est l'étendue même.

S'il y avoit dans les simples corps, dans une pierre, par exemple, une substance différente de l'étendue, on se seroit trompé en regardant cette pierre, comme n'ayant d'autre substance que son étendue, de la même manière qu'on se tromperoit en regardant un animal de quelque espèce jusqu'ici inconnue, & que l'on prendroit pour un animal brute, quoiqu'il eût une âme semblable à celle de l'homme. En ce cas il y auroit dans cette pierre une substance différente de l'étendue, & dans cette enceinte, où nous ne supposons qu'une seule substance, il y en auroit deux ; mais l'étendue en seroit toujours une.

De plus, cette substance prétendue du corps est-elle étendue, ou ne l'est elle pas ? si elle est étendue, son étendue différente de celle que nous voyons & que nous connoissons, cette étendue inconnue est-elle une substance, ou encore attribut d'une autre substance ? s'ils disent qu'elle est substance, l'étendue peut donc être substance, & tout ce qu'ils objectent contre celle que nous connoissons retombe sur celle que nous ne connoissons pas, qui étant étendue sera divisible, & étant étendue finie, sera figurée comme celle que nous connoissons.

Diront ils qu'elle n'est pas substance, mais attribut d'une substance ? Voilà donc deux attributs étendus, le connu & l'inconnu, & par là encore on n'avance rien, car je réitére la même question sur la substance dont l'étendue inconnue seroit un attribut plus immédiat que la connue.

S'ils répondent qu'ils n'en savent rien, & qu'ils n'en peuvent rien savoir, puisqu'ils n'en ont aucune idée ;



je crois qu'ils parlent comme ils pensent, mais par là ils ne levent point la difficulté.

Ils peuvent ignorer si elle est étendue ou non étendue, mais ils ne peuvent pas ignorer qu'elle est nécessairement l'un ou l'autre; vous voyés un homme de loin & dans l'obscurité: je vous demande s'il est de votre connoissance? vous répondez que vous n'en sçavez rien, & vous avez raison de répondre ainsi, car vous ne l'apercevéz pas assez distinctement pour en décider. Mais si je vous demande, n'est-il pas vrai ou que vous l'avez vû ci devant, ou que vous ne l'avez jamais vû, ou que vous en sçavez le nom, ou que vous ne le sçavez pas? vous ne sçauriez disconvenir qu'un des deux ne soit vrai. De même s'il y avoit dans le corps une substance différente de l'étendue que nous voyons une, de ces deux propositions seroit vraie, *cette substance est étendue, cette substance n'est pas étendue*; car tout ce qui est du rang des choses étendues, ne l'est pas des non étendues, & reciproquement.

Or j'ai déjà prouvé qu'on ne peut pas dire dans le système que je combats, qu'elle soit étendue; si donc je prouve encore qu'il n'est pas permis de la supposer non étendue, il faudra tomber d'accord qu'il n'est du tout pas permis de la supposer, & que c'est une chimere; cette dernière partie est facile à prouver. Ce qui n'est point étendu ne peut pas être le sujet dans lequel l'étendue subsiste; la substance dont l'étendue est un des attributs, existe d'une manière étendue, puisque l'étendue est une de ses manières d'être un de ses états; Or être dans un état étendu, exister d'une manière étendue, c'est être étendu, ou c'est être de l'étendue.

La figure est un attribut de l'étendue, c'est l'étendue même en tant que terminée; le mouvement est un attribut de l'étendue, & c'est l'étendue même en tant que changeant de place. Quelle plus grande différence qu'entre ce qui est étendu & ce qui ne l'est pas? si



la substance du corps n'est pas étendue, l'étendue son premier attribut sera infiniment différent de sa substance. L'étendue d'un corps pourroit donc tout au plus être regardée comme quelque chose d'appartenant à une substance, comme quelque chose sur quoi une substance non étendue auroit quelque pouvoir; mais en la concevant ainsi, on la concevroit comme une substance dépendante d'une autre différente d'elle.

Mais l'étendue, disent-ils, est divisible à l'infini, comment seroit-elle une substance? Quoi donc, quand on diviseroit cet attribut, on ne diviseroit point la substance? quand on a partagé un pied cube d'or en cent mille pieces, la substance de cette masse ainsi divisée demeure-t-elle indivisible? passe-t-elle toute entiere dans chacun de ces morceaux, ou si elle reste toute entiere avec un seul d'eux?

Le terme d'*un* est un terme relatif, & non pas absolu; un pied cube d'étendue, est l'étendue d'un pied, c'est une substance d'un pied, & non pas de deux. Le pied d'étendue à son existence à part de tous les autres pieds imaginables. Mais il contient 1728. pouces cubes? cela est vrai, & chaque poulce cube est une substance? cela est encore vrai, c'est une étendue d'un pouce & non de deux, qui a son existence à part de tout autre pouce cubique imaginable.

Enfin, dira-t-on, il est bien force de supposer une substance corporelle différente de l'étendue, puisqu'avec l'étendue seule on ne sçauroit expliquer ni la dureté ni la pesanteur; & d'où sçavent ils que cela ne se peut? Sçavent ils tout? ont-ils vû toutes les combinaisons possibles des modifications de l'étendue? Peut être qu'en ajoutant quelque chose à ce qu'on a déjà dit de plus raisonnable sur les causes de ces deux propriétés des corps terrestres, il ne restera plus de difficulté. Ce sont là des qualitez que Monsieur *Boile* apelloit fort à propos *Cosmiques*. L'agencement de la vaste machine de



L'Univers en est la cause, & elles ne sont pas des qualités qui dérivent immédiatement de ce qui est essentiel à un bloc d'étendue en elle-même. On peut donc, pendant qu'on n'en connoît pas exactement la cause, conjecturer très-raisonnablement, qu'il y a dans la disposition de l'Univers quelque arrangement qui ne nous est pas encore assez connu, pour en comprendre toutes les conséquences, & pour en voir tous les effets.

Supposons que l'hypothese de Descartes sur la pesanteur, soit la véritable; avant lui on n'en avoit aucune idée; à cause de cela, étoit-on en droit de l'imputer à une *forme substantielle*? Supposons encore que celle de Monsieur Newton sur les couleurs, nous en découvre précisément les causes; on n'y pensoit pas avant lui; & si quelqu'un, après avoir refuté toutes les autres conjectures où il entroit du Mechanisme, avoit conclu, en disant qu'il s'en falloit tenir à la pensée des Aristoteliciens, & dire que les couleurs sont dans les corps des qualitez, toutes semblables aux sentimens qu'elles excitent, n'auroit-on pas eu raison de leur dire, *votre conclusion est précipitée; viendra le tems qu'un genie plus penetrant, plus patient ou plus heureux, tirera de ses vrais principes, une explication des couleurs, aussi differente de celle d'Aristote, que de tous ceux que les Aristoteliciens refutent.*

Combien les Nombres n'ont-ils pas de propriétés? combien de Theorèmes ne fournissent pas leurs combinaisons? combien de Problèmes ne peut-on pas proposer sur les Nombres, de même que sur les Triangles, les Cercles, & les autres Figures? En rejettera-t-on la définition, dès qu'on sera arrêté par la difficulté de donner quelque solution compliquée?

Dès qu'on sera convenu que corps & étendue c'est la même chose, on sera obligé de reconnoître, & on verra très-clairement, qu'aucun corps, c'est-à-dire, qu'aucune portion d'étendue ne peut tirer son mouvement d'elle-



d'elle-même, qu'elle ne sçauroit passer d'elle-même de l'état de repos à celui de mouvement ; qu'elle est indifférente à l'un & à l'autre de ces deux états ; qu'elle est également susceptible de l'un & de l'autre ; que par conséquent il faut que quelque cause extérieure la détermine à l'un plutôt qu'à l'autre.

Mais cette cause, différente de la substance corporelle, comment y a-t-elle fait naître le mouvement ? Je répondrai encore à cette demande, non seulement parce que cela me paroît nécessaire, pour achever d'éclaircir la question sur le principe du mouvement, mais de plus, parce que cela nous amenera à en découvrir la nature.

Comme nous n'avons d'idée que de deux substances, de l'étendue & de celle qui pense, & qu'en qualité de Physiciens, nous voulons faire essai de nos idées, voir jusqu'où elles sont capables de nous conduire, après avoir connu que la substance étendue ne peut pas être elle-même l'origine de son mouvement, il faut essayer de la chercher dans une substance intelligente ; or à quelque intelligence qu'on s'avisât d'attribuer les premiers mouvemens de l'Univers, comme il faudroit toujours reconnoître que cette intelligence tiendrait son pouvoir de l'intelligence suprême & éternelle, c'est dans la puissance & dans la volonté de celle-cy, qu'il faut chercher la première origine du mouvement.

La puissance d'un être, tel qu'il soit, c'est cet être même existant d'une certaine façon, ou considéré à de certains égards, c'est cet être même agissant, & faisant naître quelque chose qui auparavant n'étoit pas substance ou état de substance. La puissance de l'être sans bornes, de l'être infiniment réel, c'est donc cet être même, & par conséquent elle est aussi sans bornes, elle est infiniment réelle, infiniment active. L'intelligence éternelle peut produire tout ce qu'elle veut, & le produire avec une infinie facilité, c'est-à-dire avec une facilité proportionnée à sa puissance, proportionnée

La première cause du mouvement est une intelligence.



à ce qu'elle est. Il suit de là qu'elle opere par sa volonté, que son ordre est immédiatement suivi d'un effet tel qu'elle l'a voulu, tel qu'elle l'a ordonné; car s'il falloit que cet acte de sa volonté fût encore soutenu de la moindre application, fût accompagné du moindre effort, la facilité ne seroit pas infinie; & une volonté efficace par elle-même, agiroit encore plus facilement, & seroit encore plus puissante.

Nous faisons naître divers mouvemens dans notre corps par la seule efficace de notre volonté, ou du moins si la volonté ne produit pas immédiatement les mouvemens de nos muscles, elle détermine les esprits à y couler, & en général les causes qui les agitent à s'y porter: notre volonté est donc cause de ces manières d'être, que nous appellons des déterminations de mouvement, les ordres sont incontinent exécutés; les causes immédiates des mouvemens de nos bras & de nos jambes lui obéissent incontinent, quoique cette volonté ne connoisse pas ces causes, & que ces causes ne la connoissent pas, & ne soient pas même capables de connoissance.

Quand on supposeroit qu'il n'y a dans l'homme qu'une seule substance, la volonté & le mouvement seroient toujours deux attributs très-différens: la volonté est une manière d'être, qui se sent, & qui se connoît par là même qu'elle existe; au lieu que le mouvement ne se sent ni ne se connoît; l'une seroit pourtant la cause de l'autre.

Enfin si l'on pense que notre volonté n'est qu'une cause occasionnelle des mouvemens de nos esprits, ou de leurs déterminations, il faudra toujours reconnoître qu'elle en est la cause aparente: or ce dont elle est une apparence, une ombre, une représentation, il faut que la réalité s'en trouve quelque part: ce sera dans la volonté de l'être suprême.

Cet être renferme toutes les perfections absolues, c'est-à-dire, qui ne sont accompagnées d'aucune im-



perfection; infini il se suffit à lui-même; heureux par lui-même, & infiniment satisfait de se connoître, & de jouir de lui-même, il pouvoit ne rien produire de différent de soi-même, car il n'avoit besoin de rien; & comme le mouvement pouvoit être & n'être pas, il pouvoit le produire ou ne le produire pas; la volonté suprême est libre, il est essentiel à la parfaite liberté de se déterminer elle-même, & sa volonté s'est elle-même librement déterminée à vouloir que l'étendue fût, & à vouloir qu'il y eût du mouvement dans l'étendue. Voïons le naître de cette volonté.

Considerer les choses dans leur naissance, c'est un des moyens des plus propres pour les connoître; car chaque chose est précisément ce que sa cause lui a donné d'être en la faisant, & si elle est l'effet d'une volonté, elle se trouve précisément telle que cette volonté a voulu qu'elle fût, lorsqu'elle en a ordonné la naissance.

---

*De la nature du Mouvement.*

**P**OUR voir naître le premier mouvement, il faut d'abord supposer qu'il n'y en a point, c'est-à-dire, se représenter toutes les parties de l'Univers dans un parfait repos.

Naissance  
du mouve-  
ment.

Cette supposition est très-raisonnable; on commence par le plus simple, & le repos l'est infiniment, en comparaison du mouvement. Un corps en repos est toujours dans le même état, & conserve constamment & uniformément les mêmes relations; mais quoiqu'un corps en mouvement soit toujours en mouvement pendant qu'il se meut, & que son mouvement puisse de plus être uniforme, c'est-à-dire, aller toujours d'un train égal, il y a néanmoins dans le mouvement un changement continuel, & ce changement lui est essentiel; il s'éloi-



gne toujours plus d'un terme, & s'approche toujours plus d'un autre, les relations de distance ne demeurent jamais les mêmes; il s'applique toujours à des parties différentes, il les parcourt l'une après l'autre; il est dans une succession continuelle; dans le repos on ne trouve qu'une parfaite identité.

Je choisis dans cette vaste étendue, où il n'est encore arrivé aucun changement, & je désigne par la pensée, une Sphere de six pieds, par exemple, de rayon; sa surface convexe parfaitement polie, est immédiatement touchée en tous les points, par une concavité qui l'embrasse, & qui est aussi parfaitement polie; c'est-à-dire, je ne conçois aucune des parties de l'une engagée dans les interstices de l'autre.

Cette Sphere, & ce qui l'environne, sont dans un parfait repos, ce sont toujours les mêmes parties de l'une & de l'autre surface, qui se touchent constamment. Prenés dans cette Sphere quelque partie qu'il vous plaira, comparés-la avec quelle que vous voudrez choisir dans les corps qui l'environnent; sa situation demeurera la même, sa relation de distance ne changera point.

Concevés après cela que l'intelligence suprême veut que cette Sphere applique successivement la surface *convexe* qui la renferme à la surface *concave* qui l'embrasse immédiatement; cette volonté sera incontinent suivie de son effet, & cette Sphere se mettra en mouvement. Concevés l'intelligence suprême, qui ordonne à cette Sphere de se mettre en mouvement; cet ordre sera aussi exécuté, & elle, c'est-à-dire, toutes ses parties, appliqueront successivement la surface *convexe* qui les renferme toutes à la *concavité* qui la touche.

Premier  
caractere.

Je vois déjà par là que le mouvement est l'état d'un corps qui applique successivement sa surface à l'étendue qui l'avoisine immédiatement; c'est la *premiere* propriété essentielle au mouvement, que sa naissance me fait apercevoir.



Je m'aperçois en même tems d'une *seconde*, qui n'est pas moins essentielle, c'est qu'il n'y a aucune partie dans cette Sphere, qui ne change sans cesse de situation, par rapport aux parties de la concavité, à laquelle je la compare; ce n'est pas la surface convexe de la Sphere, qui s'applique seule successivement: toutes les parties qu'elle renferme, & dont elle est la surface commune, contribuent à l'appliquer, & en faisant cela, elles changent toutes de situation.

Désigné encore par la pensée, vers l'extrémité de cette Sphere, un anneau d'un pied d'épaisseur, & figurés-vous qu'il se meut, tout le reste demeurant immobile, toutes les parties renfermées entre les surfaces, l'une convexe & extérieure, l'autre intérieure & concave de cet anneau, changeront de situation, par rapport aux corps qui les environnent, & toutes ensemble appliqueront successivement les deux surfaces dans lesquelles elles sont renfermées, & qui sont les extrémités de tout qu'elles composent.

Mais le centre de cette Sphere se meut-il aussi? Sans doute, car tout ce qui est renfermé dans son enceinte, se meut. On suppose ordinairement un rayon de cercle tournant au tour d'un centre, qu'on regarde comme immobile; mais c'est une supposition abstraite: on fait abstraction du mouvement de ce centre, on en parle comme d'une Sphere infiniment petite & immobile, au tour de laquelle l'extrémité du rayon tourneroit, & l'erreur de cette supposition n'est d'aucune consequence, parce qu'elle est infiniment petite, Mais réellement & exactement parlant, le centre c'est l'extrémité du rayon, ce rayon se meut & son extrémité, qui est quelque chose de lui-même, se meut aussi: une Sphere est composée de deux Hemispheres, les surfaces planes de ces deux Hemispheres se touchent immédiatement; dans l'une & dans l'autre il y a un rayon, & ces deux rayons posés bout à bout, forment le Diamo-





tre ; entre l'extrémité de l'un & celle de l'autre, je parle des deux extrémités qui se touchent, il n'y a absolument aucun intervalle, & on peut prendre pour centre celle de ces deux extrémités qu'on voudra. Il arrive à chacune de ces extrémités des deux rayons, ce qui arrive à toute la surface plane de chacun de ces deux Hemispheres : elles changent sans cesse de situation, elles sont toujours tournées vers de differens endroits, ce qui étoit supérieur devient inférieur après un demi tour ; ce qui étoit tourné à la droite, est tourné à la gauche après autant de mouvement.

En quoy  
le mou-  
vement par-  
court un ef-

L'assemblage de tout ce qui compose la Sphere, en appliquant successivement sa surface, & en changeant de situation, parcourt une espace ; c'est une *troisième* propriété essentielle au mouvement ; mais il faut que je m'explique.

Pour ne m'embarasser d'aucune hypothese, j'ai déjà preferé de voir naître un mouvement circulaire à un mouvement en droite ligne, parce qu'à moins de supposer un vuide parfait, un mouvement en droite ligne ne peut se concevoir seul. Tout mobile qui s'éloigne d'un terme & s'approche d'un autre, en parcourant une ligne droite, chasse de son chemin ce qu'il rencontre, & à moins d'un grand vuide, l'oblige de circuler ; par là le mouvement en droite ligne, emporte le circulaire, au lieu que le circulaire peut se concevoir tout seul ; c'est par cette raison que je l'ai choisi, afin qu'à la vûe du mouvement naissant, nôtre attention ne fût pas obligée de se partager sur beaucoup d'objets. J'éviterai encore la question du vuide, dans cette troisième remarque que je fais sur ce qui est essentiel au mouvement. Je prévois que cette controverse pourra trouver une place plus commode dans la suite des questions qui se presenteront après cette année.

La concavité en repos qui embrasse nôtre Sphere en mouvement, est très-réelle, c'est l'extrémité d'une étén-





duë corporelle; elle est necessairement d'une certaine capacité, & dans nôtre suposition, ce qu'elle renferme est aussi une étenduë corporelle: un corps qui se meut parcourt donc une concavité corporelle; cette concavité est d'une capacité déterminée, dans l'hypothese du plein, toûjours remplie d'une étenduë corporelle, quoique non pas toûjours de la même, parce que quand il y a du mouvement, l'une succede à l'autre.

Dés que la suposition du vuide sera une fois accordée, l'idée de l'espace parcouru sera plus simple; mais cette suposition a aussi ses difficultés. Je ne prens pas parti quand il n'est pas necessaire.

Quand une Sphere se meut au tour de son centre, une certaine & même portion de concavité, après avoir été parcourue successivement par une certaine partie de la convexité du mobile, est ensuite parcourue par une autre, de la même façon; à la seconde succede une troisième toûjours parcourant la même partie, & ainsi sans interruption, au lieu que dans une concavité étenduë en ligne droite, une certaine portion, après avoir été parcourue, ne l'est plus, toutes les parties du mobile l'abandonnent entierement.

Cette idée du mouvement conçu, comme l'état d'un corps qui parcourt une espace, ou qui parcourt une concavité d'une capacité déterminée, éclaircit tout-à-fait ce qu'on appelle la *quantité* du mouvement.

*Idee de la  
quantité du  
mouvement*

Tous les Physiciens que j'ai lû, après avoir supposé que le mouvement est une quantité, la définissent en disant que c'est le *produit de la pesanteur du mobile par la vitesse*. Déjà la suposition n'est pas sans obscurité, à cause de l'idée qu'on a accoustumé d'attacher au mot de quantité, qui presente quelque chose de fixe, d'étendu, de grossier; l'embarras croît quand on y fait entrer une regle de multiplication, qui a pour une de ses racines, la masse ou le poids, & pour l'autre la vitesse, deux genres d'être fort differens.



On peut rendre très-claire cette idée, par le raisonnement suivant. Qui dit mouvement, dit succession, c'est une de ses propriétés essentielles. Qui dit succession, dit une manière d'être, qui n'est point renfermée dans de certaines bornes, c'est à-dire une manière d'être qui n'est point fixe, qui n'est point déterminée, & n'a point une certaine précision dont elle ne puisse s'écarter. Dès qu'une application est successive, elle peut l'être moins & elle peut l'être plus. Un corps peut changer plus ou moins de situation, cela signifie qu'il peut se mouvoir plus ou moins, qu'il peut parcourir plus ou moins d'espace; toutes ces expressions sont synonymes, la signification de l'une emporte la signification de l'autre; ce que l'on désigne par l'une, est inséparable de ce que les autres font entendre, c'est donc une nécessité qu'il y ait dans le mouvement du plus & du moins, & par conséquent le nom de *quantité* lui convient.

Quand plus d'espace est parcouru, il y a plus de mouvement, quand moins d'espace est parcouru, ou quand la concavité parcourue est d'une moindre capacité, il y en a moins.

Pour avoir la grandeur d'une espace, ou, ce qui revient au même, la capacité d'une surface concave, on sçait qu'il en faut multiplier la longueur par la baze; or les mêmes nombres dont on se sert pour exprimer le rapport de deux longueurs de chemin, ce sont les mêmes nombres qu'on employe pour exprimer le rapport des deux vitesses; car une vitesse est à l'autre comme la longueur du chemin qu'un des mobiles parcourt à la longueur de celui que parcourt un autre mobile, dans le même tems.

Le poids d'un mobile répond à la baze de l'espace parcouru, ce que je prouve ainsi. Qu'on se représente un cube parfaitement solide, si on le suppose divisé en une infinité de tranches très-minces, qui parcourent l'une après l'autre la longueur d'une toise, c'est tout comme



si autant de toises qu'il y a de tranches avoient été parcouruës par une seule de ces tranches. Donc pour avoir la grandeur de l'espace parcouru, il faut multiplier une toise par la somme de toutes les tranches. Le poids du cube donne cette somme absolument, si la pesanteur est quelque chose d'absolu, il la donne relativement, si la pesanteur n'est que relative; & cela suffit, parce que quand on parle de la quantité du mouvement, on ne se borne jamais à penser au mouvement d'un seul corps en lui-même, mais on compare toujors deux mouvemens entr'eux.

Si toutes les tranches dans lesquelles on suppose le cube divisé, au lieu d'être assemblées en cube, étoient rangées le bord infiniment mince de l'une sur le bord infiniment mince de l'autre, pour composer une simple surface en situation verticale; quand cette surface décrirait la longueur d'une toise, il se parcourroit autant d'espace tout d'un coup, qu'il s'en parcourt quand chaque tranche, se mouvant à la suite de l'autre, décrit l'espace qui vient d'être parcouru par celle qui la précède.

Quand le cube est partagé en tranches, la concavité qui les embrasse a bien une surface incomparablement plus grande que celle qui enveloppe le cube, mais elle n'est pas d'une plus grande capacité, & ne renferme précisément que la même quantité d'étendue; ainsi par rapport à l'étendue de la capacité parcourue, n'importe quelle figure & quel agencement on donne à la même quantité de parties solides.

Si le premier cube que nous avons supposé étoit divisé en un grand nombre de petits qui ne se touchassent que par leurs angles, laissant entr'eux des intervalles d'une grandeur égale à la leur, la surface qui environneroit cet assemblage de parties solides & d'intervalles, seroit bien encore d'une capacité plus grande que celle qui environnoit le cube; mais la somme des capacités



de toutes les surfaces qui environneroient les parties solides, seroit toujours la même, & c'est à ces parties solides, & à la capacité de la surface qui les renferme, qu'on a uniquement égard, quand il s'agit de la quantité du mouvement; parce que dans l'hypothese du vuide, il n'y a rien dans les intervalles; & dans l'hypothese opposée, il sont remplis d'une matiere subtile & fluide, qui y coule avec facilité, & s'en échape sans cesse; de sorte qu'elle ne doit non plus entrer en ligne de compte, quand il s'agit de la force du mouvement, & de l'efficace du choc, que l'air enfermé entre les intervalles des cordes d'une raquette, n'est compté entre les causes qui contribuent à pousser une balle de jeu de paume.

Une surface verticale & infiniment mince, qui parcourroit la longueur de deux toises, parcourroit un espace ou une concavité, dont si l'on vouloit avoir la capacité, il faudroit multiplier cette surface *base de l'espace* par deux toises sa *longueur*. Or le poids de cette surface verticale est précisément la mesure de son étendue. Qu'on la conçoive ensuite divisée en plusieurs quarrés qui apliqués l'un sur l'autre forment un cube, ce sera le même poids, & si le centre de ce cube parcourt deux toises, chacune des parties qui le composent de côté & d'autre de ce centre dans le même plan, parcourra chacune une longueur différente de la longueur parcourüe par ses voisines. Les autres parties du cube parcourront la même que celles qui les precedent auront déjà parcourüe; mais c'est comme si chacune parcouroit une longueur séparée, puisque chacune en parcourt l'équivalent. De quelle maniere que les parties de mobiles soient rangées, on multiplie toujours le même poids par la même longueur, & on a le même espace, & quand on a le même espace parcouru, on a la même quantité de mouvement. Le nombre qui marque le poids marque donc



la base de l'espace parcouru, & le nombre qui marque la vitesse, marque la longueur de cet espace; c'est ce qui a donné lieu à multiplier le poids par la vitesse, pour avoir la capacité de l'espace parcouru, & par là, la quantité du mouvement.

Le mouvement étant l'état d'un corps qui parcourt un espace, & la quantité du mouvement étant toujours proportionnée à cet espace, on voit qu'un mouvement ne diffère pas de sa quantité.

La quantité du mouvement, c'est le mouvement même.

Les corps n'ont de force que par leur mouvement, la force du mouvement, c'est le mouvement même; manière d'être efficace & active de sa nature, efficace & active par là même qu'elle est; d'où il suit que la force du mouvement & sa quantité sont encore la même chose.

Aussi-bien que la force.

Quand j'ai voulu me former une idée du mouvement, & découvrir en quoi il consiste en le voyant naître, j'ai comparé le corps où je m'atendois de le voir survenir, je l'ai, dis-je, comparé avec la surface de celui qui l'environnoit; mais je n'ai point fait entrer dans ma définition le repos où j'ai d'abord conçu ce corps, en concevant tout l'Univers en repos. Cette supposition n'étoit point nécessaire. Un corps se meut par rapport à un autre dès qu'il change sa situation par rapport à lui, & un corps peut changer de situation par rapport à un autre qui sera en mouvement, tout comme par rapport à un autre qui sera en repos. Deux corps partent de dessus la même ligne: L'un fait dans une minute une toise, un autre en fait deux: Celui-ci se meut par rapport à celui-là, comme s'il avoit fait une toise, par rapport à un corps en repos. De même un corps en mouvement est pourtant en repos par rapport à celui avec lequel il garde la même situation, & conserve les mêmes relations de distance. Ainsi je suis en repos par rapport au Globe de la Terre qui me soutient, avec lequel j'avance d'Occident en Orient, sans changer de situation à l'égard de ses parties. La situation d'un corps par rapport à un au-

S'il est nécessaire de comparer un corps en mouvement avec des corps en repos.



tre peut encore être changée sans qu'il cesse d'être en repos, pourvû que ce ne soit pas lui qui la changeic 'est seulement celui qui fera ce changement de situation de qui il sera vrai de dire qu'il est en mouvement.

Si pour établir la nature du mouvement, il est nécessaire de comparer un corps qui se meut avec un autre en repos, que fera-t-on du corps en repos? Le comparera-t-on avec un corps en mouvement? La notion du repos entreroit-elle dans celle du mouvement, & celle du mouvement dans la notion du repos? Ce seroit un cercle. Pour éviter cela, le comparera-t-on avec un corps en repos, & faudra-t-il faire entrer l'idée du repos dans sa définition?

Le mouvement existe hors de nous, indépendamment de nos reflexions & de nos comparaisons. Si donc pour s'assurer du mouvement d'un corps, il falloit considérer celui avec lequel on le compare comme s'il étoit en repos, pour avoir une juste idée du mouvement, il faudroit souvent faire une supposition fautive.

Le mouvement est un état relatif.

Le mouvement est une manière d'être, un certain état de l'étendue; mais c'est une manière d'être relative, c'est l'être d'un corps par rapport à un autre.

Il est impossible de se représenter une portion d'étendue en mouvement, à moins de la comparer avec une autre qui en soit près ou qui en soit loin, qui la touche ou qui en soit distante; & puisque je dois régler les jugemens que je porte sur les choses par mes idées, quand ces idées sont nécessaires & qu'il n'est pas en mon pouvoir de les changer, je conclus delà que le mouvement est l'état d'un corps relatif à celui d'un autre. Mais je n'ai nul besoin de faire attention si un corps avec lequel je compare celui que je conçois en mouvement, est en repos ou ne l'est pas.

Dès qu'un corps ne change point de situation à l'égard d'un autre, il est en repos par rapport à lui, soit que celui-ci se meuve ou ne se meuve pas. Il est bien vrai



que dans le premier cas , il faut qu'ils soient l'un & l'autre en mouvement par rapport à un troisième , à l'égard duquel ils changent l'un & l'autre de situation.

Figurés-vous un cube en mouvement : Concevés que sur sa face supérieure on en pose un autre égal à lui , & qu'en le posant on lui donne autant de mouvement qu'en a celui sur lequel il est placé. On en apposera un troisième à sa face inférieure porté encore de la même vitesse. Deux des faces de celui du milieu cessent de s'appliquer successivement à ce qui les avoisine : Elles continuent pourtant à se mouvoir. Pourquoi ? Parce qu'elles font un seul tout avec les deux cubes que l'on vient d'ajouter au premier , & que ces trois cubes appliquent conjointement leur surface commune à la concavité qui les environne. L'assemblage des trois change de situation , & enfin cet assemblage parcourt une certaine concavité. Les parties d'un tout qui applique successivement sa surface , changent de situation & parcourent une concavité. Ces parties d'un tel tout se meuvent , car le tout & l'assemblage de ses parties, c'est une même chose. Chacune de ses parties ne se meut pas comme un tout séparé des autres , car aucune ne s'applique successivement à ce qui l'environne , aucune ne change de situation par rapport à ce qui l'avoisine , aucune ne change de situation par rapport à ce qui la touche , aucune ne parcourt la concavité dont elle est immédiatement environnée. Le cube donc du milieu ne se meut pas par rapport aux deux autres , à l'égard desquels il ne change nullement de situation , mais il se meut avec eux.

On en concevra encore quatre placés sur les quatre faces qui restent & poussés en s'y plaçant du même côté & avec la même force. Le cube du milieu est en fermé , aucune de ses faces ne s'applique successivement : il ne change point de situation à l'égard des six cubes qui le renferment ; mais il change de situation avec eux par rapport aux corps environnans , avec lesquels



on comparera cet assemblage. Quoiqu'il ne se mouve point par rapport à aucun de ces fix, il se meut pourtant par rapport à d'autres corps, & une preuve de cela, c'est que si on détache des cubes environnans du cube environné, il conservera séparé l'état où il étoit joint avec eux, & il continuera à changer de situation par rapport aux corps à l'égard desquels il en changeoit.

Mouvement propre & commun.

C'est ce qui a donné lieu à distinguer le mouvement en mouvement *propre* & en mouvement *commun*. Concevons quelque portion d'étendue qu'il vous plaira; dès qu'elle appliquera successivement sa surface à une surface voisine, elle se mouvra d'un mouvement qui lui fera propre, & qu'elle aura distinctement de toutes les masses voisines; elle aura un mouvement qui l'en séparera, qui en fera une masse à part; mais les fix, les douze parties, &c. dont vous la concevrez composée, demeureront l'une auprès de l'autre, toujours appliquées l'une à l'autre sans aucune succession; elles ne changeront point de situation entr'elles; elles seront donc sans mouvement propre chacune par rapport à la voisine; mais toutes ensemble auront un mouvement commun qui les fera également changer de situation à l'égard d'un certain terme avec lequel on les comparera, & par rapport auquel elles seront toutes en mouvement.

Le mouvement commun est très réel; c'est l'état d'une partie qui change autant de situation que les autres, & qui parcourt sa portion proportionnée de l'étendue que la masse entière parcourt; & ce mouvement deviendra propre, sans aucune addition, dès que les parties qui avoient ce mouvement viendront à se separer, en telle sorte que les unes seront arrêtées, & les autres ne l'étant pas, continueront leur maniere d'exister en changeant de situation.

Si deux bateaux liés l'un à l'autre fendent l'eau avec une égale vitesse, aucun des deux ne se meut par rapport à l'autre; ils ne changent nullement de situation,



mais ils demeurent affermis l'un contre l'autre. Mais si l'un des deux se brise en frotant contre les bords d'un rocher, l'autre continuëra à se mouvoir, & son mouvement qui étoit commun quand il étoit lié à l'autre, deviendra mouvement propre. Ainsi encore quand une poutre descend une riviere avec la même vîtesse que l'eau qui l'environne, en telle sorte que la même partie d'eau est constamment appliquée à la même partie de cette poutre; elle ne se meut pas par rapport à cette eau, elle n'a point par rapport à elle de mouvement propre, mais elle se meut d'un mouvement qui lui est commun avec elle. Quand la poutre & l'eau qui l'environne sont conjointement arrivées à une cataracte, la poutre s'élance plus loin que l'eau, non par un nouveau mouvement qui lui soit donné dans cet endroit, mais en vertu de ce mouvement qui lui étoit commun avec l'eau qu'elle quitte, parce que l'air oppose une plus grande résistance à l'eau qui lui cede davantage & dont il écarte les parties, que non pas à la poutre qui lui oppose, & des parties liées, & une moindre surface par rapport à sa masse.

Quelquefois deux mouvemens d'une même partie, sont tels, que l'un détruit précisément & reciproquement l'effet de l'autre. Qu'une boule roule sur le plan *AB*, après avoir fait un demi tour, son centre *C* aura décrit la ligne *CD* égale à la ligne *EF*, qui est elle-même égale à la demi circonference de la boule. Or si le plan *AB* est poussé du Septentrion au Midi précisément, avec la même vîtesse que le centre *C* se porte du Midi au Septentrion, ce centre *C* se trouvera toujours vis-à-vis du même point *G* du plan *HK*, qui soutient le plan *AB*, & la boule qui roule dessus; car le plan *AB* retire la boule qu'il soutient vers le Midi, & un point quelconque *L* qui touche ce plan, rebrousse vers le Midi de même que ce plan, & le centre est toujours vis-à-vis d'un point touchant *L*. La ligne *CL* toujours

Combinaisons des mouvemens

Figure I.



perpendiculaire au plan  $AB$ , & les lignes  $EL$ ,  $CC$ , qui joignent les perpendiculaires égales, sont toujours égales.

Le centre  $C$  se meut réellement, aussi-bien que la boule, dont la demi circonference décrit véritablement la ligne  $EF$ . Le plan  $AB$  se meut réellement aussi, & porte avec lui la boule qu'il soutient, sans quoi le centre  $C$ , après que cette boule a fait un demi tour, ne se trouveroit pas vis-à-vis du même point  $G$  où il étoit d'abord. Ce plan dont porte la boule de  $G$  en  $P$ , & la boule se porte de  $G$  en  $F$ . Ces deux mouvemens sont réels; & s'ils ne l'étoient pas, ils ne détruiraient pas réciproquement l'effet l'un de l'autre; & il n'arriveroit pas à la boule, comme il lui arrive, de n'avancer ni de reculer.

Remarque  
sur la définition  
fondée sur la  
supposition  
de l'espace.

Si après s'être déterminé pour l'hypothèse du vuide, on se borneroit à dire que le REPOS est l'état d'un corps qui occupe constamment le même endroit de l'espace, & que le MOUVEMENT est l'état d'un corps qui occupe successivement plusieurs endroits de cet espace; on ne pourroit pas dire que le centre  $C$  eut du mouvement dans les cas proposés, puisqu'il seroit toujours au même endroit de l'espace, & qu'il n'en sortiroit point; au lieu qu'en disant que le mouvement est un état relatif d'un corps qui change de situation par rapport à un autre; il sera vrai que le centre  $C$  se meut, puisqu'il change sans cesse sa situation par rapport à la ligne  $EF$ , quoique le mouvement qui lui est commun avec le plan  $AB$  qui le soutient, le ramène toujours au même point du plan  $HK$ , & au même point de l'espace, s'il y en a un.

Si ces deux mouvemens se faisoient l'un après l'autre, il n'y auroit point de difficulté. Le centre  $C$  décriroit  $CN$  douzième partie de  $CP$ , puis se reposeroit en  $PO$  pendant que le plan  $AB$  décriroit  $EO$ , douzième partie de  $EF$ , & égale à  $CPO$ . On comprend que le centre  $C$  seroit alors ramené où il étoit vis-à-vis de  $E$ . Moins les  
lignes



lignes  $CN$ ,  $EO$  seront grandes, plus petits seront les intervalles reciproques des mouvemens du centre  $C$ , & du plan  $AB$ , & moins le centre  $C$  s'écartera du sommet de la perpendiculaire  $EC$ . Et si enfin ces lignes sont infiniment petites, si ces intervalles sont nuls, c'est-à-dire, si ces mouvemens se font en même temps, il n'y aura pas successivement éloignement & rappel par rapport au même endroit. Ces deux mouvemens produiront leurs effets en même temps, & l'écart du centre de la perpendiculaire  $CG$  sera nul.

Le mouvement est un état *Relatif*, & un même sujet peut soutenir en même temps, à divers égards, des relations non-seulement différentes, mais opposées.

*Mouvement, manière d'être relative.*

C'est ainsi que M. Rohaut concevoit qu'un poisson qui feroit effort contre le fil de l'eau, sans pouvoir le surmonter, au point d'avancer plus près de la source, & qui n'en seroit pas non-plus emporté, se mouvroit réellement, sans faire pourtant de progrès; car il s'appliqueroit successivement à différentes parties de l'eau, il changeroit sa situation à leur égard; mais le courant de l'eau qui le soutiendrait, contraire & égal au mouvement du poisson en avant, le rameneroit, ou plutôt le retiendrait dans la même situation à l'égard des bords: situation dont il seroit tiré sans ce mouvement commun, contraire & égal au sien propre.

Tout corps en mouvement est donc ou un tout séparé par son mouvement même, de ce qui l'environne, & le touche immédiatement, ou il fait partie d'un tout. Un tout parcourt la concavité qui l'embrasse, change de situation par rapport à elle, & y applique successivement sa surface. Une partie de ce tout se meut aussi, mais conjointement avec les autres; c'est-à-dire, que conjointement avec les autres, elle parcourt la concavité qui les embrasse, change avec elle de situation & y applique leur surface commune; mais en même temps il est vrai de dire qu'une partie est en re-



pos par rapport à celles qui l'environnent, sur lesquelles elle n'a point plus d'effet que si elle & ses voisines composoient un tout en repos ; elle ne change point de situation par rapport à elles, elle ne les quitte point, elle ne parcourt point la concavité particulière dont elle est environnée.

Mais, dira-t-on, choisissons quelque corps qu'il vous plaira, & considérons-le en lui-même ; ne sera-t-il pas vrai de dire qu'il se meut ou qu'il ne se meut pas ? & sera-t-il permis d'ajouter qu'il se meut en un sens, mais qu'en même temps il ne se meut point dans un autre ?

Je réponds, 1<sup>o</sup>. Que pour concevoir un corps en mouvement, il ne suffit pas de le regarder seul & en lui-même ; mais qu'il faut nécessairement le comparer avec quelqu'autre : Le mouvement est inconcevable sans cela. Je réponds, 2<sup>o</sup>. Que celui avec lequel on le compare, ou l'environne immédiatement, ou environne des parties avec lesquelles le corps sur lequel tombe la question, compose un seul tout. Si les corps avec lesquels on le compare l'environnent immédiatement, afin de pouvoir assurer qu'il se meut par rapport à eux, il faut qu'il parcoure leur surface, qu'il change par rapport à eux de situation ; mais si ceux avec lesquels on le compare, environnent une surface qui lui soit commune avec d'autres parties, il faut que conjointement avec ces parties, il parcoure cette surface, &c.

Mais encore une fois, cette partie enchassée dans d'autres qu'elle n'abandonne point, a-t-elle un mouvement réel ? Je réponds qu'oùï, & qu'elle se meut réellement, non pas à la vérité par rapport aux parties qu'elle ne quitte point, mais par rapport à la surface qui en environne l'assemblage : surface par rapport à laquelle elles changent toutes de situation. Un homme soutient réellement la relation de fils, mais c'est par rapport à celui dont il a reçu le jour, & non pas par rapport à ceux à qui il l'a donné.



Le mouvement a été établi afin de partager l'Univers en plusieurs masses, ou molécules, ou particules séparées. Il est donc, par sa nature & par son institution même, la manière d'être d'un corps qui se sépare d'un autre, le parcourt & change de situation par rapport à lui.

Comme le mot de *mouvement* est un mot *substantif*, & que l'on parle du mouvement comme d'une *substance*, quand on dit, par exemple, qu'il passe d'un corps dans un autre, qu'il se partage, &c. on s'est accoutumé à le regarder, ou plutôt à le supposer comme un être absolu, & les raisonnemens qui amènent à le considérer comme une manière d'être relative, ont un air de paradoxe.

C'est encore parce qu'on s'est accoutumé à regarder un corps en mouvement comme faisant quelque progrès, & s'avancant d'un terme vers un autre, qu'on se trouve si étonné, quand on en voit qui se meuvent & n'avancent point, & qu'on a tant de repugnance à reconnoître du mouvement dans un corps qui ne quitte pas sa place. Cependant loin qu'il n'en ait aucun, il en a deux, & s'il n'en avoit qu'un des deux, il avanceroit effectivement d'un terme vers un autre.

Le mouvement est une manière d'être réelle & active : Entant que le *mouvement* est une manière d'être *réelle*, le *repos* est opposé au mouvement comme un terme positif, & est son *contraire* aussi positif : Mais entant que le mouvement est un état *actif*, le repos n'en est que la privation, que la *négation*, car le repos n'a point d'activité, & l'étendue n'est active que par le mouvement.

Mouvement être  
rélatif.

Descartes, après avoir conçu que le repos étoit un état réel, en a conclu avec trop de précipitation, qu'il étoit aussi actif, & lui a attribué autant de résistance au mouvement, que le mouvement avoit de force pour vaincre le repos. Le Pere Malebranche a relevé cette



erreur, avec les autres où elle avoit engagé ce grand Philosophe ; mais en dépouillant avec raison le repos de toute activité, il est allé jusques à en faire une simple negation, un rien. Cependant quand on dit, *l'état d'un corps qui applique sa surface constamment aux mêmes parties ; l'état d'un corps qui conserve la même situation & les mêmes relations de distance* ; il me semble que ces termes signifient, & que les idées qui leur repondent sont des idées réelles & positives, auxquelles repond par consequent une maniere d'être réelle & positive.

Les argumens par lesquels le Pere Malebranche pretendoit établir le neant du repos, ne me paroissent pas concluans.

Détruisés le mouvement d'un corps, dit-il, cela suffit pour le mettre en repos. Il naît donc d'une simple cessation. On ne peut pas dire reciproquement, ajoute-t-il, Détruisez le repos, par là même le mouvement naîtra, car il faut le determiner vers un terme, il faut en regler les degrés.

Je repons par un exemple ; détruisez toute courbure dans une surface, elle sera *plane* par là même. Vous ne pouvés pas dire, ajouterai-je, détruisez cette forme plane, la courbure lui succedera, & elle ne sera que la cessation de la portion plane ; car il y a une infinité de courbures ; il faut en introduire une déterminée. Mais conclura-t-on delà, que la position des parties d'une surface plane, n'est qu'une simple negation, que cette position n'est rien de réel, & qu'elle ne doit avoir qu'une definition negative ?

Dès que le mouvement cesse, le repos lui succede infailliblement & necessairement. : Cela est vrai, mais il y a une cause réelle, la nature de l'étendue, qui exige necessairement un contact ; si ce n'est pas un contact successif, c'est un contact permanent ; elle exige necessairement & elle emporte une situation ou fixe ou variée.



Mais si l'intelligence suprême ordonnoit l'existence d'un corps sans rien déterminer sur son mouvement, il existeroit en repos, & ce repos seroit un rien, puisqu'il n'auroit point de cause. Je repons que les idées de Dieu sont des idées déterminées & non pas simplement des idées vagues. Quand il ordonne l'existence d'un corps, il se représente déterminément ce corps à qui il commande d'exister. Donc son repos, s'il naît en repos, sera l'effet de la volonté divine ordonnant l'existence d'un corps en repos, d'un corps répondant à son idée. Dieu commandant l'existence d'un corps, se le représente aussi déterminément par rapport à l'état de repos ou de mouvement, que par rapport à sa grosseur, que par rapport à sa figure.

Mais c'est là une question véritablement Metaphysique plutôt que Physique, & qui roule sur une certaine précision d'idées. Pour l'explication des Phénomènes de Physique, il suffit de convenir que le mouvement est actif, & que le repos ne l'est pas.

L'activité du mouvement est aisée à prouver. Un corps qui se meut change de place, il déplace donc, il pousse ce qu'il rencontre. Mais pour le repos comment seroit-il actif, puisque si tout demeurait en repos, il ne se feroit aucun changement, & il ne se produiroit aucun effet ? Pourquoi un corps en repos résisteroit-il au mouvement, puisque l'étendue est également susceptible de l'un & de l'autre de ces deux états, & se prête aussi aisément à l'un qu'à l'autre ? A la vérité un corps qui est en repos ne se mettra pas en mouvement de lui même ; il est déterminé à demeurer dans l'état où il se trouve, non par aucune repugnance au mouvement, très-conforme à sa nature & autant conforme que le repos, mais parce qu'il ne se fait rien sans cause, & que la cause du mouvement ne se trouve point dans un corps en repos. Il ne s'y trouve que la susceptibilité du mouvement, la facilité parfaite à le recevoir.

Mouvement actif.



Si un corps de deux onces en repos ne pouvoit pas être entraîné par un mobile d'une once, il ne le pourroit pas être par un mobile de trois. Je le prouve. De deux forces égales agissant sur le même sujet, l'une ne peut pas avoir de l'effet si l'autre n'en a point. Or un mobile d'une once qui a parcouru dans une minute six piés, a la même quantité de mouvement, & par conséquent la même force, qu'un mobile de trois onces qui en a parcouru deux dans le même temps. Donc si un corps de deux onces en repos résiste à l'un de ces chocs, il résistera à l'autre, puisque la vigueur de l'un n'excede pas celle de l'autre.

Mouvement  
manière d'être  
continue.

Le repos & le mouvement sont deux manières d'être *continuelles* l'une & l'autre, & qui ne sçauroient souffrir aucune interruption, sans changer de nature. Un corps dont l'application successive cesse pendant une heure, a certainement passé de l'état de mouvement à celui de repos. Il y a encore passé si son application successive cesse pendant la dixième partie d'une heure, si elle cesse pendant la soixantième, pendant celle que voudrés; car pourquoi pourroit-il cesser de s'appliquer successivement & de changer de situation, c'est-à-dire, de se mouvoir pendant un très petit intervalle, sans cesser d'être en mouvement? Si le mouvement peut s'interrompre pendant un petit intervalle, & se reprendre ensuite, sans qu'aucune cause le rende & le fasse renaître; pourquoi la même chose n'arriveroit-elle pas après deux petits intervalles? Le second pourroit-il ce que le premier égal à lui, & précisément de même nature, n'a pas pu?

Sans atomes  
d'étenduë.

Si le mouvement consiste dans une application continuellement successive, il ne peut y avoir d'atomes; car déjà un atome ne sçauroit parcourir un atome, puisqu'un atome est sans étenduë. Or si un atome supérieur couvre son inférieur sans le parcourir, le mouvement ne peut pas être successif pendant ce temps là. De plus



un atome supérieur posé sur un inférieur égal à lui, ou le quitte avant que de se placer sur le suivant ( & où seroit-il pendant cet intervalle ? ) ou il se pose sur le suivant avant que de quitter celui sur lequel il étoit, & est encore sur le premier en même temps qu'il passe sur le second, & dans ces deux derniers cas, un atome seroit en même temps dans deux lieux différens ; il occuperoit en même temps deux places égales chacune à lui, & par là il seroit double de ce qu'il est.

Cette difficulté n'a plus lieu dès qu'on ne reconnoît point de terme dans la division, mais qu'on la conçoit pouvant se pousser de petit en petit, sans fin & sans cesse.

On ne disconvient pas que *ab* ne puisse avancer de la longueur *be*, en même temps que *da* avance de la longueur  $ab = bc$  ; ce qui étant fait, *db* se trouve sur *ac* son égale. Je diviserai *ab* en deux parties, comme j'ai divisé *db*, & je raisonnerai de même. La surface qui s'applique & celle contre laquelle elle s'applique, sont toujours égales, mais il y a un flux continuel, & la partie postérieure de quelque portion que ce soit, quitte autant de place que la partie antérieure en occupe.

Il ne peut pas y avoir non plus des atomes de tems & des instans indivisibles ; car déjà pendant un temps indivisible, une partie divisible ne sauroit être parcourue. Un atome d'espace ne sauroit non plus être parcouru, car absolument il ne peut pas l'être : Ainsi dans un premier instant il ne se parcourt rien : Dans un second non plus égal au premier, il ne se parcourra quoique ce soit ; de sorte que dans deux instans, il ne se parcourt rien de plus que dans un.

Le temps est donc divisible comme l'espace, de petit en petit sans fin & sans cesse.

Cette divisibilité du temps sert à résoudre une objection, que l'on tire de la divisibilité de l'espace, contre le mouvement. Une première moitié d'un espace, dit-

Fig. II.

Ni des  
temps.Sophisme  
résolu.



on, doit être parcouruë avant la seconde : Cette première moitié en renferme deux, dont la première encore doit être parcouruë avant la seconde, & ainsi de suite à l'infini. Quand est ce même qu'un espace commencera d'être parcouru ? Car un commencement doit être précédé d'un autre ; celui-ci encore d'un autre, & cela sans fin & sans cesse : Quand est-ce que le premier de tous aura lieu, puisqu'il est infiniment éloigné de quelque terme qu'on entreprenne d'assigner ?

L'objection seroit concluante, si tous les temps étoient égaux ; car la somme d'une infinité de tems égaux & finis, monteroit à une somme infinie ; mais dans la même proportion que les moitiés d'espace décroissent à l'infini, les temps destinés à les parcourir décroissent de même. L'une & l'autre de ces progressions ne fait qu'une somme finie. Poussés là si loin que vous voudrés, il se manquera toujours le dernier des termes où vous serés parvenu, que la somme de toutes vos divisions & subdivisions dès le premier terme, n'égale ce premier. Pourvû que la longueur du temps pendant lequel le mouvement doit se faire, soit proportionnée à la longueur de l'espace qui doit être parcouru, ce temps fera suffisant, & le mobile aura le temps de parcourir cet espace.

Tout espace assignable est fini en un sens & infini en un autre : Il commence à un terme & ne s'étend pas au delà d'un autre ; mais l'étenduë renfermée entre ces deux termes est composée de deux moitiés, la première de celle-ci de deux autres, & ainsi à l'infini. Il en est de même du temps : L'heure dixième commence & son commencement suit immédiatement la fin de la neuvième. Entre cette fin de la neuvième & le commencement de la dixième, il n'y a aucun intervalle, quoique l'un de ces termes ne soit pas l'autre. L'heure dixième a son dernier terme comme son premier, & sa fin est immédiatement suivie du commencement



cement de l'onzième. Tout temps est donc composé de deux moitiés, dont la première l'est encore de deux autres, & cela sans aucune fin. Le tems & l'espace se répondent parfaitement.

Un espace fini & enfermé entre deux termes peut être parcouru dans un temps fini & renfermé de même entre une fin & un commencement. Cet espace, qui se divise à l'infini, peut être parcouru pendant un temps qui se divise absolument de même. Ces divisions de petit en petit poussées tant loin qu'on voudra, ne feront de côté & d'autre qu'une somme finie.

C'est un *Sophisme* & une faute contre la règle qui défend de *comparer des choses qui sont d'un genre tout différent*, que de s'ébloüir par la division de l'espace de moitié en moitié à l'infini, & puis d'ajouter, un tems fini pourroit-il suffire à un mobile pour parcourir cette infinité ? Pourquoi non, si ce temps fini renferme aussi une pareille infinité ? Dans un temps fini il se décrit un espace fini. Dans un temps divisible à l'infini il se décrit un espace qui l'est de même.

C'est encore par une semblable combinaison sophistique du fini avec l'infini, que l'on pretendoit prouver, ou plutôt que l'on faisoit semblant de prouver qu'*Achille* ne pourroit jamais atteindre une *Tortuë*. Que celle-ci ait cent toises d'avance sur lui : Pendant qu'*Achille* parcourt ces cent toises, la *Tortuë* avancera d'une centième, & tandis qu'*Achille* franchira encore cet espace la *Tortuë* s'avancera de la centième d'une centième, & ainsi à l'infini, elle le precedera toujours moins, mais elle le precedera pourtant.

Dès qu'il s'agit de comparer deux vitesses finies avec des chemins finis, il ne faut plus y faire entrer un mélange de l'infini. Qu'*Achille* parcourt une toise dans une minute seconde, il en parcourra cent dans cent minutes ; & cent & une toise dans cent & une minute ; alors la *Tortuë* n'aura qu'une avance d'une centième



de toise, & pendant qu'Achille parcourra la toise cent & deuxième, la Tortuë fera encore sur cette cent-deuxième toise une nouvelle centième de chemin; de sorte qu'au bout de cent-deux minutes, Achille l'aura devancée de  $\frac{2}{100}$  de toise. C'est ce que l'on trouve en comparant, comme la raison l'ordonne, le fini avec le fini.

Si vous voulés savoir précisément où c'est que deux tels mobiles se trouveront sur la même ligne, non pour y rester un instant, mais pour en partir dès qu'ils y seront arrivés, en telle sorte que la fin du temps qu'ils employent pour y parvenir soit immédiatement suivie, & sans aucun intervalle, du commencement du temps où ils en partent, voici la règle: La vitesse connue d'Achille est  $b$ ; celle de la Tortuë aussi connue est  $c$ : la longueur qu'elle a d'avance sur Achille est  $d$ : La longueur au bout de laquelle ils se rencontrent précisément sera  $d + x$ . Donc  $b$  (vitesse d'Achille).  $c$  (vitesse de la Tortuë) ::  $d + x$  (chemin total d'Achille.)  $x$  (chemin de la Tortuë).

Donc  $bx = cd + cx$ . Donc  $cd = bx - cx$ , &  $x =$

$\frac{c \cdot d}{b - c}$ . Ici  $x = \frac{100 \times 1}{99} = \frac{100}{99}$  &  $d + x = 100 + \frac{100}{99} = 101 + \frac{1}{99}$ ; car pendant que la Tortuë fait  $1 + \frac{1}{99}$  Achille fait  $100 + \frac{100}{99}$ .

Cette vérité que le mouvement est un état d'application successive continuelle & dans laquelle il n'y a ni instant ni atome, sert encore à résoudre une difficulté contre la continuation du mouvement.

Continuation du mouvement.

Un mobile (a-t-on dit) se trouve à chaque instant dans une certaine place, précisément égale à sa masse, & comme chaque chose est déterminée à rester dans l'état où elle se trouve, un mobile à chaque instant, est déterminé à rester où il est: Il faut donc qu'une nouvelle cause survienne pour le chasser de cette place & l'obliger à la quitter.



Une des suppositions sur lesquelles roule cette difficulté, n'est pas vraie, & l'autre sert à la lever. Le temps ne renferme point d'instant pendant lequel on puisse dire qu'un mobile occupe une certaine place déterminée : Quelque partie de temps qu'il vous plaise de choisir, pendant la durée de cette partie, un mobile change de place ; car son état est un état de changement continuel : Cette maniere d'être, cette activité est réelle : par conséquent un corps est déterminé à la conserver, & elle subsistera jusques à ce qu'une cause plus puissante la détruise. Quelque portion de tems que vous assigniez, le mouvement est successif, & par conséquent déterminé à demeurer ce qu'il est, à continuer d'être successif.

Dans le temps qu'on attribuoit aux corps des especes d'inclinations, que l'on supposoit que le repos étoit leur état naturel, que le moindre mouvement leur faisoit violence, & que, quand des mobiles font le plus de fracas, & se lancent avec le plus de fureur, comme un boulet qui renverse des murailles, & la foudre qui brise tout, ils ne laissent pas de conserver pour l'état de repos, la plus forte inclination & s'y rendent le plutôt qu'il leur est possible ; dans les temps où l'on étoit assujetti à ces préjugés, il ne faut pas s'étonner si l'on étoit en peine de savoir d'où vient qu'une pierre ne passoit pas du mouvement au repos, dès qu'elle étoit rendue à elle-même, & qu'elle se trouvoit hors de la main qui venoit de la lancer ? On repondoit qu'il passoit de la main dans la pierre une certaine impetuosité, qualité inherente pour quelque temps & capable de tenir pendant ce temps-là contre l'inclination naturelle de la pierre au repos. On a senti les embarras de cette hypothese dans le tems même qu'elle avoit le plus d'autorité. D'où vient disoit-on que cette impression étrangere l'emporte sur une inclination naturelle ? D'où vient que cette inpetuosité ne s'échape pas d'une pierre avec



la même facilité & la même promptitude qu'elle y a passé ? D'où vient qu'elle a un temps déterminé pour y rester , & que ce temps est quelque fois plus court , quelque fois plus long ? D'où vient que quand un corps se meut rapidement il faut lui opposer de si grands efforts pour le remettre dans l'état où il tend de lui-même ? *Qu'est-ce que cette impetuosité ?* Dès qu'on la suppose différente du mouvement , on ne peut s'en former aucune idée ; & si elle n'est autre chose que le mouvement même , une pierre hors de la main qui l'a jetée continuë à se mouvoir , parce que la main en la jettant lui a donné du mouvement , & que cette manière d'être subsiste à la manière des autres effets , qui n'ont pas besoin que la cause qui les a fait naître continuë à agir pour les conserver : Dès qu'ils existent une fois , ils sont par là même déterminés à persévérer dans leur existence.

On a cherché dans l'air qui circule au tour de la pierre , & qui vient la prendre par derriere , on a , dis-je , cherché dans cette circulation , la cause de la continuation du mouvement. Mais puisque l'air lui même a été mis en mouvement , par la même cause qui a lancé la pierre ; d'où vient qu'il ne se met pas en repos dès que cette cause cesse de le pousser ? On voit que dans une cuve les circulations de l'eau , autour d'une main qui la pousse , cessent d'abord après que la main qui les causoit a cessé de se mouvoir. Quelle vitesse ne seroit pas nécessaire à l'air , & avec quelle rapidité ne faudroit-il pas qu'il circulât pour pousser la masse d'une pierre , dont la densité surpasse si prodigieusement la sienne ? Outre cela , une queue de plumes ou de cheveux attachée à un dard , se repleroit du côté de sa pointe par l'impulsion violente de l'air , à laquelle elle cederoit plus aisément que le dard.

Cette dernière remarque sert encore à refuter ceux qui attribuent la continuation du mouvement d'un mo-



Bile au ressort de l'air qui se debande contre lui, & le pousse en avant. Je n'ai pû assés m'étonner de voir le P. Deschales dans cette hypothese.

Les corps descendent avec plus de vîtesse dans la machine du vuide quand l'air est pompé que quand elle en est pleine, & une pierre ne s'élance pas moins vigoureusement sur les hautes montagnes, où l'air a beaucoup moins de ressort, que dans le terrain le plus bas.

Et puis qu'est-ce que le *ressort*? Si on en attribue les effets à quelque autre cause qu'au mouvement d'une matiere qui agit sur un corps à ressort & le retablit dans sa figure precedente, c'est une *qualité oculte*, & j'aime autant m'en tenir à l'*impetuosité imprimée* à la *forme substantielle*, ou plutôt j'aime mieux demeurer dans le silence.

L'air conserve-t-il sa mobilité & son activité, par cela même qu'il l'a, & parce que cette maniere d'être par là même qu'elle est maniere d'être, & par consequent qu'elle existe, est determinée à perseverer? Ou est-ce à l'impression de quelque autre corps que l'air doit la continuation de son ressort & de son mouvement? Celui-ci tiendra-t-il encore d'un autre le mouvement qu'il a & par l'efficace duquel il agit sur l'air?

Plus vigoureusement une main chargée d'une pierre auroit frappé l'air antérieur, plus aussi elle en auroit plié les parties & bandé les ressorts; car c'est toujours le premier effet des impressions vives sur les corps à ressort. Je veux donc que cet air antérieur se fût reculé, & par là eût donné lieu au ressort de l'air postérieur de se debander de lui-même; dès que la pierre auroit fait quelque chemin, elle viendrait à rencontrer l'air chassé, & dont les parties comprimées se debanderoient avec un effort proportionné à celui qui les auroit poussées, & par consequent elles repousseroient la pierre en arriere, & prévaudroient sur l'air qui la suit, & dont le ressort s'est affoibli à mesure qu'il s'est de-



plioë , & que ses parties se sont dilatées.

On a donc cherché dans l'obscurité de diverses conjectures , une cause qui est très simple & qui se présente très naturellement. Le mouvement est une manière d'être successive : Puisque c'est une manière d'être , par là même qu'il a commencé d'exister , il est déterminé à continuer & à continuer tel qu'il est , tel qu'il a commencé : En commençant d'être , il a été successif ; sans cela il ne seroit pas mouvement. Il est donc déterminé à continuer d'être successif.

*vitesse.* Le mouvement étant un flux continuë , une succession non interrompue , la différence d'un mouvement vite d'avec un mouvement lent , ne peut pas venir de ce que l'un est interrompu par un plus grand nombre de *morules* de repos , ou par de plus longs intervalles de cessations.

Fig. III. Faites tourner la ligne  $AB$  autour de son milieu  $C$  , en frappant son extrémité  $B$  , le point  $A$  fera précisément autant de chemin que le point  $B$  , & aura la même vitesse. Tout ce qu'il y a sur cette ligne de  $B$  en  $C$  & de  $C$  en  $A$  se mouvra en même temps que les deux extrémités de  $A$  & de  $B$  , & les points  $D$  &  $E$  ne demeureront pas sans avancer aucunement pendant que  $B$  avancera de  $B$  vers  $F$  sur la circonférence  $BFGA$ . Pour petit que soit cet arc , le rayon  $CB$  , qui l'aura décrit , aura changé de place , & parvenu en  $F$  , fera avec sa position précédente l'angle  $BCF$  , & le point  $H$  se sera éloigné du point  $D$  , comme le point  $K$  du point  $E$ . On voit par là que la vitesse peut croître & diminuer à l'infini. En effet , comme nous l'avons déjà remarqué , qui dit changement , qui dit succession , dit quelque chose qui ne peut être fixe. Dès qu'une application n'est pas sur les mêmes parties , elle peut toujours devenir plus successive ; un changement peut toujours devenir plus grand & toujours moindre aussi , par degrés , jusqu'à ce qu'il soit nul. Une vitesse plus grande



c'est une application à un plus grand nombre de parties pendant le même temps ; c'est une application plus successive, plus variée. Il n'y faut pas chercher autre chose.

Mais l'esprit humain n'aime pas ce qui est tant multiple : Il en est fatigué, & le même principe qui lui a fait supposer des atomes, où il bornât ses divisions & ses subdivisions, lui a fait encore imaginer des *Morules*, des intervalles de repos, qui lui fournissent la commodité de concevoir toutes les vitesses égales en elles-mêmes, tous les mouvemens également successifs.

Voici un exemple qui force de reconnoître qu'un plus grand nombre de parties égales peuvent être parcourues dans un temps que dans un autre, quoique ces deux temps soient toujours égaux & qu'il n'y ait assurément point plus de morules dans un de ces cas que dans l'autre. Que la surface *ac* coule le long de la surface *eo* supposée d'abord en repos, & qu'elle la parcoure dans deux minutes. Après cela que la surface *oe* parcoure à son tour aussi dans deux minutes la surface *ea* qui lui est égale & qui demeure en repos. Que ces deux suppositions soient suivies d'une troisième. Que le premier rectangle se meuve de *a* en *e* avec la même vitesse qu'auparavant, & le second de *o* en *e* avec la même vitesse encore. Il est indubitable que dans une minute, le point *a* sera vis-à-vis de *f*, cette *f* étant vis-à-vis de la moitié de *eo*. Dans une minute aussi le point *o* sera vis-à-vis de *g*, & dans la ligne *fg* ; *o* sera donc vis-à-vis de *a*, & la surface *ac* aura parcouru dans une minute toute la surface *eo* avec la vitesse précisément qui lui auroit fait parcourir la première fois la moitié de *eo*. Dans le premier cas, il n'y avoit point eu un plus grand nombre de morules, ni de plus longues que dans celui-ci, car les vitesses n'ont point changé ; cependant l'application a été plus successive, & une plus grande longueur a été parcourue dans un des tems que dans l'autre.

Fig. IV.



M. Bayle, dont la fantaisie étoit d'établir le Pyrrhonisme & d'inspirer aux hommes de l'éloignement pour la Raison, allegue cet exemple (à l'article de Zenon) comme une preuve sans réplique d'une incompréhensibilité, & un cas qui met à bout toutes nos lumières. Il savoit bien que son Dictionnaire seroit lû par une infinité de gens qui ne seroient point faits à refoudre des Sophismes, qui même ne seroient point accoutumés à réfléchir, & qui loin d'avoir des principes solides sur les sciences, n'en auroient même aucune teinture. Il savoit bien qu'il n'y avoit qu'à éblouir une partie des ses Lecteurs pour les amener où il lui plairoit. Mais pour trouver dans cet exemple une incompréhensibilité qui mette à bout toute nôtre raison, il faut supposer que nous sommes nécessités à concevoir une *application successive* comme quelque chose de fixe & de réglé sur une *certaine mesure*. Il faut supposer outre cela que la Raison est à bout dès qu'elle est obligée de convenir qu'un effet qui résulte des impressions conjointes de deux causes d'égale force, est double de ce qu'il seroit s'il n'étoit produit que par l'impression d'une seule.

Temps.

J'ai déjà eu occasion de faire mention du temps en parlant du mouvement. La suite des matieres demandera encore qu'on y fasse plus d'attention. Il est donc important d'éclaircir ce terme & de s'en former une juste idée. Cette idée même doit entrer dans l'explication du mouvement, elle appartient à sa nature, puisqu'une des propriétés essentielles du temps, c'est d'être la mesure du mouvement. Si l'on n'établit pas bien ces idées, on paroîtra même tourner dans ce qu'on appelle un *Cercle vicieux*, car d'un côté dès qu'il s'agira de comparer deux vitesses inégales, il faudra les rappeler à quelque uniformité, & faire attention aux longueurs qu'elles font parcourir dans des temps égaux, & d'un autre les temps égaux sont ceux pendant lesquels des longueurs égales sont parcourûes par des vitesses éga-  
les



les. Je reprendrai donc dès les premiers principes, une matiere qui, comme on le voit, n'est pas sans obscurité.

Aucun Etre n'est different de son existence : Quand je tiens ma plume, je n'ay point deux choses dans la main, ma plume & son existence ; mais l'existence de ma plume, c'est ma plume même.

On a arrêté son attention sur divers objets : Quand on les a considérés comme des Etres, l'idée qu'on a formé pour s'en représenter un à cet égard, a été la même dont on s'est servi quand on a pensé à un autre, en le considerant aussi comme un Etre. On s'est servi d'un nom pour exprimer cette idée également applicable à toute sorte d'Etres ; c'est le nom *substantif*, mais *vague & abstrait, d'existence*.

Un corps qui demeureroit immobile & qui garderoit constamment sa grosseur, sa figure, tous ses atributs en un mot, & qui ne subiroit aucune variation quelle qu'elle fût, demeurant absolument le même à tous égards, auroit aussi son existence invariée, puisque sa propre existence ne peut pas differer de lui même. Telle encore seroit l'existence d'un Etre pensant, & qui se feroit constamment occupé de la même idée ou du même sentiment, sans même que la reflexion sur la durée de ce sentiment apportât la moindre varieté dans sa maniere de penser & d'exister.

Ou dit bien qu'un corps s'est reposé pendant une heure, un jour, une année ; mais ce sont là des *denominations exterieures*. On exprime son état & sa maniere d'exister par des noms qui, au lieu d'être tirés de ce qu'il renferme effectivement, sont empruntés de ce qui se passe au dehors de lui, de ce qui est tout different de lui & le laisse tel qu'il est. Ainsi que dans ce moment on me loue ou l'on me blame, que je sois approuvé ou desapprouvé, que je sois connu ou ignoré à cent lieues de moi, c'est ce qui ne m'appartient en aucune façon, qui n'affecte point mon existence, qui ne modi-



fié point ma maniere d'être , qui ne fait rien à ce que je suis. Ce sont des noms dont on me designe , mais tirés de ce qui se passe chés les autres , & dont certainement on abuse quand , après les avoir joint au mien , on les regarde comme exprimant quelqu'un de mes attributs. Je suis à la gauche d'un homme : Il se leve & après avoir fait un demi tour , il me presente la droite. Il ne m'est survenu aucun changement ; c'est lui qui a changé sa place & sa situation , & si on dit en Latin comme on le peut dire suivant l'usage , que *ex sinistro factus sum dexter* , cette expression ne sera pas juste , car elle paroîtra poser en fait qu'il m'est arrivé quelque changement , & joindra à mon nom des termes empruntés de ce qui est arrivé à une autre personne.

Il n'y a donc que les corps à qui il survient quelque changement , il n'y a que les corps sur qui le mouvement produit quelque effet , & par conséquent il n'y a que les corps qui ont eux-mêmes quelques mouvemens , qui éprouvent quelque variation dans leur maniere d'exister , dont l'existence soit successive & porte à juste titre le nom de *Temps*. L'existence du mouvement dans un corps , est donc l'existence du tems dans ce corps ; & le temps & le mouvement d'un corps c'est la même chose.

On est tellement accoutumé à regarder comme très justes des expressions établies par un long usage , & qu'on a repeté mille & mille fois dès son enfance , & on est tellement accoutumé à dire également qu'un corps a demeuré ou en mouvement , ou en repos pendant une heure , un jour , une année , qu'on ne peut s'empêcher d'être surpris quand on entend dire que le temps n'est pas , à parler exactement , la mesure du repos comme il est celle du mouvement , & qu'on soupçonne d'abord quelque sophisme dans les argumens par lesquels on prouve que le mot de *Temps* , est un terme qui exprime une maniere d'exister qui n'est pas celle



des corps en repos. Cependant qu'on repasse sur ces preuves ; leur évidence en fera surmonter ce que le préjugé contraire à la conclusion y oppose d'abord.

Chaque quantité est la mesure précise de soi-même, & par là chaque mouvement est la mesure à lui-même, la succession est précisément telle qu'elle est : Mais quand il s'agit de comparer des quantités, pour en connaître au juste le rapport, on leur cherche une mesure commune du même genre. Pour comparer deux mouvemens & établir leur rapport, il faut donc en chercher un qui ait ce qu'il faut pour être leur mesure commune. Et comme on peut comprendre que la mesure commune de deux étendus doit être une étendue qui se trouve précisément un certain nombre de fois dans l'une, & un certain nombre de fois dans l'autre, sans savoir pour cela comment il faut s'y prendre pour trouver une telle mesure, on peut de même comprendre quel doit être un mouvement pour servir à la mesure des autres, sans savoir par où on s'assurera qu'un mouvement a les conditions qu'on demande.

On comprend qu'un mouvement seroit propre à mesurer les autres, quand il seroit uniforme, & sans avoir besoin de faire attention au temps, on conçoit qu'un mouvement mériteroit le nom d'uniforme, quand il seroit toujours également successif, quand l'application successive dans laquelle il consisteroit n'iroit jamais ni en croissant ni en diminuant ; mais par où s'assurer qu'on a un tel mouvement ?

On est aisément venu à croire que les mouvemens des astres & surtout celui du Soleil, se faisoient avec cette régularité ; la supposition étoit commode, & on n'y remarquoit pas d'erreur. Cependant on s'est convaincu du contraire, & il a fallu s'assurer de quelques autres mouvemens pour servir de règle universelle. La raison même les a fait trouver. On a observé (& on en a découvert les raisons) que de certains pendules quand



ils étoient d'égale longueur & qu'ils partoient ensemble, achevoient & recommençoient ensemble toutes leurs vibrations, sans que l'un devançât l'autre de quoi que ce soit.

Mais comme ces vibrations n'étoient pas toutes d'égale longueur, & que les arcs décrits par ces pendules alloient en diminuant, on a attendu d'en lâcher un qu'un autre eût fait un certain nombre de vibrations, 50 par exemple, & alors quoique le second dans chaque vibration, décrivît des arcs plus longs que les arcs décrits par les vibrations de l'autre, ces vibrations ne laissoient pas de recommencer & de finir toujours ensemble.

Ces expériences soutenues par des demonstrations, ont paru mettre en droit de regarder la regularité de ces mouvemens comme propre à en faire la mesure des autres; car quoi qu'ils ne soient pas uniformes à tous égards, & que l'application successive varie dans les différentes portions des mêmes arcs, cependant il y reste toujours une uniformité suffisante. Ces vibrations qui recommencent toujours & finissent toujours ensemble, ont à cet égard une uniformité qui prouve que les petites durent précisément autant que les grandes, & présentent dans cette égalité de durées quelque chose d'assés fixe, pour en faire des mesures justes & certaines. Un mobile dont l'application seroit toujours également successive, ne fourniroit rien de plus commode dans les espaces égaux qu'il parcourroit également; & des vibrations d'égale durée sont équivalentes pour l'usage à des mouvemens uniformes en tout sens. On a donc là des mouvemens, on a des temps dont les sommes sont égales.





*De la communication du Mouvement.*

**O**N a vû qu'un corps en mouvement qui en ren-  
controit un autre en repos, le pouſſoit devant  
lui : De là on a aiſément conclu que le premier don-  
noit du mouvement au ſecond. En même temps on a  
remarqué que le premier alloit moins vîte & avançoit  
moins qu'auparavant, & de là on a encore conclu avec  
la même facilité, qu'il avoit perdu de ſon mouvement.  
De ces deux conſequences on en a tiré une troiſième,  
c'eſt que le corps frapant avoit donné au corps frappé  
une partie de ſon mouvement, & s'étoit conſervé l'au-  
tre. Mais ces trois conſolutions ſi yîte tirées donnent  
lieu à une très grande difficulté, la troiſième ſurtout.  
Le mouvement n'eſt autre choſe qu'un état du mobile,  
une maniere d'être du corps qui ſe meut ; ou ſi vous  
voulés, le mouvement d'un corps eſt ce corps même  
exiſtant d'une certaine façon, & appliquant ſucceſſive-  
ment ſa ſurface. Or comment la maniere d'être d'une  
portion d'étenduë, peut-elle devenir la maniere d'être  
d'une autre portion ? C'eſt comme ſi on diſoit qu'un  
morceau d'étenduë exiſtant d'une certaine façon, de-  
vient un autre morceau exiſtant d'une façon ſembla-  
ble.

Etat de  
Question.

Eſſaions ſi la premiere naiſſance du mouvement ne  
nous pourroit point donner quelque lumière là deſſus.  
Quand la ſuprême intelligence a voulu qu'une certaine  
portion d'étenduë fût en mouvement, infiniment ſage  
& infiniment d'accord avec elle, il ne ſe peut qu'elle  
n'ait voulu en même temps, tout ce ſans quoi ce mou-  
vement ne pouvoit ſe faire. Par conſequent elle a voulu  
que les corps rencontrés par le mobile lui fiſſent place  
& avançaſſent pour le laiſſer avancer. Cette volonté  
a eu neceſſairement ſon effet, & comme il a voulu que

Premiere  
hypotheſe.



le mouvement continuât dans l'Univers, il a voulu par conséquent que le déplacement, ou le mouvement des corps rencontrés & choqués par ceux qui en auroient continuât à se faire dans toute la suite des temps. Sa volonté toute puissante est exécutée, & cela arrive comme il l'a ordonné.

Mais si un mobile après avoir frappé le corps qu'il rencontre, continuoit à se mouvoir avec autant de vitesse qu'auparavant, celui qu'il pousseroit avant lui avanceroit aussi vite que lui pour lui faire chemin; le mouvement doubleroit donc dès le premier choc: Ces deux masses en pousseroient une troisième égale à leur somme, & le mouvement deviendrait quadruple; de sorte que si cela avoit eu lieu, une certaine doze de mouvement, que la sagesse du Createur avoit trouvé à propos d'établir dans l'Univers pour en faire la beauté, seroit parvenue dans peu de momens aux plus grands excès, & auroit tout derangé. Voila pourquoi la Sagesse suprême qui vouloit que l'Univers subsistât dans l'état où elle l'avoit d'abord mis, a trouvé à propos qu'un corps qui en rencontre un autre & qui est cause du mouvement où il se met, en perdît autant que l'autre en reçoit de nouveau. Il a fallu que la manière d'être du premier devînt d'autant moins successive que celle du second le devient plus. A proprement parler, il ne se fait pas un partage; mais les mêmes effets arrivent, que si le mouvement étoit une substance qui se partageât proportionnellement. C'est ce qui a donné lieu à des expressions tellement établies par l'usage qu'il n'y a pas moyen de les quitter: Elles sont moins justes, mais elles sont plus commodes que des circonlocutions continuelles, & quand on les a une fois expliquées, il n'est plus à craindre qu'elles jettent dans l'erreur.

On ne se formeroit pas des idées assez justes de ce système, si l'on concevoit l'Etre suprême continuelle-



ment attentif à tous les chocs, pour créer une certaine quantité de mouvement dans le corps frappé, & en détruire précisément autant dans le frappant, ou pour faire que le corps frappé existât en appliquant successivement sa surface dans un certain degré, & que le frappant appliquât la sienne moins successivement qu'il ne faisoit, précisément dans le même degré : Mais il suffit de concevoir qu'en faisant naître le premier mouvement il a voulu que les choses allassent ainsi, & il l'a voulu pour toujours. Cette volonté ne s'est pas évanouie ; elle est permanente en lui, & elle est constamment suivie des effets qu'elle a ordonné.

Ce sera dans la suite qu'on aura lieu d'examiner si les chocs des corps à ressort font exception à cette loi, ou si en remontant aux secrettes & premières causes des effets du ressort, les chocs qu'il modifie se trouvent assujettis à la loi commune, non à la vérité dans ce qui se présente aux sens, mais dans ce qui leur échape.

Pour donner plus de poids à ces loix du mouvement établies par la Sagesse suprême pour toute la suite des temps, & pour mettre dans une plus grande nécessité de les reconnoître, on a prétendu qu'elles étoient des suites de la constance essentielle à Dieu. Je doute de la force de ce raisonnement. Dieu est un Etre libre & toujours très bon & très sage : Il a établi une très grande variété dans les ouvrages de la Nature, & dans ceux de la Grace. Nous n'avons pas des idées assez exactes, assez complètes, assez déterminées des perfections divines pour nous hasarder d'en tirer des conséquences déterminées. Peut-être même que les impressions causées par les chocs, les ébranlemens qui en font les effets, seroient toujours les mêmes, encore que la quantité absolue de mouvement changeât dans l'Univers, pourvu que la même quantité relative y subsistât. Un corps par exemple, qui s'avance avec deux degrés de mouvement, reçoit la même impression

*Si elle est  
une suite de  
la constance  
de Dieu.*



& un choc de la même force d'un corps égal qui le suit & l'atteint avec fix, qu'il en recevrait s'il étoit en repos, & que ce même corps le frapât avec quatre.

Recapitu-  
lation de la  
premiere  
hypothese.

Cette expression, Une partie du mouvement du corps frapant, passe dans le corps frappé, signifie dans cette hypothese; Quand le Createur du mouvement aussi bien que de toutes choses, l'a fait naître, il a voulu que les corps rencontrés par ceux qu'il avoit mis en mouvement, s'y missent aussi, & qu'autant que ceux-ci prendroient de mouvement nouveau, autant ceux qui les fraperoient en perdissent de celui qu'ils avoient. Cette volonté a eu d'abord son effet, & comme elle subsiste, son efficace continuë aussi, & on continuë à voir l'exécution de cette volonté. C'est la *veritable* cause des mouvemens qui naissent de nouveau, dont le choc des mobiles est simplement *l'occasion*.

Seconde  
hypothese.

Mais il se peut qu'on n'eût pas besoin de recourir à la toute-puissance de l'Etre souverain, pour y chercher la cause *veritable* & *immediate* de tous les mouvemens nouveaux qui se produisent, & de tout ce qui s'en détruit. Il se peut que les chocs qu'on regarde dans cette hypothese uniquement comme des occasions & des *causes aparentes*, soient eux-mêmes des *causes veritables* & réelles.

Qui dit mouvement, dit l'état d'un corps qui change de place. Cet état est réel; le mobile existe *veritablement* avec cette maniere d'être. A la verité l'étendue a reçu d'ailleurs le mouvement qui se trouve en elle; elle l'a reçu de la premiere cause: C'est l'Etre souverain qui a produit dans l'étendue les premiers changemens de situation; mais comme l'étendue elle-même n'en est pas moins étendue, n'est pas moins être effectif & *veritable*, parce qu'elle tire son existence d'une cause differente d'elle, cette cause toute puissante & toute réelle ne s'étant pas déployée pour faire des riens, mais pour produire des choses & faire naître des effets



effets réels ; le mouvement de même , qui est un effet de cette étendue , ne laisse pas dès qu'il a été formé d'être un état réel , pour avoir reçu son existence d'une cause extérieure & différente de lui.

Le mouvement est donc un état réel du corps , il y existe , il est en lui , ou plutôt c'est le corps même existant d'une certaine façon. Un corps qui se meut change réellement de place : Or qui dit un corps qui *change de place* , dit un corps qui *déplace* ce qui s'oppose à son passage : Et qui dit un corps qui *change réellement de place* , dit un corps qui *déplace réellement* ceux qu'il rencontre , & qui par conséquent les met en mouvement. Il implique contradiction qu'un corps change de place , sans déplacer ceux qu'il rencontre. Il implique donc contradiction qu'un corps soit en mouvement sans y mettre ceux qu'il frappe : Or c'est là le *caractère essentiel d'une véritable cause* , quand il implique contradiction qu'elle agisse & que l'effet ne naisse pas de son action. Changer de place est un *état actif* ; l'effet nécessaire de cet état actif , est de faire aussi changer de place à ce qu'il rencontre & à ce qu'il déplace.

La souveraine Sagesse a vu cela en créant le mouvement. En lui donnant l'existence , il lui a donné tout ce qui étoit nécessaire pour exister , & la force de déplacer l'étoit. Le mouvement a donc reçu cette force ; il l'a reçue en recevant son existence , & cette force , à le bien prendre , n'est pas différente de lui-même. Changer de place & déplacer , c'est le même état considéré sous deux diverses relations.

Le corps rencontrant & le corps rencontré s'unissent en une seule masse ; car chaque corps est composé d'une infinité de substances , dont chacune a son existence à part ; mais ces substances composent *un seul tout* par le *contact* & par le *repos* où elles sont l'une à l'égard de l'autre. Le corps frappant touche le frappé , & il faut qu'ils avancent d'un pas égal , au moins dans le mo-



ment du choc, afin que le premier continuë à se mouvoir. Les voilà donc qu'ils forment une seule masse : Ce nouveau tout existe en appliquant successivement sa surface à ce qui l'environne. Quelle est la cause de cette application successive commune à toute cette masse. ? C'est l'application successive de celle des deux parties qui a poussé l'autre. Un effet ne sauroit être plus grand que sa cause. Il n'y aura donc pas plus d'application successive dans le nouveau tout, qu'il n'y en avoit dans celle de ses parties qui en est la cause. Le nouveau tout ne parcourra pas un plus grand espace que celui que parcourroit l'une de ses parties dans un temps égal, avant qu'elle se fût unie à l'autre.

Pour avoir la longueur du premier espace parcouru, je diviserai cet espace par sa baze, le poids du mobile. Pour avoir la longueur du second espace, je le diviserai de même par la nouvelle masse, & comme le diviseur croîtra, le quotient diminuera dans la même proportion. C'est ce qui fait dire que la vitesse du mouvement est diminuée par le choc & par l'union du frapant & du frappé, & qu'autant que celui-ci devient un corps s'appliquant plus successivement qu'il ne faisoit, autant celui-là s'applique moins successivement.

Distribu-  
tion du  
mouvement

Pour déterminer tout cela plus exactement, on cherche une mesure commune aux deux masses. Si celle qui étoit en repos, pesoit, par exemple, une livre &  $\frac{3}{4}$ , & celle qui la pousse deux livres &  $\frac{3}{4}$ , une huitième de livre sera la mesure commune des masses, & leur rapport sera celui de  $\frac{14}{8}$  à  $\frac{19}{8}$ , ou de 14 à 19.

Si cette dernière parcourroit 6 toises dans une minure, chacune de ses huitièmes parties parcourroit aussi la longueur de 6 toises : Multipliés donc cette longueur par 19, vous aurez la somme des espaces parcourus par ce mobile, ou la quantité de son mouvement qui s'exprime par  $19 \times 6 = 114$ , & chaque unité sera



une portion, savoir  $\frac{1}{114}$ . de cette quantité. Ces portions ont reçu le nom de degrés, parce que le mouvement peut croître & diminuer par degrés.

La nouvelle masse composée de  $\frac{3}{8}$ . de livre deviendra la baze d'un espace exprimé par 114, & en divisant ce nombre par 33, on aura dans le quotient  $3 + \frac{15}{33} = \frac{38}{11}$ . pour la longueur de l'espace parcouru. Cette longueur étoit premièrement de  $6 = \frac{66}{11}$ . Elle sera donc diminuée dans le rapport de  $\frac{66}{38} = \frac{33}{19}$ . c'est à-dire, dans le rapport de la nouvelle masse à la première. Chaque partie du premier mobile ne parcourra plus que  $\frac{38}{11}$ . de toise. Cela fait  $\frac{38}{11} \times 19 = \frac{722}{11}$ . Au paravant c'étoit  $\frac{1254}{11} = 114$ . La diminution suit encore le rapport de  $\frac{33}{19}$ .

Chaque partie du corps rencontré décrit  $\frac{38}{11}$ . Cela fait en tout  $\frac{532}{11}$ . qui ajoutés à  $\frac{722}{11}$ . quantité de mouvement qui reste au frapant, font  $\frac{1254}{11} = 114$ . C'est à dire qu'après le choc, si l'on somme le mouvement de la partie frapante & de la partie frappée, on aura la même quantité de mouvement, ou le même nombre de degrés qu'avant le choc.

Ce sont là les suites nécessaires de ces trois vérités. 1<sup>o</sup>. Que le mouvement déplacé. 2<sup>o</sup>. Que du mobile frapant & du corps rencontré il se fait une seule masse. 3<sup>o</sup>. Que cette nouvelle masse ou ce nouveau tout est dans un état d'application successive aussi grande, c'est à-dire aussi successive précisément qu'étoit celle du mobile frapant.

Je vois bien des gens prevenus de la pensée qu'un Etre créé ne sauroit rien produire, ou être la cause réelle de quoi que ce soit; car, disent-ils, pour produire il faut que ce qui n'existoit pas vienne à exister; & de l'un de ces termes à l'autre il y a une distance infinie: Or franchir cette distance, & par conséquent produire un changement infini, c'est ce qui passe les forces d'un Etre créé, qui par là même est un Etre fini.

si le mouvement peut être cause véritable, & s'il est essentiel à une creature de n'avoir pas de force réelle



Mais ce sont là de ces subtilités Metaphysiques qui éblouissent & qui jettent aisément dans l'erreur, parce qu'elles sont exprimées dans des termes vagues & très équivoques.

Les termes auxquels on préposoit une negation avoient reçu dans l'école le nom de *termes infinis*. *Non métal* : *Non animal*. En parlant ainsi, j'éloigne à l'infini les sujets dont je fais mention. Ici, par exemple, tout ce qui peut être métal, tout ce qui peut être animal. Delà on a conclu que quand on dit *mouvement*, *non mouvement*, il y a une distance infinie de l'un de ces termes à l'autre. Mais tout ce qui n'est pas métal, tout ce qui n'est pas animal, est-il infiniment éloigné de l'être ? Un noyau de cerise n'est pas un cerisier, c'est un *non cerisier*, mais il n'est pas infiniment éloigné d'être cerisier, il a une aptitude à le devenir, qui ne se trouve pas dans le noyau d'un autre fruit, & dont d'autres semences sont encore plus éloignées. L'eau, le sel, le soufre ne sont pas des arbres, mais ces parties servent réellement à les nourrir, & en les nourrissant elles deviennent arbres.

En general une chose qui existe, n'est éloignée du neant, ou n'est differente du rien, qu'en vertu de ce qu'elle possède de réel ; elle n'en est differente qu'autant qu'elle est réelle. Or toute réalité créée est finie. Donc aucune creature n'est infiniment differente du neant. Cet éloignement infini est le caractère propre de l'Etre éternel & nécessaire. Produire du mouvement, ce n'est donc pas produire un changement, & par conséquent un effet infini, puisque le mouvement est une réalité finie, laquelle même ne differe pas autant du neant, & n'a pas autant de réalité que la substance.

L'idée de la production d'une substance, n'est pas à beaucoup près si facile à former que l'idée de la production d'un mode ; nous avons de la peine à y venir :



Mais celle d'un mode se presente d'abord, parce que c'est l'idée d'un effet qui est en nôtre puissance ; car enfin j'introduis dans un morceau de cire tant de figures qu'il me plaît, non simplement parce qu'en retranchant de certaines pieces, je laisse paroître des figures qu'elles envelopoient & qu'elles couvroient, mais en y en faisant naître qui n'y étoient point : Par exemple, quand de ronde qu'elle étoit je l'aplatis, & que d'un cube j'en fais une pyramide, &c. Mais je n'ai pas reçu le pouvoir de produire des substances : pouvoir qui nous auroit été inutile, puisque si tout est plein, nous n'aurions pû les placer nulle part, & au cas du vuide, si les corps qui nous environnent ont le degré de densité qui leur convient, & qui convient à l'Univers, de nouvelles substances en augmentant cette densité, n'auroient fait que du derangement.

Mais cette puissance que nous n'avons pas, il est très facile de nous convaincre que Dieu l'a ; car il implique contradiction que la volonté de l'Etre infini ne soit infiniment réelle, & par consequent infiniment efficace ; car la force est toujours proportionnée à la réalité, puisque la force d'un Etre, c'est cet Etre même agissant ou en état d'agir.

On est venu à dépouiller les creatures de toute activité par deux motifs bien differens, les uns avec la meilleure intention du monde, les autres avec la plus mauvaise. Les uns ont été ravis de trouver dans le neant des creatures, & dans leur extrême & absolue foiblesse, une verité des plus efficaces, pour engager les hommes à ne craindre & à n'aimer que Dieu, seule cause immediate de tout ce qui peut nous causer du plaisir ou de la douleur. Les autres ont été ravis d'y trouver une raison pour s'affranchir de toute contrainte, de tout reproche, de toute loi, en se considerant comme des Etres sans activité, uniquement passifs & entraînés par une suite infinie de mouvemens, tous ne-

Deux principes secrets d'erreur.



cessaires, auxquels ils n'ont d'autre part que celle de les recevoir & de les sentir.

Plus les premiers ont de piété, plus ils doivent craindre d'affermir les autres dans des principes, dont les suites naturelles vont si droit au renversement de toute vertu & de toute religion; & cela même doit rendre ces principes extrêmement suspects, & même si ces conséquences en sont bien tirées, il n'en faut pas davantage pour en conclure qu'ils sont faux.

Le conve-  
nient du sis-  
tème des  
causes oc-  
casionelles.

Si nous n'avons point d'activité réelle, si nous ne sommes actifs qu'en apparence, nous n'avons point non plus de liberté réelle; nous sommes libres en apparence, mais nécessités en effet; & ce sentiment intime de notre liberté, qui n'est pas moins vif, ni moins clair, quand nous voulons nous y rendre attentifs, que celui de notre existence, que celui de notre pensée, n'est qu'un sentiment illusoire. Si nous sentons que nous sommes libres sans l'être, pourquoi ne sentirions nous pas que nous pensons sans penser? La plus parfaite certitude se réduit à une certitude de sentiment; ébranlés-la, prouvés qu'elle est trompeuse par un seul exemple, il n'y en aura plus. Voilà le genre humain réduit au plus outré Pirrhonisme.

Toute la Morale, toutes les idées de vertu & de vice tout ce système si bien lié & fondé sur des principes si simples, si clairs, ne sera qu'un entassement de chimères; car s'il n'y a point de liberté, il n'y a point de devoir, point de loi, point de Morale, ou s'il y en a, ce n'est qu'une *Morale chimerique*.

Ces chimères auront été jusqu'ici dans l'esprit de bien des hommes, des principes Physiques qui les auront déterminés à une infinité d'actions très utiles au genre humain, & qui les auront détournés d'une infinité d'autres qui lui auroient été très pernicieuses, quoique souvent avantageuses à leurs auteurs. Telles sont les obligations que l'on a à l'erreur; Mais la connois-



sance de la verité va faire changer de face à la conduite des hommes, & la mettre sur un tout autre pié. La connoissance de la verité est un principe Physique, qui mène tout naturellement & tout droit à la licence.

Mais pourquoi parler de verité ? En est-il quelque-une dans ce système, & en peut-on avoir un caractère assuré ? Si vous dites qu'il y a une évidence qui force à croire & qui exclut le doute, quiconque croit quelque proposition que ce soit, n'est-il pas également forcé à la croire ? Et dans tout ce que les hommes font, & dans tout ce qu'ils pensent, ne sont-ils pas soumis à la nécessité ?

Il faut, si ce système est reçu, changer entièrement les idées qu'on a eu jusqu'ici sur l'Etre souverain : De l'amour de l'ordre il ne faut plus lui en attribuer, puisqu'il est également l'Auteur de l'ordre & du desordre, à moins qu'on ne veuille aneantir toute difference entre le bien & le mal, & traiter d'illusions & de sophismes tout ce qu'on a dit là dessus. *Sagesse, Sainteté, Justice, Misericorde*, ce sont là des noms qui ne signifient plus rien appliqués à la cause suprême & universelle de tout. L'Univers est composé d'Automates, qui paroissent agir & n'agissent point. L'idée de l'Etre suprême se réduit à celle d'un Etre nécessité à les mouvoir.

Quand on entreprend de louer la plupart des hommes, comme on ne trouve dans leurs qualités réelles que peu de matière à éloge, on se réduit à tirer leur gloire de la comparaison qu'on fait d'eux avec d'autres que l'on prend soin de rabaisser. Cette méthode dont on s'est fait une longue habitude, on la suit quand il s'agit de louer l'Etre souverain, comme s'il ne tiroit sa grandeur & sa gloire que de notre petitesse & de notre abaissement, & que pour exalter l'un, il fallût abaisser l'autre. Cette méthode est indigne du grand objet qu'on se propose de louer, & il me semble qu'il



faudroit faire tout le contraire. Si la connoissance d'un ouvrage élève naturellement à celle de son Auteur, plus nous trouverons de grandeur & de réalité dans ceux de Dieu, plus aussi nous aurons une grande idée de sa réalité & de sa puissance. N'étoit-il pas plus digne d'elle de se déployer pour produire des choses réelles, que pour donner simplement naissance à des riens & à des apparences d'Êtres, pour produire des causes & des forces réelles; que pour faire naître de simples apparences de causes & de forces?

Dieu a voulu se représenter dans ses ouvrages: L'existence des creatures est une image de la sienne; leur activité une représentation de son activité; & comme une existence réelle est plus propre à représenter celle de Dieu, & en offre à ses yeux une image beaucoup plus juste; une activité véritable représente aussi celle de Dieu, tout autrement que ne feroit une activité qui ne seroit qu'une apparence & un rien dans le fonds. L'existence des creatures est réelle & différente de celle de Dieu, de qui elles la tiennent: Leur force de même est réelle, & elle est réellement une force distincte de la puissance divine d'où elle vient.

On dit là dessus, un Être créé n'a de force que ce que la volonté divine lui en a donné. Donc cette volonté est la cause de sa force: Elle est même, ajoutet-on, cause qu'elle subsiste; car la volonté de Dieu ayant créé cette force, de plus a voulu qu'elle subsistât; si elle subsiste c'est donc à cette volonté qu'elle en est redevable. Je tombe d'accord de tout cela; mais quand on ajoute, c'est donc, à proprement parler, la volonté de Dieu qui est cause tous les effets de cette force créée, & pour elle elle n'en est que la simple occasion: Je ne vois pas la nécessité de cette conséquence, & ce qu'elle a de vrai est mêlé d'équivoque. C'est à la volonté de Dieu qu'il faut rapporter tous les effets qui paroissent dans l'Univers, comme à leur première cause, puisque



puisque cette volonté toute puissante est la source qui a donné l'Etre à toutes les causes & à tout ce qui produit quelque effet. Mais si c'est la première cause, c'est l'unique. La conséquence n'est pas juste : Elle n'est pas cause de rien, elle n'a pas produit de simples apparences ; & les forces, les causes auxquelles elle a donné l'Etre, sont des forces réelles & des causes véritables, qui agissent & qui produisent leur effet. De Dieu elles ont reçu leur existence & leur pouvoir d'agir ; mais comme elles sont effectivement, elles peuvent réellement. Elles existent véritablement, & agissent de même.

S'il y avoit quelques Etres éternels, à la naissance & à la conservation desquels Dieu n'eût eu aucune part ; afin qu'ils ne laissassent pas de sentir l'élevation de Dieu par dessus eux, & pour les amener à lui donner gloire, & à s'abaisser sous lui, je m'étudierois à découvrir tout ce qu'il y auroit d'imperfection en eux, pour y arrêter leur attention. Mais pour sentir l'élevation de Dieu nôtre Createur au dessus de nous, il n'est pas nécessaire de fixer nos regards sur nos imperfections, & de faire attention à ce qui nous manque, au contraire l'effet naturel de tous les avantages qui sont en nous, c'est de s'humilier sous la main puissante de qui nous les avons reçus. Plus je trouve que je suis, plus je vois ce qu'il peut, puisque je ne suis que ce qu'il me fait : Plus il m'a donné, plus je lui dois d'amour, de devoiement & d'actions de grâces : Plus il m'a donné, plus il peut m'ôter, & par là je le dois plus craindre : Plus il m'a donné, plus il a de droit sur moi, & par là je suis dans une plus grande obligation de lui obéir.

Si j'étois immobile, & que la Toute-puissance divine & son infinie bonté, fît avancer des viandes jusques près de ma bouche, l'ouvrît, les fît descendre dans mon estomach, les transformât en chyle par son action immédiate, & les fît couler dans mes veines ; en un



mot si tout ce que je viens de dire, & toutes les suites que j'en éprouverois, étoient tout autant de miracles, je reconnois que j'aurois de très grandes obligations à mon Createur ; mais ne lui devrois-je pas encore davantage, & mes obligations ne deviendroient-elles pas incomparablement plus grandes, s'il me faisoit réellement présent de la force de m'avancer vers les alimens de les choisir, de les préparer, de m'en nourrir ? & n'aurois-je pas en ce cas incomparablement plus de tort si je l'oubliois & si je me bornerois à m'applaudir à la vue de mes forces, sans m'élever en actions de grâces à la Puissance éternelle qui m'auroit fait si heureux & si grand à mes propres yeux ?

Il est donc clair, ce me semble, que le système des causes occasionnelles n'est pas si nécessaire pour relever la grandeur de Dieu par dessus ses creatures, que ses partisans le prétendent. Il pourroit même avoir un effet tout opposé à leurs intentions, & si les preuves que je viens d'avancer sont bonnes, le système contraire est plus glorieux à l'Auteur de l'Univers. S'il est vrai, dis-je, qu'il faille chercher dans la nature même du mouvement & dans une de ses propriétés essentielles, la cause de ce qu'on appelle communication du mouvement, la cause réelle en vertu de laquelle un corps qui en frappe un autre le fait avancer, & en vertu de laquelle le frapant & le frappé ensemble parcourent un espace précisément de la capacité de celui qu'auroit parcouru dans le même temps le frapant tout seul ; on doit se savoir bon gré de cette découverte, & elle est à la gloire du Createur. C'est de lui que le mouvement a reçu cette force, comme il a reçu de lui d'être mouvement. Il a voulu qu'il y eût de l'étendue : L'étendue est effectivement, & est de l'étendue. Il a voulu que le mouvement fût un de ses états : Il a voulu que l'étendue existât en s'appliquant successivement ; le mouvement est un de ses états, & elle existe en s'appli-



quant ainsi : Il a voulu qu'elle changeât de place ; elle en change véritablement : Il a voulu qu'elle déplaçât ; elle déplace réellement ce qu'elle rencontre & non pas simplement en apparence. Il a voulu que le mouvement fût un état actif ; il est un état actif : Il tient d'ailleurs son activité , comme il tient d'ailleurs son existence ; son existence même & son activité sont inseparables ; car il n'existeroit pas s'il n'étoit pas mouvement , & s'il n'étoit pas un mouvement , il ne seroit pas actif , comme s'il n'étoit pas actif il ne seroit pas mouvement. Le mouvement dès qu'il existe , est par là même déterminé à continuer d'être ; sa force qui n'est autre chose que lui-même , dès qu'elle est née , est déterminée à subsister & à agir. Les effets de la volonté Divine sont réels & differens de cette volonté , par la vertu de la quelle ils ont reçu l'Etre ; & quand ces effets deviennent des causes à leur tour , ce sont des causes réelles & différentes de la cause suprême de qui elles ont reçu le pouvoir d'être des causes. L'infinie réalité de Dieu n'empêche pas que les creatures ne soient de véritables Etres ; au contraire plus la Toute-puissance qui les a formées est réelle , plus il est vrai qu'elles sont elles-mêmes des Etres réels , non des apparences : Elles tirent de Dieu leur Etre & leur force , mais leur force est réelle & différente de la Puissance divine , comme leur existence est réelle & differe de l'existence du Createur.

*Fœlix qui potuit Rerum cognoscere causas !*

*O causa causarum , quousque te nos qui  
à te sumus ignorabimus ?*







# PROPOSITIONS

PRESENTÉES A L'EXAMEN

DE MESSIEURS

DE L'ACADEMIE ROYALE  
DES SCIENCES;

A L'OCCASION D'UN SECOND PRIX  
qu'ils ont proposé pour l'année 1720. lequel  
regarde la Navigation, & a pour sujet  
cette Question:

*Quelle seroit la maniere la plus parfaite de  
conserver sur Mer l'égalité du Mouvement d'une  
Pendule, soit par la construction de la machine,  
soit par sa suspension.*



# PROPOSITIONS

PRÉSENTÉES À L'ACADÉMIE

DE MESSIEURS

DE L'ACADÉMIE ROYALE

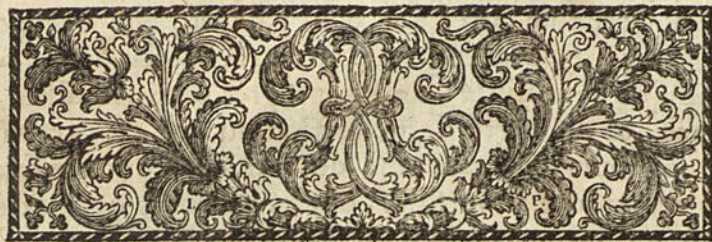
DES SCIENCES

A L'OCCASION D'UN SECOND PRIX

qui a été proposé pour l'année 1740. lequel  
regarde la Navigation, & a pour sujet  
cette Question.

Quelle doit être la manière la plus propre à  
conserver par l'air l'égale & l'inébranlable  
Résulte, soit par la construction de la machine,  
ou par la méthode.





PROPOSITIONS  
PRESENTÉES A L'EXAMEN  
DE MESSIEURS  
DE L'ACADEMIE ROYALE  
DES SCIENCES.

**J**E n'aurois pas la presumption d'écrire à des personnes si savantes & éclairées, mais deux choses me rassurent; la premiere est l'esperance que vous pardonnerés les fautes d'un mauvais stile à une personne qui n'a point été élevée en France, qui n'a jamais fait d'étude, & qui dès sa jeunesse n'a appris simplement que la profession, le travail, & l'art de l'Horlogerie; & la seconde est, que comme ce sujet regarde ma profession, que la matiere dont je traite, les réflexions & les propositions que je fais; le tout étant des choses de fait, qui me sont dictées non seulement par les experiences que j'ai faites, mais aussi par celles de plusieurs Savans qui ont donné leur attention à perfectionner l'art de l'Horlogerie; me fait aussi esperer une favorable attention en mon particulier.



La véritable affection que j'ai toujours eue pour l'Horlogerie, m'a engagé dans la recherche de son origine, de son utilité, de son progrès dans les differens temps, & du degré de perfection où elle est parvenue de nos jours; comme aussi des traités où ont été faits, des remarques à son sujet, des experiences qui ont été faites en differens temps, & des obstacles qu'on a trouvés, & qui n'ont point encore été surmontés jusqu'à présent de ma connoissance.

Toutes ces choses, Messieurs, vous étant connues mieux que je ne puis les exprimer, je ne ferai que quelques reflexions generales qui conviennent au sujet & à l'intelligence de mes propositions; & aussi des motifs qui m'ont engagé depuis plusieurs années à travailler sur ce sujet, & à la recherche de nouveaux moyens ou de nouvelles methodes pour la construction d'une Pendule ou machine qui conservera sur Mer pendant un long temps, l'égalité de son mouvement. Les nouvelles methodes que j'ai découvertes, & que je ne sache pas qu'elles aient jamais été mises en pratique que par les experiences que j'ai faites en mon particulier, repondent aux deux parties de la question susdite, à savoir pour la construction, & pour la suspension dans un Vaisseau, j'espere vous en donner une aussi juste idée, comme si j'étois present avec mon travail, la distance des lieux me privant de cet avantage: obstacle que je pourois surmonter, mais esperant que la démonstration que je fais ici, sera suffisante pour en donner toute la connoissance requise, je m'estimerai heureux si mon étude & mon travail peuvent quelque jour rendre un bon service au Public, ce qui a toujours été mon principal desir.

L'origine, le but, & la fin de l'Horlogerie, étant de produire, composer, ou faire des machines ou mouvemens, qui aient la propriété de mesurer le temps dans toutes les parties, & d'imiter la regularité du mouvement



vement de la Terre, chose qui a été si favorablement reçue du Public, pour l'utilité qu'il en reçoit en toutes sortes d'affaires, que cela a engagé les plus sçavans & les plus habiles Artistes à employer le fort de leur genie à perfectionner cet Art. En effet l'on peut dire qu'il est parvenu à un haut degré de perfection, comme je le remarquerai en son lieu.

Ayant appris depuis long-temps, & en dernier lieu par un petit Traité touchant la découverte des Longitudes, lequel propose pour methode le moyen d'une Horloge; ce qui est remarqué dans les Nouvelles publiques à la suite des Nouvelles d'Amsterdam, du 7<sup>me</sup>. Août 1714. & est ajoûté, que cette methode est estimée par les plus habiles Mathematiciens, la meilleure pour parvenir à la découverte des Longitudes, la grande difficulté est de faire des Horloges, Montres, ou Pendules qui ne varient pas.

La consideration de ces choses, m'a engagé à penser & à travailler sur ce sujet, & à profiter de l'experience de ceux qui ont travaillé avant moi, afin de surmonter les nouveaux obstacles qu'ils ont trouvé, & de prendre de nouvelles & plus justes mesures pour parvenir au but & à la fin désirée. J'ai consulté plusieurs personnes savantes, & particulièrement des savans Mathematiciens, pour savoir quel degré de justesse il falloit de necessité dans un mouvement de cette nature; car pour une justesse & regularité parfaite & exacte, il n'y en a point de main humaine qui puisse la produire, & ce seroit une temerité de l'entreprendre; mais pour une justesse & regularité qui a déjà été mise en pratique, à savoir dans les Horloges fixes à longue Pendule, dans lesquelles on peut dire qu'il y a une justesse admirable, & on en a vû qui dans une année de temps n'ont pas varié plus de trois minutes, autant qu'on a pû remarquer; là dessus j'ai été assuré que si on produisoit un mouvement ou machine, laquelle auroit la



même justesse & regularité , & avec cela seroit portable , & propre à servir dans un Vaisseau voguant en pleine Mer , & à l'épreuve du changement des climats & des saisons , conservant toujours son cours également juste & regulier pendant un long-temps , pour les plus longs voyages ; qu'une telle machine seroit sans prix , & pour le moins aussi propre pour servir à trouver les Longitudes , que la Boussole est propre à trouver les Latitudes , laquelle n'est point d'une justesse parfaite , & que souvent on fait des méprises de plus de 15 à 20 lieues dans les Latitudes : Que la machine ne variant pas plus d'une minute par mois , ne laisseroit pas de rendre un très grand service dans la Navigation , d'autant que supposé que la machine n'ait varié que d'une minute en un mois de temps ; la méprise dans le calcul qu'il faut faire , ne seroit pas plus grande que de cinq lieues , ce qui n'est pas considerable en un mois de temps sur la Mer.

Après avoir été informé de toutes les choses qui ont du rapport à ce sujet ; je viens maintenant à la description des nouvelles methodes que j'ai imaginées pour la construction d'une machine portable , dont les mouvements continuels d'un Vaisseau ne puissent pas interrompre le cours & la regularité , ce qui se rapporte à la premiere partie de la question susdite.

Comme il y a trois choses , ou plutôt trois principes d'égalité dans les Pendules fixes , qui contribuent ensemble à leur regularité , savoir , 1<sup>o</sup>. un poids qui donne sa force , 2<sup>o</sup>. un échapement de balancier à rochet , avec un Pendulon & un poids au bout ; & en 3<sup>e</sup> lieu , sa situation ou sa suspension dont je traiterai dans la seconde partie de la question : Il faut une grande force pour continuer un long cours , & une force toujours la même , pour trouver une regularité pendant son cours ; cela se trouve dans le poids des Pendules fixes ; car on trouve autant de force que l'on veut , en ajou-



tant poids sur poids , & les poids étant suspendus en l'air , conservent toujours une égalité de force ou de pesanteur , soit qu'il soit élevé de six ou sept pieds de terre en l'air , ou soit d'un demi ponce seulement. Voilà un premier principe & fondement parfait , sur lequel cheminent les Pendules fixes , & il n'y a que les accidens qui peuvent interrompre & alterer sa regularité , comme je le remarquerai plus bas. Un poids n'a de force que lorsqu'il est suspendu en l'air , & ne conserve sa force également la même , que lorsqu'il est fixe & sans mouvement , car s'il vient à être agité par quelques causes exterieures , alors le mouvement qu'il a reçu lui donne beaucoup plus de force ; de là vient qu'on a eû recours à un grand ressort pour les machines portatives , lequel n'occupe pas une grande place comme fait le poids , & n'est pas sujet d'être agité par quelques causes exterieures , mais il ne se trouve pas dans un ressort les deux propriétés qu'il y a dans un poids suspendu en l'air , savoir de la force , & une force toujours égale , jusqu'à ce qu'il ait fini son cours , il n'y a simplement que de la force dans un ressort , & cette force est toujours inégale , selon que le ressort est plus ou moins bandé ; de là vient qu'il n'est pas possible de faire un mouvement regulier sur un tel principe , & que l'on demande un mouvement perpetuel pour avoir une force toujours égale , jusqu'à ce qu'il ait tout fini. Entre tous les moyens dont on s'est servi pour corriger les inégalités d'un ressort , la fusée est sans contredit le meilleur qu' y ait , mais elle n'a pas cette perfection necessaire , la methode que je propose pour trouver dans un ressort , ou plutôt avec des ressorts , la même idée de force toujours égale pendant un long cours de tems , comme elle se trouve dans un poids , est par une division de plusieurs forces inferieures , lesquelles quoique separées les unes d'avec les autres , agiront toutes ensemble & à la fois sur un même sujet ou mouvement ,



& ainsi ce sujet recevra autant de force qu'un grand poids lui auroit pû donner, par exemple, lorsqu'un cheval ne suffit pas pour traîner le canon, on ajoute un plus grand nombre de chevaux, jusqu'à ce que l'on trouve une force suffisante pour traîner le canon; sur ce principe je puis trouver autant de force qu'il m'en faut pour continuer un long cours, tout de même que dans les Pendules à poids, on peut ajouter poids sur poids, afin de trouver la pesanteur ou force requise, voilà quant à la force; quant à la régularité de force, je la trouve dans le même principe de division de force, au lieu d'un seul grand ressort pour une Horloge à huit jours, lequel il ne faut remonter que tous les huit jours une seule fois, il faut huit ressorts inférieurs de force, lesquels agissant tous ensemble sur une Horloge ou mouvement à huit jours, lui donnent tout autant de force comme le seul grand ressort; mais pour trouver cette grande égalité de force toujours la même dans tout son cours, il faut observer de ne pas remonter tous ces huit ressorts ensemble en un même temps, mais de mettre une distance égale de temps entre chaque ressort, devant que de les remonter, à savoir de remonter un ressort à chaque jour, le premier jour il faut remonter le premier ressort, le second jour il faut remonter le second ressort, & ainsi des suivans jusques au huitième jour; le neuvième il faut remonter le premier ressort, & continuer tous les jours le même ordre que je viens de remarquer, par ce moyen on trouvera une force toujours égale, & la même en tout temps aussi long-temps que l'on observera de remonter les huit ressorts alternativement, un ressort à chaque jour, ce qui fera que la machine continuera son cours aussi long-temps que la matière subsistera en son entier, chacun des huit ressorts sera toujours dans un période de force différent l'un d'avec l'autre; le dernier remonté agira dans son premier po-



riode de force , & le premier remonté agira dans son dernier periode de force , & les autres agiront dans leurs differens periodes , selon le temps qu'ils auront été remontés , de sorte que la force generale des huit ressorts , qui agissent toujours ensemble sur un même sujet , étant toujours partagée en huit differens periodes de forces , lesquelles sont toujours à se succeder les unes aux autres , continuë la même force en tout temps , puisqu'il y a toujours en tout temps les mêmes periodes de forces qui agissent , & ainsi la même justesse & regularité de force , comme il y a dans le poids des Pendules fixes. Cette methode produit un effet admirable , puisqu'elle donne en quelque sorte un mouvement perpetuel , autant qu'il est possible de le produire avec la matiere ; à toute chose materielle il faut de necessité fournir une substance pour la conserver en son entier , c'est une verité que nous experimenterons nous mêmes ne pouvant vivre autrement , ainsi cette substance de force se fournit tous les jours , en remontant un des huit periodes ou ressorts , ce qui nourrit & entretient en tout temps la force generale des huit ressorts , & produit le même effet que l'on peut attendre d'un mouvement perpetuel : la preuve en est tout à fait démonstrative dans le modele que j'ai fait & composé suivant l'idée de cette nouvelle methode , auquel je n'ai mis que quatre periodes de force , ou quatre ressorts , chacun ayant sa fusée & sa chaîne lesquelles agissent sur un même sujet , & fait un effet admirable , puisqu'il imite la justesse & regularité des Pendules fixes à poids ; & ainsi un principe & fondement tout à fait assuré & parfait , lequel donne une idée d'une force toujours égale , comme le poids d'une Pendule fixe ; & si cette idée n'est pas tout à fait satisfaisante , l'on peut faire une plus grande division de periodes , en ajoutant un plus grand nombre de ressorts & de fusées. Ainsi je dis que voilà un fondement , ou



premier principe de force, sur lequel on peut travailler avec assurance, pour faire des machines portatives propres à servir sur la grande Mer.

Le second principe d'égalité qui se trouve dans les Pendules fixes, à savoir un échapement de balancier à rochet, avec un pendulon & un poids au bout, donne une idée d'une regularité parfaite dans les mouvemens, ou vibrations du balancier; un échapement à rochet n'est point sujet comme les autres échapemens à un accrochement, à un renversement, & à un batement ou contrebatement: Les deux premiers causent des arrêts, & le dernier cause des inegalités dans le mouvement du balancier. Le poids qui est attaché au bas bout du pendulon, sert à maintenir les vibrations du balancier dans un mouvement regulier; en sorte que quand il est toujours mené par une force égale, il ne se peut pas faire que son mouvement ne soit toujours le même. Dans ce second principe d'égalité il y a deux parties, savoir, 1. un échapement à rochet, 2. un pendulon avec un poids: il n'est pas possible de mettre en pratique ces deux parties dans une machine portative, on ne peut mettre en pratique que la premiere, à savoir un échapement à rochet, pour un pendulon avec un poids au bout suspendu dans l'air, il faut de necessité qu'il demeure dans un lieu, & soit fixe, par les raisons que j'ai remarquées ci-dessus, en parlant du poids d'une Horloge. Mais on a trouvé une methode admirable pour les machines portatives, & qui fait le même effet que le poids suspendu en l'air attaché au bas bout du pendulon, à savoir un ressort à spirale fait en rond de la figure d'un limaçon, lequel regle les mouvemens ou vibrations d'un balancier, avec la même justesse que le poids attaché au pendulon d'une Pendule: nous en avons l'exemple & la preuve dans les machines portatives, à savoir les Montres qui se portent dans la poche, dont il y en a un grand nombre quoi-



que d'un si petit volume, qui ont la même justesse & régularité qu'une Pendule fixe. On peut dire que ce n'est point un hazard, puisqu'il est constant lorsqu'une Montre bien faite & conditionnée se trouve entre les mains d'une personne soigneuse qui en a le soin requis, elle continuë son cours pendant un long-temps, dans une justesse admirable; ce que beaucoup de personnes de ma connoissance peuvent témoigner de leurs Montres. Le plus habile Horloger ne peut pas répondre de la justesse de son ouvrage pour plus long-temps que la durée de son cours; or la plupart des Montres de poches n'ayant leurs cours que de 24 à 30 heures, ne les ayant plus entre ses mains pour en avoir le soin lui-même; il ne peut pas répondre du soin qu'un autre personne en aura. J'ai fait cette remarque afin de donner à connoître le haut degré de perfection où l'Horlogerie est parvenue de nos jours; je remarquerai aussi l'obligation & la veneration que nous devons à la memoire de feu Monsieur Huygens pour la découverte de deux si excellens principes d'égalité. L'invention des Horloges à Pendules lui est attribuée dans le Journal des Savans au Tome troisiéme page 159. du Lundi premier de Janvier 1674. Il a aussi donné la premiere idée pour l'invention des Montres à Pendules ou à ressort spiral, dans le Journal des Savans du mois de Février 25<sup>me</sup>. 1675. Je puis dire que feu mon pere a été le premier ouvrier, qui a fait des Montres à spirale dans la perfection où elles sont à present. La distance du lieu de sa demeure le privant de la connoissance personnelle de feu Monsieur Huygens, il eut connoissance de sa proposition, de faire un ressort attaché au balancier afin d'en regler les vibrations, dans ledit Journal du 25<sup>me</sup>. Février 1675. il admira une si juste idée, & son imagination en étant remplie il se mit aussi-tôt à faire un modele qui fut fait en deux heures de temps de cette maniere: Il prit le balancier



d'une vieille Horloge qui avoit environ six pouces de diametre, il le mit à son équilibre dans un cadre qu'il fit exprès; prit le grand ressort d'une vieille Montre plate tout ployé en rond, il attacha le bout du ressort qui regarde le centre à une des palettes du balancier, & l'autre bout du ressort qui regarde la circonférence, à une branche du cadre; le balancier & le ressort étant ainsi en état d'agir, il vit l'effet que le ressort avoit sur les vibrations du balancier, qui étoit le même que le poids suspendu au bas bout d'une Pendule. Il se mit en même temps à faire des Montres sur ce principe, qui ont servi de modele aux Montres à spirale qu'on a faites jusqu'à present en Angleterre. Pendant ce temps là, Monsieur Thuret demeurant à Paris, ayant le bonheur de la connoissance de Monsieur Huygens, perdit beaucoup de temps à faire des Montres avec un ressort droit, qui agissoit sur la circonférence du balancier, ce qui n'a pas produit un bon effet, & on a été obligé de se servir d'un ressort en rond de la figure d'un limaçon, suivant la methode que feu mon pere pratiqua dès le commencement; j'ai crû devoir faire cette digression sur une des plus belles découvertes qui ait été faite dans l'Horlogerie, je me suis donc conformé à faire ma Machine suivant la methode de ce second principe d'égalité, à savoir un échapement à rochet avec un balancier ayant un ressort à spirale. Voilà mes propositions sur la maniere la plus parfaite de conserver sur Mer l'égalité du mouvement d'une Pendule, par rapport à la construction de la machine, lesquelles j'espere seront reçûes, puisqu'elles sont toutes fondées sur l'expérience, & la pratique. S'ensuit la methode la plus parfaite pour la suspension & pour son entretien dans une grande regularité pendant un long-temps sur la Mer, & dans tous les differens climats, ce qui se rapporte à la seconde partie de la question.



Il est certain qu'une machine qui sera construite selon l'idée que donnent les deux principes d'égalité ci-dessus démontrés, il faut de nécessité que tout le cours de son mouvement soit regulier, & il n'y a que des accidens & des causes exterieures qui puissent en alterer le cours; il est certain aussi que la perfection de l'Horlogerie depend de la veritable connoissance de tous ces accidens, & causes exterieures qui les produisent, afin de pouvoir surmonter tous les obstacles qu'on a découverts; je me suis donc appliqué à cette connoissance, comme je l'ai marqué au commencement de ces reflexions, & ne rapporterai que la remarque d'un Auteur, qui dit: Qu'on a plus fait de progrès depuis environ cinquante ans, dans les Arts & dans les Sciences, & particulièrement dans la Phisique & dans les Mathematiques, qu'on n'en avoit fait pendant plusieurs siecles precedens, & les experiences qu'on a faites de nos jours, ont beaucoup contribué à l'augmentation de nos connoissances, ce n'est, par exemple, que depuis quelques années qu'on commence à connoître les propriétés de l'air, qui est naturellement froid, & qui ne s'échauffe que par le mouvement & l'impression que lui donnent les raïons du Soleil. On en sera bien-tôt convaincu, si on fait reflexion que dans nos climats, l'air qui vient du côté du Nord où est le Pole, d'où le Soleil est éloigné, & auquel il ne communique ses raïons qu'obliquement, que cet air, dis-je, est beaucoup plus froid que celui qui vient du côté du Midi, où est la ligne Equinoxiale, dont le Soleil est plus proche que du Pole, & sur laquelle il darde souvent ses raïons à plomb, l'on peut aussi ajoûter, que l'air n'est plus froid la nuit que le jour, qu'à cause de l'absence du Soleil: Dans un autre endroit il dit, nous nous appercevons très sensiblement des changemens de chaud & de froid, qui arrivent à l'air dans lequel nous vivons, mais il ne seroit pas facile de comparer au juste la chaleur d'un jour avec celle



d'un autre , sans le secours d'un instrument qu'on a inventé depuis un certain temps , & qu'on a nommé Thermomètre. Il remarque que le propre de la chaleur est d'étendre , de dilater & de rarefier tous les corps , & qu'au contraire le froid les resserre , les comprime , & les racourcit : Et les corps mêmes qui nous paroissent les plus durs , sont sujets à cette loi ; on en a la preuve par une experience qu'on a faite de nos jours : On a pris deux pieces de marbre , longues de trois pieds ou environ , larges d'un demi pied , & épaisses de trois pouces , lesquelles avec tout l'Art possible , on a rendu de même longueur , de même largeur , & de même épaisseur ; on a exposé à l'air pendant une forte gelée ces deux pieces de marbre , assés de temps pour que la gelée eût fait son effet dessus , on a échauffé une de ces deux pieces de marbre dans de l'eau chaude , aussi long-temps qu'elle eût pris assés de chaleur , pour qu'en la tirant de l'eau en y appliquant la langue , on eût de la peine à s'y souffrir. Ensuite on a appliqué ces deux pieces de marbres l'une sur l'autre , & on a trouvé une difference très sensible ; on a réitéré cette experience , en échauffant la piece de marbre qui avoit demeuré exposée à la gelée , & remise à la gelée celle qui avoit été échauffée dans de l'eau chaude , & en les appliquant l'une sur l'autre , on a trouvé encore une difference plus sensible.

Je rapporterai aussi une experience qui a été faite sur Mer , avec une Horloge ou Pendule , on a trouvé le moïen par un genou de suspendre en l'air dans un Vaisseau une grande boëte ou armoire , laquelle aiant un puissant poids au bas qui la retenoit dans un équilibre fixe , le genou qui la suspendoit cedit à toutes les agitations ou mouvemens du Vaisseau , en sorte qu'aiant mis deux Pendules dedans ladite armoire , elles ont cheminé & continué leurs cours , en voguant sur la grande Mer tout de même que si elles eussent été sur terre



ferme en un lieu fixe, l'une des deux Pendules ne s'est point arrêtée pendant tout le temps d'aller & de revenir d'un grand voiage, sur laquelle on a fait les observations suivantes. On a observé de les bien regler avant que de partir; à mesure qu'ils avançaient vers les climats chauds, la Pendule alloit plus doucement de quelque minutes par jour; & quand ils ont été dans les climats les plus chauds, la Pendule alloit trop doucement de cinq à six minutes par jour, & continuant leurs observations dans le retour du voiage, ils ont observé qu'à mesure qu'ils se sont avancés devers nos climats, la Pendule alloit plus vite, & regagnoit ce qu'elle avoit perdu en allant, tellement que lorsqu'ils ont été de retour, la Pendule s'est trouvée aussi bien réglée qu'elle étoit avant que de partir. Là dessus sans faire de nouvelles recherches pour découvrir les veritables causes de ces nouveaux obstacles, ils en ont laissé le soin à ceux qui viendroient après eux; remarquant seulement dans leurs écrits, que la grossiereté de l'air & le changement des climats étoit un obstacle qu'on n'avoit pu surmonter jusques à present; c'est ce qui a donné lieu au préjugé du Public, contre la possibilité qu'il y auroit de faire une Pendule, ou machine qui auroit un cours regulier sur la Mer.

Je n'ai rapporté ces remarques & experiences qui ont été faites par les savans; que d'autant qu'elles donnent la connoissance des accidens & des causes exterieures qui agissent sur toutes machines aiant un mouvement, comme j'espere le faire voir ci-après, par quelques reflexions à ce sujet.

Ma premiere reflexion est que si toutes sortes de matieres même les plus dures, comme le marbre, l'acier, & tous les metaux, sont sujets à cette loi, d'être resferés, comprimés & racourcis, selon le degré de chaleur, ou de froid, qui se trouvent dans le lieu où elles sont, il s'en suit que toutes sortes de machines mouvan-



tes, soit Horloges, Pendules grandes & petites, & Montres de poche, toutes sans exception, sont sujetes à cette loi. Cela étant, comme on n'en peut douter, selon la demonstration des susdites experiences, il s'en suit aussi que le chaud & le froid aiant une grande influence sur toutes sortes de matieres, les machines mouvantes qui sont toutes faites de quelques matieres, seront toutes sujettes aux mêmes influences; leur cours sera plus lent ou plus rapide, selon les differens degres de chaleur, ou de froideur du lieu où elles se trouveroient, & qu'il ne se trouvera de la regularité dans aucune, qu'autant qu'il se rencontrera une même égalité de chaud & de froid.

Je dis aussi qu'elles seront toutes sensibles au chaud & au froid, les unes plus, les autres moins, selon la quantité de matieres, ou plutôt selon le volume qu'elles auront. Les grandes machines seront de beaucoup plus sensibles que les petites; le diametre des rouës, & du balancier rond étant plus grands, tous les ressorts & verges du balancier à Pendule étant aussi plus longs, les effets de la chaleur & du froid auront plus de prise sur elles, elles augmenteront ou diminueront les diametres des rouës, & aussi elles allongeront ou racourciront la longueur des ressorts & des verges, avec plus de difference & sensibilité, que non pas celle d'un petit volume.

Comme une rouë qui est menée par son centre à plus ou moins de force, selon la difference de grandeur des diametres; & aussi des ressorts, plus ou moins de forces, selon la difference des longueurs qu'ils ont, il s'en suit qu'étant ainsi sujetes aux influences exterieures du chaud & du froid, elles seront aussi sujetes au changement de leurs justes mesures de grandeur & de longueur, & ainsi leur force sera changée; ce qui arrivant dans toutes les parties d'une machine mouvante, comme il est certain que cela arrive, il est évident que



la véritable cause des changemens & des variétés qui se trouvent dans toutes sortes des susdites machines , ne proviennent que des differens degrés de chaleur ou de froideur , qu'il y a dans les differens lieux du monde , ou lesdites machines se trouvent.

Voilà la véritable connoissance des causes exterieures qui agissent avec tant de puissance sur toutes sortes de machines , qu'elles en alterent le cours selon leur inconstance. Il y a long-temps que j'ai remarqué , que tous nos ouvrages sont sujets à la variété des saisons , & que les grands ouvrages , c'est-à-dire , les Horloges d'une Ville y sont plus sujettes que toutes les autres. Mais sans me déterminer à rien de particulier , ne me trouvant pas assés de savoir pour en découvrir les véritables causes , je me suis arrêté à la notion commune de l'inconstance de l'air , & de la variété des saisons , jusques à ce qu'aïant été mieux éclairé par la lecture de quelques Traités des Savans , qui traitent des effets de la nature , & des propriétés des élemens , & aussi des experiences qui en ont été faites.

C'est ce qui a donné lieu à la découverte & invention de plusieurs machines , qui donnent des moïens efficaces pour connoître & se servir utilement des propriétés de chaque élément , & en particulier du Feu , à savoir les étuves , & les thermometres , avec lesquels on subvient à l'absence de la chaleur du Soleil , dans les temps & les saisons qu'il s'éloigne de nous ; & on connoît les degrés de chaleur nécessaires pour les differens usages dont nous avons affaire. Avec ces machines , on a trouvé la methode de conserver en vie ou en mouvement , dans les climats froids , des plantes qui ne peuvent subsister que dans des climats chauds , où le Soleil ne fait pas de si longues absences , exemple , les orangers que l'on renferme pendant un rude Hiver , dans de grandes chambres ou sales , ou avec le moïen des étuves on retient la presence du Feu , ou la chaleur nécessaire pour leurs entretiens.



Il y a des personnes qui se sont appliqués à faire des machines du vuide propres à renfermer une Pendule, pour la garantir contre la grossiereté de l'air, & les changemens des climats. Choses que je ne croi pas facile à mettre en pratique, ni d'aucune utilité pour ce sujet; je suppose qu'on ait trouvé la methode de renfermer une Pendule, de la remonter, & lui faire continuer son cours pendant un long-temps dans une telle machine, en sorte que l'air n'en puisse approcher pendant un fort long-temps en aucune maniere. Cependant il arrivera que la chaleur qui penetre tout, même dans le vuide, ce qui est à observer entre les remarques des savans, lesquels ont fait fondre de la cire dans une machine du vuide, par la chaleur extérieure du feu qui penetrait dedans, quoique l'air fût entièrement dehors la machine; ainsi il arrivera, dis-je, qu'une Pendule renfermée dans une pareille machine du vuide, ne sera point à couvert des differens degrés de chaleur qu'il y a dans les changemens des climats & des saisons, & ainsi la Pendule sera sujette aux mêmes irregularités, puisqu'elle ne sera point à couvert contre les fortes influences des differens degrés de la chaleur & de la froideur; lesquelles sont la véritable cause, ou les causes extérieures qui agissent sur toutes les parties d'une Pendule, comme je l'ai démontré évidemment ci-dessus.

Ces reflexions m'ont donné l'idée des propositions que je fais ici, sur la maniere la plus parfaite de conserver sur Mer l'égalité du mouvement d'une Horloge ou machine, par rapport à sa suspension, lesquelles j'ai mises en pratique en mon particulier, & fait les remarques que je produirai ci-après.

Dans le troisième principe d'égalité, que je dis qu'il y a dans une Pendule fixe, celui de sa suspension à deux parties, la première, est un lieu fixe, la seconde, un lieu à couvert des influences de l'air, & de la variété des saisons. La propriété d'un lieu fixe, c'est une grande



tranquillité, ou une Pendule n'est point sujette à aucune agitation extérieure, qui pourroit la dérégler : Et celle d'un lieu à couvert, &c. entretient toutes les parties d'une Pendule dans leur juste mesure, & maintient l'égalité du mouvement : Il est à remarquer que celles des Pendules fixes qui vont si juste, ce sont celles qui sont dans un lieu où l'on fait du feu dans une rude ou froide saison ; ce principe d'égalité peut être mis en pratique dans un Vaisseau par la méthode qui suit.

Premièrement il faut faire une armoire d'une grandeur convenable, pour renfermer deux ou trois Pendules, un thermometre, une étuve, & deux ou trois lampes, plus petites les unes que les autres, il faut suspendre en l'air cette armoire dans un Vaisseau, par le moyen d'un genou, afin de la retenir en équilibre pendant les agitations d'un Vaisseau. Il sera à propos que le globe ou genou sur lequel sera suspendu cette armoire, soit attaché à un ressort assez fort, pour pouvoir soutenir tout le poids de l'armoire & de la machine sans se rompre ; ce ressort servira à garantir la machine contre les mouvemens subits du haut en bas, comme d'une chute ; comme le genou sert contre les mouvemens du balancement d'un Vaisseau, il la faut placer au centre & au fond d'un Vaisseau, afin qu'elle soit à couvert des mouvemens les plus subits, & des raïons du Soleil ; comme aussi des agitations de l'air ; il faut que cette armoire soit double l'une dans l'autre ; il faut qu'elles soient faites de cuivre, de fer, ou d'autre metal, matieres pesantes, & qui retiennent la chaleur long-tems dans toutes leurs parties, la moindre armoire faite de cuivre, doit renfermer les Pendules avec un thermometre, elle doit être placée en dedans de la grande en haut, & au niveau du devant de la grande, & se fermer bien juste avec un chassis ou fenêtre, auquel il doit y avoir une grande verine, afin de pouvoir voir cheminer les Pendules, & l'effet du thermometre qui seront renfermés



dedans , la grande armoire ne doit pas être plus large que la moindre , que de ce qu'il faut pour que la moindre entre juste dedans ; mais elle doit être plus profonde de quelques pouces , afin qu'il y ait un vuide ou espace entre l'interieure & l'exterieure des deux armoires , pour servir de passage à la chaleur , à la fumée , & à communiquer la chaleur dans le dedans de la moindre armoire : La grande armoire doit être considérablement plus longue que la moindre , afin de pouvoir placer tout au bas une étuve , & quelques lampes , & qu'il y ait un espace pour faire monter & descendre les lampes , pour donner plus ou moins de chaleur à l'armoire qui renferme les Pendules ; il faut aussi que le bas de la grande armoire soit fermé avec une fenêtre par devant , où il y ait quelques verines , afin de voir les lampes allumées , & que l'agitation de l'air ne les éteigne point ; & aussi de retenir la chaleur en dedans ; il faut qu'il y ait plusieurs trous au fond du bas de la grande armoire , pour donner passage à l'air , afin que le feu & les lampes ne s'éteignent point ; & de faire monter la chaleur & la fumée par l'espace qui est entre les deux fonds des armoires l'une dans l'autre , jusques en haut deldites armoires , où l'on pourra pratiquer une cheminée pour conduire la fumée ou l'on voudra.

Cette armoire ainsi construite , & placée dans le fond d'un Vaisseau , étant suspendue en l'air par un genou , fera en premier lieu le même effet , comme un lieu fixe , pour placer une Pendule qui sera ainsi à couvert des agitations de l'air , & de celle d'un Vaisseau , & demeurera tranquille dans sa situation. En second lieu , la Pendule sera à couvert contre le changement des climats & des saisons , par le moyen d'une chaleur convenable & constante , & toujours la même ; ce qui pourra être facilement pratiqué avec l'étuve , ou les lampes , & le thermometre , dans une saison ou climat le plus froid , on pourroit mettre du feu & allumer des  
lampes



lampes, & ainsi dans une saison ou climat chaud, on pourra mettre peu de feu, ou n'allumer qu'une petite lampe, & la tenir éloignée de l'armoire où est la Pendule, & dans les pays sous la ligne équinoxiale, ne point mettre de feu, ni de lampe, le Thermometre qui est sensible au moindre changement de chaleur, & qui sera renfermé avec les Pendules, donnera toujours à connoître lorsqu'il faudra augmenter ou diminuer la chaleur, au moindre mouvement qu'il fera pour descendre ou pour monter, outre le degré convenable de chaleur qu'on aura choisi. Pour choisir & trouver ce degré convenable de chaleur, il faut observer que ce ne soit pas une chaleur si grande, qui pourroit alterer la trempe des pieces d'acier, & cuire l'huile, & aussi que cette chaleur ne soit pas trop petite, qui ne pourroit être pratiquée dans les pays vers la ligne équinoxiale où le Soleil a plus de force. Ainsi il faudroit faire cette observation, si elle n'a pas encore été faite, d'avoir plusieurs Thermometres d'une même grandeur & figure, & bien d'accord ensemble, lorsqu'ils sont en même lieu, de les transporter sur un ou plusieurs Vaisseaux, & les placer dans les lieux au fond d'un Vaisseau, qui sont le plus à couvert des rayons & de l'ardeur du Soleil; & que dans un Voyage, lorsqu'on vient sous la ligne équinoxiale, l'on observe tous les changemens du Thermometre, & tous les degrés de chaleur où il montera, soit de jour, soit de nuit, & même dans les differens tems de l'année, si cela se peut, & d'en faire un Memoire de toutes ses observations. Ainsi l'on pourra choisir le plus haut degré de chaleur qu'il y a dans l'air renfermé au fond d'un Vaisseau, lorsqu'il est dans les pays les plus chauds sous la ligne, & ce degré de chaleur étant connu par le moyen du Thermometre, il sera très-facile d'entretenir ce même degré de chaleur dans l'Armoire où seront les Pendules, suivant la methode que j'ai proposée ci-dessus. Lorsqu'un Vaisseau voyagera dans tous



les differens climats du monde , une Pendule ainsi placée & suspendue , se trouvera à couvert contre toutes les grossieretés de l'air commun , & ne sera point sujette à tous ces accidens , comme les vapeurs , les humidités , & les agitations inégales & violentes ; cet air aura aussi un mouvement regulier en soi , puisqu'il ne sera agité que par une force reguliere , je veux dire une chaleur toujours la même. Enfin cette même chaleur égale , qui dominera ou agira en tout temps & toutes saisons , avec le même degré de force sur toutes les matieres renfermées dedans cette Armoire , fera que toutes les parties d'une Pendule seront toujours maintenues dans une même mesure de grandeur & de longueur , & par consequent une même mesure de force & de mouvement , dans tous les changemens de climats.

L'experience que j'ai faite en est une preuve. J'ai fait une petite Armoire suivant la methode que j'ai déduite ci dessus , où j'ai enfermé ma machine avec un Thermometre , laquelle alloit juste suivant une Pendule fixe ; & lorsque j'ai allumé la lampe , le Thermometre a monté considerablement , & de plus en plus , à mesure que j'ai augmenté la chaleur , de même aussi ma machine est allée plus doucement de plus en plus , jusques à cinq ou six minutes en un jour de tems ; & lorsque j'ai retiré la lampe ou la chaleur , le Thermometre est descendu au même point qu'il étoit ci-devant , & ma machine a repris son premier cours. Ainsi j'ai fait dans ma Boutique , sans changer de climats ni de saisons , la même experience que j'ai rapportée ci-dessus avoir été faite sur Mer par une Pendule. Ce qui est une preuve démonstrative que ce n'est point proprement la grossiereté de l'air , ni le changement des climats & des saisons , qui cause ces irregularitez , autrement que par rapport aux grandes differences de chaleur & de froideur qu'il y a dans tous les climats , selon que le Soleil y a plus ou moins de force ; & que si



il est possible ( comme je crois qu'il est par la methode que je viens de proposer ) de placer une Pendule , ou une machine portative , dans un lieu où elle soit gouvernée par une chaleur toujours égale , on aura trouvé un troisième principe d'égalité aussi parfait pour la suspension ou plutôt pour garantir une pendule contre la grossièreté de l'air , le changement des climats & des saisons que les deux premiers que j'ai produits , sont pour la construction , & qui servira d'une maniere admirable , pour conserver sur Mer l'égalité du mouvement d'une Pendule , en la mettant à couvert contre tous accidens extérieurs , dans tous les differents climats du monde.

Voilà , MESSIEURS , mes Propositions sur le second prix , qui regardent la navigation , lesquelles vous proposent trois principes d'égalité , qui chacun en son particulier , donne une idée d'une regularité aussi parfaite que les trois principes d'égalité que j'ai dit y avoir dans la construction des Pendules fixes , soit pour l'égalité du mouvement d'une Pendule , soit pour la construction de la machine , & soit pour la suspension ; cette idée est confirmée par les choses de fait & d'experience que j'ai produites , & que l'on peut mettre en pratique , lorsqu'il sera requis. C'est ainsi ce qui me donne l'esperance que mes Propositions seront reçues , & approuvées par Vous , MESSIEURS , ce qui seul peut meriter l'attention d'une puissance Souveraine , & obtenir sa protection , & son assistance , pour avoir les moyens nécessaires pour mener un si grand , & si beau travail à sa perfection ; chose qui rendroit un si grand service au public , non seulement par raport à la navigation , mais aussi aux peuples du païs où on aura le premier perfectionné cette machine , puisqu'il en faudroit faire autant qu'il y a de navires qui voyagent sur mer par tout le monde , ce qui donneroit un si grand travail , qu'il entretiendrait un grand nombre de peuples , & donneroit lieu à l'éta-



blissement d'une fabrique ou nouvelle manufacture qui produiroit un tres grand négoce, & de grandes richesses dans le païs, qui le premier auroit acquis la reputation de faire lefdites machines dans la perfection que l'on demande.

Je m'estimerois heureux, si en mon particulier, je puis contribuer de quelques choses à la perfection d'une si belle entreprise, laquelle je dirai être déjà très avancée, & qu'il n'y a plus qu'un pas à faire pour arriver à la fin, & pour prouver cette verité, je ferai quelques reflexions convenables à mon sujet, pour donner a connoître le degré de perfection, où l'art de l'horlogerie est parvenu de nos jours, & repondre aux difficultéz, ou objections que l'on peut faire, de tous les obstacles qu'il faut surmonter, par raport à tous accidens; il est certain qu'on ne peut prendre des mesures trop seures, pour la perfection d'un si bel art, & une chose si necessaire & si utile pour le bien public, & quoique la dépense soit trop considerable pour la portée d'un simple ouvrier, ce ne peut pas être grand chose par raport au public, & la recherche d'une si grande chose ne peut être que tres avantageuse pour peu que l'on trouve des degrés de perfection plus grands que ce qui a été trouvé jusqu'à present, ce qui arrivera sans contredit. La chose est si vraie, que le jugement & la raison nous enseignent que si il a été possible de faire un si petit mouvement propre a servir dans un si petite espace que la poche d'une personne, & cependant qui a une si grande justesse durant son cours de 24. à 30 heures, il est évident qu'ayant tout l'espace que l'on veut dans un vaisseau, soit pour la construction, & pour la suspension, il sera possible de faire une machine qui aura un long cours, d'une grande régularité pendant un long temps, lorsqu'on aura trouvé les veritables regles, mesures, proportions, & précautions qui sont necessaires pour la composition & execution de pareils mouvemens.



Ma premiere reflexion est sur la possibilité qu'il y a de parvenir à un degré de perfection suffisante, pour servir à l'usage que l'on demande, ainsi je donnerai du mieux qu'il me sera possible une idée de l'Horlogerie, le point de perfection où elle est parvenue à present, & ce qui manque pour la perfectionner. Je ne parlerai point des grandes Pendules fixes, ni des sonneries, & des repetitions, quoique ce soient des parties considerables dans l'Horlogerie, & bien perfectionnées, qu'en ce qui est propre à mon sujet, mais seulement des machines ou mouvemens portatifs qui puissent servir dans un Vaisseau, de même que les Montres dans la poche.

Pour donner une juste idée de l'Horlogerie, je la diviserai en trois parties principales : la premiere, c'est le plan ou la construction ; la seconde c'est le travail ; & la troisième, c'est l'échappement du balancier.

Pour faire une chose parfaite, il faut de necessité que toutes les parties soient sans défauts, ainsi je dirai que le degré de perfection où l'Horlogerie est parvenue, est d'avoir perfectionné deux des principales parties, à savoir, les deux dernieres autant qu'il est possible ; pour la premiere partie elle est encore imparfaite dans le plan & la construction, mais, dira-t-on, pourquoi sa construction n'est elle pas aussi perfectionnée que les deux autres parties, puisqu'on n'a pû rien faire sans elle ? A cela je réponds, qu'il faut de toute necessité six choses, sans lesquelles il est impossible de faire aucun ouvrage parfait en Horlogerie ; la premiere c'est le lieu ( ou espace ) ; la seconde, c'est les materiaux ; la troisième, c'est le temps ; la quatrième, c'est le genie ; la cinquieme, c'est la pratique au travail ; & la sixieme, c'est l'épreuve. Pour la premiere, quoique l'on soit toujours libre de prendre l'espace que l'on veut, cependant les Horlogers ont toujours été restraints à faire de petites Montres, qui sont de petites machines portatives qui so-



portent dans la poche d'une personne ; & je soutiens qu'il n'est pas plus possible de faire un ouvrage parfait dans un si petit espace , que de bâtir un magnifique Palais sur un petit terrain : Pour la deuxième , la nature nous donne des matériaux , & l'on trouve des gens qui les savent préparer : Pour la troisième , quoique l'on soit libre de prendre son temps , un homme qui est obligé de gagner sa vie par son travail , n'est pas libre de choisir tous les ouvrages dont il se trouve capable , faute de moyens & d'une opulence nécessaire pour pouvoir subsister avec sa famille , & faire la dépense requise à un grand travail : La quatrième , le génie , c'est un don de Dieu que tout le monde n'a pas : La cinquième la science qui ne s'obtient que par l'étude & le travail , c'est ce qui fait qu'il n'y en a que très peu qui l'obtiennent à un degré suffisant , pour faire & composer une chose au dessus du commun , & particulièrement les riches , n'ayant pas besoin du travail pour subsister , ne s'adonnent pour la plupart qu'à l'étude des Lettres : ainsi la pratique du travail de la main , qui ne s'obtient que par un long exercice dès la jeunesse ; la théorie & la pratique étant deux choses différentes , tous n'ont pas également les qualités requises pour la connoissance & le travail ; de là vient qu'il y a très peu d'excellens ouvriers. La sixième , c'est l'épreuve d'une pareille machine qui ne se peut faire sur le papier , comme les Regles d'Arithmétique ; il faut que tous les ouvrages soient entièrement finis , & même avoir plusieurs machines de faites , ou du moins deux , lesquelles serviront d'épreuve l'une à l'autre , car si elles vont juste sans varier , leurs mouvemens doivent se rapporter ensemble toujours également dans leurs cours pendant un long voyage sur Mer. Par toutes ces difficultés , il est facile de reconnoître que l'Horlogerie n'a pû jusqu'à présent se perfectionner dans sa première & principale partie , à savoir , le plan & la construction d'un premier principe d'éga-



lité & de force, tout à fait égale dans tout son cours : Les Horlogers jusqu'à présent n'ont été employés ni reçu des recompenses & encouragemens, que pour faire de grandes Pendules, des Montres de poches, des sonneries, & des repetitions. Voilà ce qui a donné le moyen, & été l'occasion de perfectionner les susdites parties du travail, & de l'échappement du balancier, jusques au haut degré de perfection où elles sont à présent, je ne crois pas qu'il y ait jamais main humaine qui puisse rien ajouter à la justesse, à la delicateffe, & à la propriété du travail d'Horlogerie qui se fait à présent, mais il est à remarquer que cette perfection n'a point été trouvée tout d'un coup ; il a fallu près de deux siècles : les derniers venus étant enrichis des lumieres & connoissances de leurs predecesseurs, ils ont trouvé des methodes plus parfaites pour toutes les parties du travail, & inventé un grand nombre d'outils, qui servent à la fabrique de toutes les parties, depuis les principales jusques au moindres, d'une maniere admirable pour la justesse, pour la diligence, pour la delicateffe, & la propriété du travail ; il seroit à souhaiter que cette premiere partie, à savoir la construction, trouvât le même encouragement que les deux autres ont trouvé ; il est tout vrai semblable que l'on viendrait à sa perfection en peu d'années, puisqu'il n'y a plus rien à perfectionner que cette construction, & la suspension dans un Vaisseau. Ainsi jusqu'à ce que l'on vienne à mettre toutes les nouvelles idées sur ce sujet, en pratique sur la Mer, sans se rebuter pendant les premieres épreuves, on ne peut point esperer de trouver cette regularité qui seroit si utile pour servir sur la Mer. Une démonstration par theorie peut satisfaire l'idée, mais dans l'Horlogerie ce n'est pas assés, il faut que la pratique soit de la partie, & que les épreuves donnent l'assurance & la satisfaction que l'on s'étoit proposé : C'est ce qui fait que je parois incertain dans le choix de la meilleure maniere,



à l'égard de la construction d'un rouage seulement ; puisqu'une chaque différente maniere peuvent être aussi bonnes les unes que les autres , & qu'il n'y a que l'épreuve qui puisse faire connoître la différence : & comme on n'a point encore été en état de faire toutes les épreuves qu'il faudroit , je ne voudrois rien proposer qui ne fût appuyé de l'expérience.

Je n'ai plus que quelques reflexions à faire sur les obstacles & les difficultés qui peuvent arriver par rapport à tous accidens. Pour donner une intelligence de tous les obstacles & accidens qu'il faudroit surmonter & prevenir , je dirai qu'ils sont de deux ordres , les premiers sont interieurs , & les seconds sont extérieurs. Il y a encore un troisiéme ordre d'obstacles & d'accidens que l'on peut dire imaginaires , à savoir , ceux qui ne sont pas encore venus à nôtre connoissance , surquoi je n'ai rien à dire , sinon que comme il a été possible de trouver des moyens pour se garantir contre toutes sortes d'accidens lorsqu'ils sont venus à nôtre connoissance ; il se trouvera encore de nouveaux moyens pour se garantir contre les imaginaires , lorsqu'ils nous seront connus.

A l'égard des premiers accidens interieurs , il y en a de grands & de moindres , les grands consistent dans l'ordre , la construction , & l'arrangement de toutes les parties : qu'il y ait une juste proportion de mesure entre toutes les parties qui agissent les unes avec les autres , que les matériaux soient bien choisis , & que les pieces d'acier soient d'une bonne trempe , afin de prévenir qu'il n'y en ait point , ni de ressorts qui viennent à se rompre.

Les moindres accidens interieurs consistent dans tout le travail ; que toutes les parties soient bien formées , proprement faites & finies ; que toutes les pieces d'acier particulièrement celles qui sont toujours en mouvement , soient bien polies , que rien ne soit oublié de tout ce qui



qui est nécessaire pour assembler & mettre tout l'ouvrage en mouvement , afin que le tout soit bien renfermé , afin que la poussière & les humiditez de l'air ni entrent point.

Voilà tous les accidens intérieurs , desquels on peut dire que l'Horlogerie est parvenue à un degré de perfection suffisante pour les surmonter tous , & même qu'elle les a réellement surmontés , comme je l'ai démontré en plusieurs endroits de cet écrit.

Le second ordre d'accidens , qui sont les extérieurs , il y en a aussi de grands & de moindres ; les grands consistent dans le changement des climats & des saisons , dans toutes sortes de chute & de coups violens , de toutes rudes & précipitées secousses. Les moindres accidens consistent dans un oubli de la remonter , soit en total ou en partie & dans le temps requis , dans une méprise soit en voulant mettre à l'heure , ou à la regler , dans la negligence de plusieurs petits soins qu'il faut avoir , & dont on peut faire un memoire.

De tous ces accidens en general depuis le plus grand jusqu'au moindre , il est nécessaire de les prévenir tous , car il n'y en a point qui ne donne de l'alteration soit en total ou en partie : Pour ceux du second ordre , à savoir , les extérieurs que je viens de specifier , toutes personnes de bon sens & entendement les peuvent prevenir , aussi bien que les Horlogers , par l'usage d'une armoire , à chaleur égale , en observant regulierement de mettre en pratique tous les petits soins qui seront spécifiés dans le memoire pour cet effet : Mais , dira-t-on , il sera requis des grands soins à cette machine , au feu , aux lampes , & au Thermometre , tellement qu'il faudra avoir une personne , ou plutôt des personnes pour continuellement jour & nuit en tout temps avoir l'œil sur le Thermometre & le feu , afin d'entretenir toujours cette chaleur égale , qu'une negligence & un oubli causera un déreglement ; je répond que cela est veritable , mais qu'il



en est de même en toutes choses de cette vie , pour nôtre entretien & nos affaires ; qu'il sera très facile à un Pilote qui n'a pas autres choses à penser ni à faire dans un Vaisseau , que ce qui a du rapport à sa conduite , & à trouver son chemin sur Mer ; que le soin qu'il faudra avoir n'est pas à beaucoup près si considerable , que le soin qu'un Pilote a sur ces Horloges de fables , afin de mesurer le temps , dont cette machine l'exemtera , & que pour prévenir la negligence & l'oubli , on pourra avoir un registre ou journal où seront marqués tous les soins qu'on aura pris journellement , & si ils se conformeront au memoire qu'on en donnera.

Je remarquerai ici une experience que j'ai faite avec le Thermometre & la lampe , à savoir que la chaleur qui est renfermée dans cette armoire de cuivre , étant beaucoup supérieure à la chaleur qui est dans l'air que nous avons ; le changement de nôtre air , soit plus chaud ou plus froid , n'est pas sensible , & ne fait rien à la chaleur qui est renfermée dans ladite armoire ; cela se remarque par le Thermometre qui est dedans , lequel demeure fixe à la chaleur qui est renfermée avec lui , & ne change que lorsque l'on retire la lampe ou qu'on la raproche ; par là il paroît que ce soin ne sera pas si extraordinaire , puisqu'une lampe peut bien être plusieurs heures de suite sans y toucher ; & continuer toujours sa même flamme & chaleur , & quand même il arriveroit qu'il ne seroit pas possible en de certaines rencontres qui peuvent arriver sur Mer , d'avoir l'attention sur cette chaleur , enforte qu'elle ne seroit plus la même pendant plusieurs heures ; cela ne peut pas causer un dereglement qui soit sensible à la regularité de cette machine , moyennant que ce ne soit pas par un trop long-temps , comme il paroît par les Pendules fixes, desquelles il n'y en a point à qui l'on observe cette grande regularité de chaleur ; cependant comme je l'ai remarqué par mes propositions , cette chaleur sert non



seulement à maintenir & conserver toutes les parties de cette machine dans leurs justes mesures de grandeur & de longueur , mais aussi à garantir cette machine contre les grossieretés de l'air , les vapeurs & les humidités qu'il y a sur la Mer , dans les differens climats ; ainsi il est d'une plus absoluë necessité sur Mer , d'observer autant qu'il sera possible , soit de jour ou de nuit , que cette chaleur soit entretenue toûjours la même , que non pas à une Pendule fixe , qui n'est point exposée à tous ces accidens.

Comme dans mes propositions je n'ai rien dit de particulier sur la construction du roûage d'une Pendule , & que j'ai seulement remarqué en general , que tout le travail d'Horlogerie étoit parvenu de nôtre temps au plus haut degré de perfection que l'on peut esperer de la main d'un homme ; cependant il est à remarquer par les experiences que j'ai rapportées , que l'on peut se servir également pour premier principe de force ( dans un mouvement ou machine , qui sera suspendue , suivant la methode que j'ai proposée ) soit d'un poids suspendu en l'air , soit de la force d'un ou de plusieurs ressorts ; & aussi que la construction la plus simple où il y aura le moins de matiere ou de rouës , sera le moins sensible au changement des climats & des saisons ; ainsi je proposerai ici une maniere simple & racourcie , pour la construction d'un roûage , que je ne sache pas avoir encore été mis en pratique dans l'Horlogerie jusqu'à present.

La premiere imagination d'un roûage avec des rouës & des pignons pour continuer un mouvement d'un long cours , a été bonne & parfaite dès son origine , car il est certain qu'il n'y a point de roûage de quelque construction que ce soit , ayant un premier principe de force suffisante pour en continuer le mouvement & son cours , qui ne puisse faire un bon effet ; il faut de toute necessité ajoûter rouës sur rouës pour continuer un



long cours , de même qu'il faut ajouter zero sur zero , pour exprimer une grosse somme. La maniere abregée que je propose ici , est de faire les pignons d'une autre figure que celles qu'on a faites jusqu'à present , laquelle je produirai maintenant : on a toujours fait des pignons de la figure d'une rouë , ou plutôt ce sont de petites rouës qui n'ont qu'un petit nombre de dents , à savoir de cinq , de six , de sept , ou de plus , selon la grosseur des dents , & la circonference qu'on leur donne ; une rouë de soixante dents qui menera un pignon de cinq dents lui fera faire douze tours contre un seul , & ne fera faire que quatre tours à un pignon de quinze dents , voilà une grande difference : l'autre difference est que la rouë soixante communique beaucoup plus de sa force sur un pignon de quinze , que sur un pignon de cinq , lequel a une très petite circonference , & est placée tout près de son centre ; chacune de ces deux differences a son avantage , si un pignon de cinq ne reçoit qu'une petite mesure de force , il a l'avantage de gagner beaucoup de tems. Voilà l'idée de l'effet d'une rouë avec son pignon , & qui est toujours la même idée sur toutes les rouës & les pignons d'un roüage à plusieurs rouës , toute la difference qu'il y a d'une rouë à l'autre , est que la premiere rouë supposé qu'elle soit une heure de tems à faire son tour , les autres rouës qu'elle menne , la quatrième ou la cinquième feront un grand nombre de tours en une heure de temps , selon le nombre des dentures de chacune des rouës & des pignons ; à l'égard de l'arrangement des rouës , de leurs grandeurs , & du nombre de leurs dentures , il n'y a point de regle pour cela , si non la generale , à savoir la prudence de l'ouvrier qui étant conduit par l'experience & son genie , a la liberté de choisir la grandeur , le nombre des rouës & des dentures , pour chacune des rouës & des pignons , afin de produire l'effet qu'il se fera proposé dans l'usage de son travail. Voilà une démonstration de la methode dont.



on a pratiqué jusqu'à présent en Horlogerie , pour la construction des rouïages d'une Pendule.

La maniere que je propose , est de faire des pignons d'une autre figure , à savoir en viz ou viz sans fin , par ce moyen l'on pourra faire des pignons d'un petit nombre , comme de deux , de trois , & de quatre dents , & cependant qui auront une aussi grande circonference comme les autres pignons de six , de douze , & de quinze dents , dont je viens de remarquer l'usage. Un pignon de deux dents qui sera fait en serpentant tout à l'entour d'un arbre , comme fait la viz , deux dents de la rouë qui le mene , lui fera faire un tour tout entier ; ensorte que la rouë ayant soixante dents , le pignon fera trente tours , & au pignon à trois dents en viz , elle lui fera faire vingt tours , & à celui à quatre dents , quinze tours.

Par cette methode je puis faire un mouvement qui sera trente heures à faire son cours avec deux rouës seulement , construite de cette maniere. La premiere rouë étant d'une grandeur convenable pour contenir quatre-vingt-seize dents sur sa circonference , laquelle sera une heure de temps à faire son tour , la seconde rouë ayant un pignon à deux dents en viz , elle fera quarante-huit tours en une heure de temps ; & cette seconde rouë ayant aussi une grandeur convenable pour contenir soixante-quinze dents à rochet sur sa circonference , produira sept-mille-deux-cent batemens ou vibrations au balancier , ce qui est une demie seconde à chaque vibration du balancier , lequel doit être d'une grandeur d'environ six pouces de circonference ; la premiere rouë sera menée par un poids suspendu en l'air , & environ trois pieds de hauteur à descendre , fera faire trente tours à cette premiere rouë , ce qui sera trente heures pour son cours , le poids se remontera par le moyen d'une poulie placée au côté de cette machine , & ainsi elle ne sera point sujette à interrompre son cours en la remontant.



# 100 PROPOSITIONS SUR UNE PENDULE.

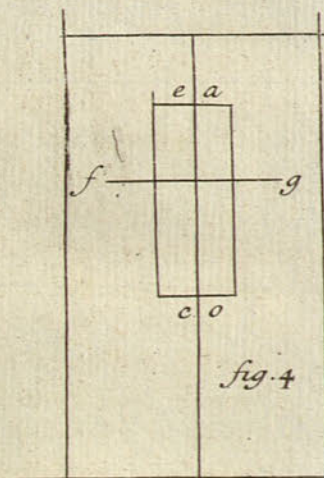
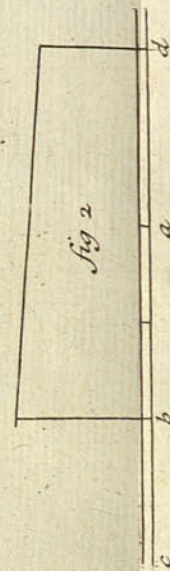
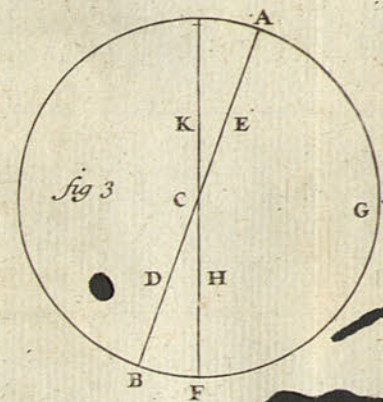
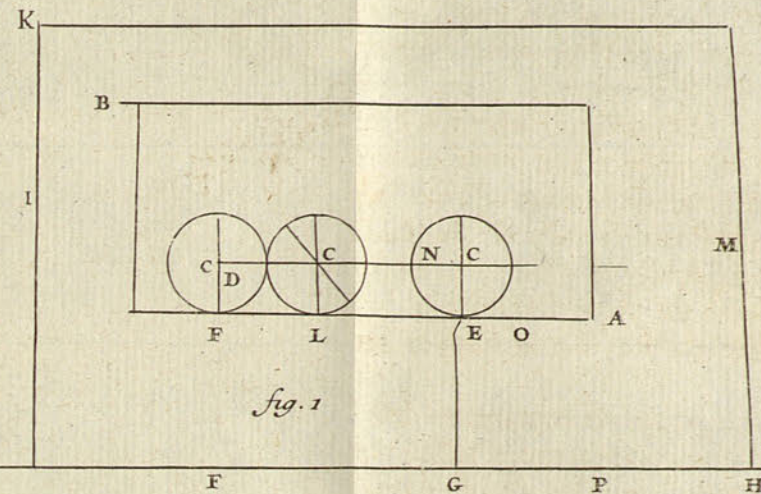
Avec cette methode l'on peut en ajoutant une troisième rouë faire que son cours sera d'un mois , & en ajoutant une quatrième rouë , faire que son cours sera d'une année seulement , il faudra que le poids soit plus pesant , ou bien ajouter un plus grand nombre de ressorts : Quoique je n'aye point encore mis cette methode en pratique , cependant je ne la proposerois pas , si je n'étois certain de la pouvoir mettre en usage , & ce seroit un sujet digne d'un nouveau travail , pour faire la recherche de la perfection , & je serois bien aise de me trouver en état d'y employer mon temps , & mes soins.

Je ne fais point de remarques sur la construction du rouïage d'une quadrature, d'autant qu'il n'y a nulle difficulté de faire agir les éguilles qui mesure le temps , soit sur des cercles divisés en soixante parties , pour les secondes & les minutes , ou divisés en douze ou vingt-quatre parties , pour les heures ou pour les autres parties du temps , comme des semaines , des mois , & des années.

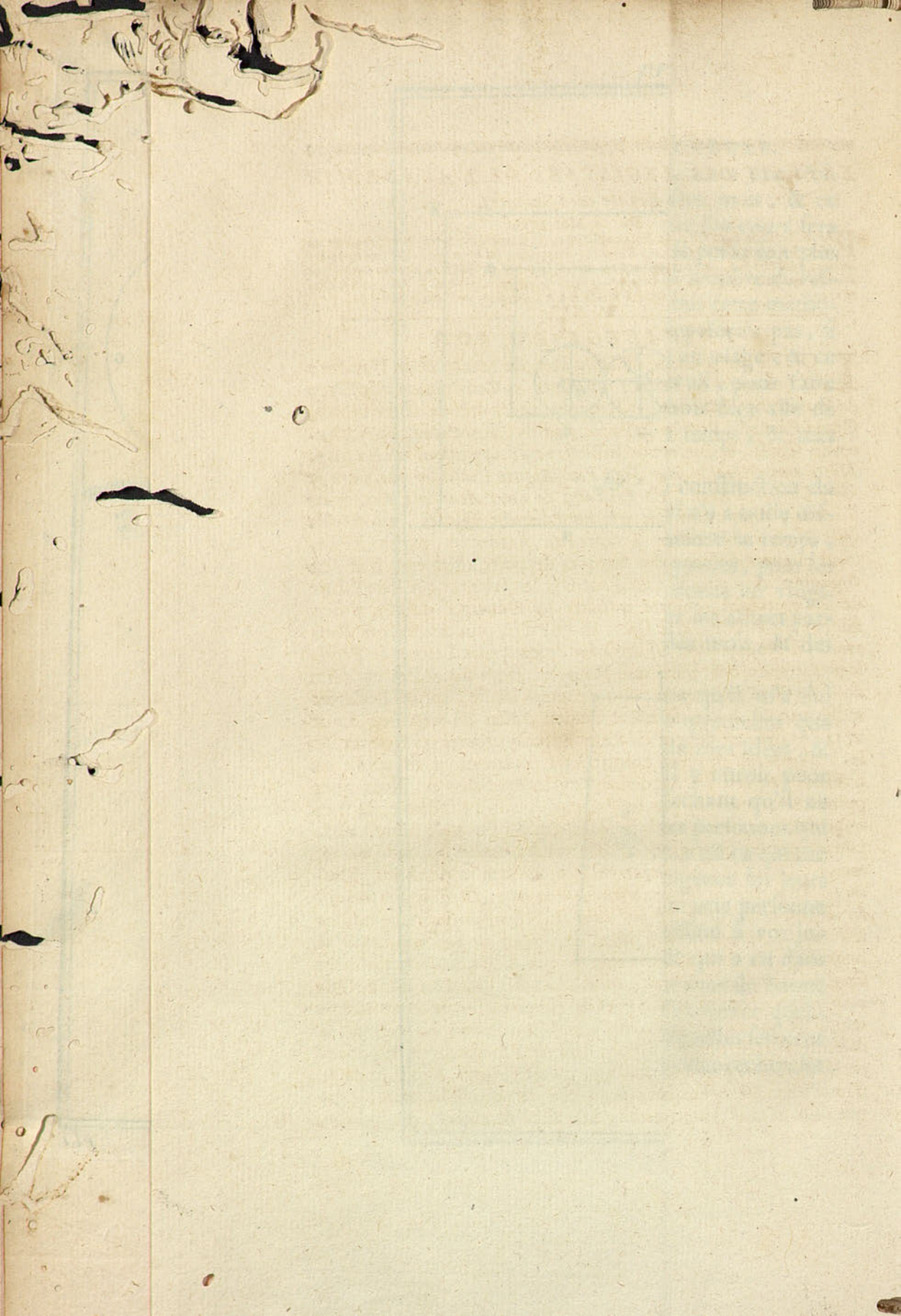
J'ai fait mes reflexions aussi succinctes qu'il m'a été possible sur chaque sujet , & n'ai fait que celles que j'ai crû necessaire pour l'intelligence de mes idées , & j'ai omis celles sur les moyens qu'il y auroit pour amener cet ouvrage à la perfection , sachant qu'il ne me convient point d'en faire devant des personnes qui les savent mieux faire que qui que ce soit , c'est ce qui me fait esperer , MESSIEURS , vôtre indulgence sur leurs imperfections , puisqu'elles sont faites par une personne pleine de zele pour le Public , de soumission à vos jugemens & obéissances à vos ordres , & qui a eu dans la pensée , que comme les Abeilles savent tirer de bonne choses des moindres fleurs , il pourroit se trouver quelques unes de mes idées & propositions lesquelles seroient utiles , & rendroient un bon service dans cette recherche & pour ledit sujet.

F I N.











EXTRAIT DES REGISTRES DE L'ACADEMIE  
Royale des Sciences.

Du 21 Mai 1721.

PAR délibération faite selon la forme ordinaire, la Compagnie a résolu de permettre au sieur JOMBERT, Marchand Libraire, d'imprimer les deux Pièces qui ont remporté les deux Prix de 1720. & de lui céder à cet égard le Privilège qu'Elle a obtenu du Roy en date du 29. Juin 1717. en foi de quoi j'ai signé le présent Certificat. A Paris ce 21. May 1721.

FONTENELLE, Sec. perp. de l'Acad. R. des Sc.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la Grace de Dieu Roy de France & de Navarre :  
A nos amez & Feaux Conseillers les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requestes ordinaires de nôtre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Senechaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra : SALUT.  
*Nôtre amé & feal le sieur Jean Paul Bignon Conseiller ordinaire en nôtre Conseil d'Etat, & President de nôtre Academie Royale des Sciences* ; Nous ayant fait très-humblement exposer, que depuis qu'il Nous a plu donner à nôtre dite Academie, par un Reglement nouveau de nouvelles marques de nôtre affection, Elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences qui font l'objet de ses exercices ; en sorte qu'outre les Ouvrages qu'Elle a déjà donnez au Public, Elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilège, attendu que celles que Nous lui avons accordées en date du 6 Avril 1699. n'ayant point de temps limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de nôtre Conseil d'Etat du treizième Aoust 1713. Et desirant donner au Sieur Exposant toutes les facilités & les moyens qui peuvent contribuer à rendre utiles au public les travaux de nôtre dite Academie Royale des Sciences ; Nous avons permis & permettons par ses Presentes à ladite Academie, de faire imprimer, vendre ou debiter dans tous les lieux de nôtre obéissance, par tel Imprimeur qu'Elle voudra choisir, en telle forme, marge, caractère, & autant de fois que bon lui semblera, *Toutes ses Recherches ou Observations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées ; comme aussi les Ouvrages, Mémoires ou Traitez de chacun des particuliers qui la composent, & generalement tout ce que ladite Academie voudra faire paroître sous son nom, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages & jugé qu'ils sont dignes de l'impression : & ce pendant le temps de quinze années consecutives, à compter du jour de la date desdites Presentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de nôtre Royaume, comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer,*



faire imprimer, vendre, faire vendre, debiter ni contrefaire aucun deldits Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Academie, en tout ni en partie, par extrait ou autrement, sans le consentement par écrit de ladite Academie ou de ceux qui auront droit d'eux, à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de sondit Imprimeur, de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénoncateur, & de tous dépens, dommages & intérêts : à condition que ces Presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour : Que l'impression de chacun deldits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caracteres, conformément aux Reglemens de la Librairie ; & qu'avant que de les exposer en vente il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & feal Chevalier Chancelier de France le sieur Daguesseau, le tout à peine de nullité des Presentes. Du contenu desquelles Vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Academie ou ses ayans cause pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchemens. Voulons que la copie deldites Presentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin deldits Ouvrages, soit tenue pour dûement signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires foi soit ajoutée comme à l'original : Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & necessaires sans demander autre permission, & nonobstant Clameur de Haro, Chartre-Normande & Lettres à ce contraires : **CAR** tel est notre plaisir. **DONNE** à Paris le vingt-neuf jour du mois de Juin l'an de grace mil sept cent dix-sept, & de notre Regne le deuxième. Par le Roy en son Conseil, *Signé* FOUQUET.

Il est ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Août 1686. & Arrest de son Conseil, que les Livres dont l'impression se permet par Privilege de Sa Majesté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou Imprimeur.

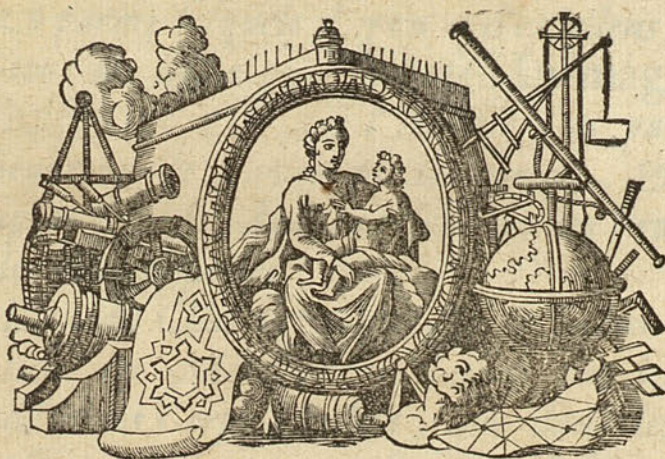
*Registré le present Privilege, ensemble la cession écrite ci-dessous sur le Registre IV. de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris p. 155. Num. 203, conformément aux Reglemens, & noticement à l'Arrest du Conseil du 13. Août 1703. A Paris le 3 Juillet 1717. Signé DELAUNE. Syndic.*

Nous soussigné President de l'Academie Royale des Sciences, déclarons avoir en tant que besoin cédé le présent Privilege à ladite Academie, pour par elle & les différens Academiciens qui la composent en jouir pendant le temps & suivant les conditions y portées. Fait à Paris le premier Juillet mil sept cens dix-sept. *Signé* J. P. BIGNON.



PIÈCE  
QUI A REMPORTÉ LE PRIX  
DE  
L'ACADEMIE ROYALE  
DES SCIENCES.

Proposé pour l'année mil sept cens vingt-  
quatre, selon la Fondation faite par feu  
M. Roüillé-de Meslay, ancien Conseiller  
au Parlement de Paris.



A PARIS, rue S. Jacques,  
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la rue des Mathurins, à l'Image  
Nôtre-Dame.

---

M. DCC. XXIV.  
AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.



P I E C E

QUIA REMTORTE LE PRIX

DE

L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES

Proposé pour l'année mil le six cent vingt

quatre, lequel la Fondation faite par feu

M. Rouille de Méilly, ancien Conseiller

du Parlement de Paris.



Paris chez la Citoyenne Lesclapart, Palais National, ci-devant des Arts, sous le Vestibule, au Salon de Chimie.  
M. D. CC. XXIV.





## AVERTISSEMENT.

**L'***Academie* croit devoir avertir qu'on n'a pas été assez attentif à se renfermer dans les bornes de la *Question* qu'elle avoit proposée : il y a eu même des *Auteurs* qui n'ont pas traitée, & qui lui en ont substitué une autre. On avoit demandé les *Loix* du *Choc* des *Corps* parfaitement durs, sans s'embarraſſer si ces *Corps* existent. Cependant ce sont seulement les *Loix* du *Choc* des *Corps* à ressort qui ont été données dans quelques-uns des *Memoires* envoyez ; parmi lesquels il y en a d'excellens, & sur-tout un qui a pour *Devise* : *In magnis voluisse sat est*, où l'*Auteur* fait paroître beaucoup de sçavoir en *Geometrie*, & beaucoup de sagacité dans la résolution des *Problèmes* les plus difficiles.

Les *Loix* du *Choc* des *Corps*, & de la communication des *Mouvements* n'étant pas les mêmes dans les *Corps* à ressort, que dans les *Corps* infiniment durs, ou inflexibles, l'estimation des forces, qui est aujourd'hui une question très-agitée, & où il y a peut-être eu jusqu'ici du mal-entendu, peut aussi n'être pas la

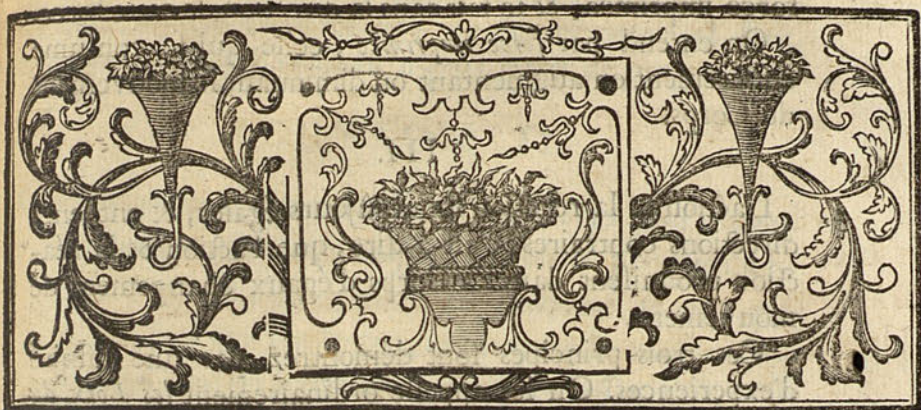


*même dans les deux cas. Un Auteur peut avoir bien fait cette estimation dans le premier, & un autre en avoir donné une différente & vraie dans le second.*

L'Ouvrage qui a remporté le Prix est de M. MACLORRINS, Professeur en Mathématique dans l'Université d'Alberdeen.







# DEMONSTRATION DES LOIX DU CHOC DES CORPS.

\*\*\*\*\*

## SECTION I.

Où l'on expose les *Axiomes & Principes* qui ne sont point contestez touchant le mouvement des Corps.

I.



OUT Corps en repos reste dans cet état L. jusqu'à ce que quelque cause étrangere le mette en mouvement ; & tout Corps en mouvement continue à se mouvoir dans une ligne droite, sans changer la vitesse, aussi long-tems qu'aucune cause étrangere n'agit point sur ce Corps.

II.

Le changement de force, c'est-à-dire, son augmentation ou diminution, est toujours proportionnel à la



force imprimée, & se fait dans la direction de cette force.

On entend par *force imprimée*, celle qui se consume entierement en augmentant ou diminuant le mouvement du Corps.

## III.

3. L'action & la réaction sont toujours égales, & ont leurs directions contraires; c'est-à-dire, que l'action & la réaction produisent dans les Corps d'égaux changemens de mouvement.

Ces trois principes sont démontrez par une infinité d'experiences. On les appelle ordinairement *les Loix du mouvement*.

## IV.

4. Les espaces parcourus par deux Corps, dont les mouvemens sont uniformes, sont toujours dans la raison compotée de celles de leurs vîtesses, & des tems qu'ils sont en mouvement.

## V.

5. Les forces des Corps dont les vîtesses sont égales, sont proportionnelles à leurs masses.

## VI.

6. La force produite dans un Corps ne peut jamais être plus grande que celle qu'avoit l'agent, qui lui communique son mouvement, s'il n'entre point de ressort dans leur action.

## VII.

7. Tous les mouvemens, les forces & les chocs des Corps se font dans un espace qui s'avance avec une vîtesse uniforme, de même que si cet espace étoit absolument en repos. On est d'accord que les mouvemens & les chocs des Corps se font tout de même à present que la Terre tourne sur son axe, que si elle étoit immobile, comme dans le Système de Ptolomée. Les chocs des Corps sur



un vaisseau qui s'avance avec un mouvement égal, sont les mêmes que si le vaisseau n'avoit point de mouvement.

## SECTION II.

Où l'on démontre que les forces des Corps sont comme les produits de leurs masses multipliées par leurs vîteses ; & où l'on examine le sentiment de ceux qui prétendent que les forces sont comme les masses multipliées par les quarréz de leurs vîteses.

Comme il est absolument nécessaire de sçavoir comment déterminer les proportions des forces des Corps en mouvement, avant que de chercher les Loix de leurs chocs, & qu'il est contesté que les forces des Corps sont comme les rectangles ou produits de leurs masses par leurs vîteses, il me paroît essentiel d'éclaircir cette matière, & d'examiner avec attention le sentiment de M. Leibnitz, expliqué & soutenu depuis peu d'une manière assez suivie par M. Sgravezande, dans un Essai qu'il a publié sur le Choc des Corps. C'est la question la plus fondamentale que l'on puisse traiter à l'occasion des chocs des Corps ; c'est pourquoi je m'étendrai plus particulièrement sur sa discussion.

I. Messieurs Leibnitz & Sgravezande prétendent que les forces des Corps sont comme les produits de leurs masses par les quarréz de leurs vîteses, & que les forces des Corps égaux sont comme les quarréz de leurs vîteses. Par exemple, si les vîteses des deux Corps égaux sont comme 10 & 8, leurs forces doivent être comme 100 & 64.

Supposons donc que deux personnes, l'une sur un vaisseau, qui s'avance avec un mouvement uniforme, & une vîtesse comme 2 ; l'autre en repos sur le bord de la mer, jettent deux Corps égaux A & B avec des efforts égaux dans la direction du mouvement du vaisseau, & que le



Corps B qui étoit en repos gagne une vitesse comme 8. Il est clair par le septième Principe, que le Corps A s'avancera dans le vaisseau avec une vitesse comme 8 aussi, & dans l'air avec une vitesse comme 10, somme de la vitesse du vaisseau, & de sa vitesse respective dans le vaisseau. La force du Corps A, avant qu'il eût cette augmentation, étoit comme 4, selon M. *Leibnitz*, sa vitesse ayant été comme 2. L'augmentation de force qu'il reçoit est égale à celle du Corps B par le septième principe, c'est-à-dire, à 64 : donc sa force totale sera  $64 + 4 = 68$ . Mais parce que sa vitesse est comme 10, sa force doit être comme 100, & ces deux forces sont contradictoires. Ainsi leurs forces ne peuvent pas être comme les quarrés de leurs vitesses.

10. Si l'on suppose que l'on jette encore un autre Corps C égal aux Corps A & B dans la même direction, & avec le même effort sur un vaisseau qui s'avance avec une vitesse comme 4 ; la vitesse totale du Corps C sera comme 12, & sa force dans l'air comme  $12 \times 12 = 144$ . D'où ôtant 16, qui étoit sa force avant l'augmentation qu'il a reçue, le reste 128 est la force ajoutée au Corps C par le même effort qui avoit ajouté 96 degrez de force au Corps A, & 64 au Corps B, selon le Système de M. *Leibnitz*. Cependant il est clair que ces augmentations devroient être égales, tant par le second que par le septième Principe.

11. Pour donner encore un plus grand jour à ce raisonnement, supposons que les deux Corps A & B viennent frapper contre quelques obstacles invincibles posez, l'un dans le vaisseau, l'autre sur le bord de la mer, & que les Corps n'aient point de ressort : il est clair qu'ils perdront des quantitez égales des forces, & que les chocs seront les mêmes par le septième principe. Mais le Corps B perdra 64 degrez de force, qui est tout ce qu'il avoit reçu. Le Corps A en perdant 64, aura donc le reste  $100 - 64 = 36$ . Mais comme A perd toute sa vitesse, excepté les deux degrez qu'il avoit en commun avec le vaisseau



# DES LOIX DU CHOC DES CORPS.

du commencement, il ne lui reste que quatre degrez de force ; & ces deux forces sont encore contradictoires.

Enfin si le systême de ces Auteurs étoit veritable, les mouvemens & les chocs des Corps contenus dans un espace qui s'avance uniformement, seroient bien differens des mouvemens & des chocs des mêmes Corps, l'espace restant en repos. Dans leur systême il auroit été toujours aisé de distinguer les mouvemens relatifs des mouvemens absolus ; ce qu'on a regardé comme ce qu'il y a de plus difficile dans la Physique en plusieurs occasions.

On tire un semblable argument du mouvement des 12. Corps élastiques. Soient deux Corps élastiques égaux A & B, qui vont du même côté avec des vitesses comme 10 & 5, il est connu que s'ils n'avoient point de ressort ; ils auroient eu après leur choc une vitesse commune comme  $7\frac{1}{2}$  : mais qu'étant parfaitement élastiques, ils changeront leurs vitesses, & le Corps A aura 5 & B 10 degrez de vitesse. M. *Sgrave* & *Ande* convient dans sa Prop. 25. que le ressort agit sur les Corps de même que s'ils étoient en repos : & parce que le ressort les separe avec 5 degrez de vitesse, il faut qu'il imprime  $2\frac{1}{2}$  degrez de vitesse à chaque Corps, c'est-à-dire,  $\frac{25}{4}$  de degrez de force. Sans l'action du ressort la force du Corps A auroit été le quarré de  $7\frac{1}{2}$ , c'est-à-dire,  $\frac{225}{4}$  ; le ressort lui ôte  $\frac{25}{4}$  de degrez : ainsi il lui doit rester  $\frac{225-25}{4}$  degrez de force ; c'est-à-dire, 50 degrez ; mais comme sa vitesse n'est que 5, sa force ne peut être que 25. Ces deux forces sont contradictoires : d'où il faut conclure qu'il est impossible d'accorder leur principe avec les experiences.

On pourroit s'étendre plus sur les argumens qu'on pourroit tirer des mouvemens des Corps élastiques, mais passons plutôt à ce qui prouve plus directement que la force est comme la masse multipliée par la vitesse.

II. On est d'accord que deux Corps, dont les vitesses 13. sont en raison inverse des masses, & dont les directions



sont contraires, restent en repos après le choc. M. *Sgravezande* en convient. On trouve que deux Corps A & B étant comme 3 & 1, & leurs vîteses comme 1 & 3, ils restent en repos après leur choc, s'ils n'ont pas de ressort. Leurs forces, selon M. *Sgravezande*, sont comme 9 à 3, ou 3 à 1 : mais selon nous leurs forces sont comme 3 à 3, ou 1 à 1 ; c'est-à-dire, elles sont égales. On avoit autrefois regardé cette expérience comme une preuve que les forces étoient comme les vîteses, & non pas comme leurs quarrés multipliés par les masses. On a crû que les forces des Corps qui s'entre-détruisoient, devoient être égales, & par conséquent que les forces étoient comme les masses multipliées par les vîteses. Dans l'autre système il faut qu'une force arrête une autre force dont elle n'a que le tiers, ou même dans des autres exemples, une force doit arrêter une force contraire, dont elle n'est que la milliême ou dix milliême partie. On prétend que la plus grande force perd tout son avantage en enfonçant les parties de l'autre. Mais cette réponse n'ôte pas la difficulté ; on dit que ces forces ne se détruisent pas, mais qu'elles se consomment en enfonçant leurs parties mutuellement. Or comme ces actions sont mutuelles & contraires, & qu'elles commencent & s'achèvent en même tems, & qu'elles se soutiennent sans prévaloir l'une sur l'autre pendant qu'elles s'exercent, je ne comprends pas comment elles peuvent produire des effets si inégaux, l'une perdant quelquefois mille, ou même dix mille fois plus que l'autre.

34.

On auroit crû bien plus naturellement dans le système de M. *Sgravezande*, que deux Corps comme 9 & 1, avec des vîteses comme 1 & 3, ayant leurs masses dans la raison inverse des quarrés de leurs vîteses, & par conséquent leurs forces égales en se rencontrant, devroient agir toujours avec des forces opposées égales, pour enfoncer mutuellement leurs parties, & devroient par conséquent perdre toujours d'égales forces, & rester à la fin tous les deux en repos ; ce qui repugne extrê-



mement à l'expérience. Pour résoudre ces difficultés, il est obligé de soutenir que deux Corps se rencontrant avec des vitesses qui sont dans la raison inverse de leurs masses, le grand Corps résiste à l'autre, non seulement par sa force, mais aussi par son inertie; ce que je regarde comme un aveu tacite, que les deux forces des Corps sont effectivement égales dans ce cas: & je trouve que l'Auteur balance par-là la trop grande force qu'il avoit donnée au petit Corps sur sa vitesse. Dans les chocs de ces deux Corps toute la résistance que le grand Corps fait, quelle qu'elle soit ( & qui est égale à la force qui se consume dans le petit, selon l'aveu de l'Auteur ) doit également diminuer les forces des deux Corps. Ainsi la force du grand étant beaucoup plus petite dans son système, elle se doit consumer avant l'autre: laquelle ne trouvant plus de résistance doit emporter tous les deux Corps. Cela me paroît une suite incontestable de nôtre troisième principe, que l'action & la réaction sont égales. Il faudroit, pour accorder à l'Auteur ses raisonnemens sur l'inertie & la résistance des Corps changer entièrement nos idées de la force, de l'inertie & du mouvement, & quitter ce qui est assez clair pour adopter des obscuritez très-profondes.

Mais s'il est surprenant que dans son système une moindre force puisse en arrêter une bien plus grande. Il paroît encore plus extraordinaire qu'une force qui n'est que la milliême partie d'une autre, puisse prévaloir & l'emporter sur cette autre. L'Auteur répond que la plus grande force s'est consumée en enfonçant les parties de l'autre Corps, qui est le plus grand. Mais il est plus naturel de croire que la force qui soutient l'action contraire de l'autre, & l'emporte encore sur elle à la fin, est la plus grande, que de croire qu'elle n'est que sa milliême partie.

III. M. *Sgravezande* prétend déduire de son principe les mêmes Loix pour les chocs des Corps qu'on avoit déjà trouvés par nôtre principe & par l'expérience. Sa



quatorzième Proposition est le fondement de toutes celles qui suivent, & ne paroît pas assez établie. Il soutient que » la force perduë dans les chocs des deux Corps non » élastiques, est la même, quelles que puissent être les » vîteses absolües de ces deux Corps, si leur vîtesse relative est la même. « On verra d'abord que la Démonstration qu'il en donne n'est pas suffisante pour établir une des principales différences des deux systêmes. » Le mouvement, dit-il, des deux Corps est composé de » leur mouvement commun & de leur mouvement relatif. Il est clair que le premier, de quelque manière » qu'il soit varié, ne peut pas changer l'action d'un » Corps sur l'autre : de sorte que cette action est toujours la même aussi long-tems que la vîtesse respective ne change point. C'est de cette action ou effort des » Corps l'un sur l'autre que dépend l'applatissement ou » enfoncement des parties, lequel par conséquent sera le » même, si la velocity respective est la même. « On pourroit croire, de la manière dont il traite cette Proposition, qu'elle étoit accordée dans tous les deux systêmes. Cependant elle est très-fausse dans le systême ordinaire. Il est clair par sa dix-neuvième Proposition qu'il parle de la perte de la somme des forces absolües des deux Corps, & non pas de celle de la somme de leurs mouvemens d'un côté. Il est aussi constant que le mouvement absolu, qui est perdu dans le choc des deux Corps non élastiques, dont les directions sont contraires dans le systême ordinaire, est le double de la force de ce Corps, qui en a le moins. Lequel donc doit changer la vîtesse respective restante la même, quand la plus petite force change, & ne peut pas changer, quoique la vîtesse respective devienne plus grande, si la plus petite force reste la même. Supposons que deux Corps A & B avoient des vîteses  $V$  &  $u$ , & que la somme de leurs forces absolües avant le choc étoit  $AV + Bu$ ; si la force du Corps A étoit la plus grande, & s'ils vont de côtez opposez, leur force après leur choc sera  $AV - Eu$ , & la différence de ces forces,



ou la force perdue sera  $AV + BV - AV - BV = 2BV$ , c'est-à-dire, égale au double de la plus petite force. L'Auteur avoit dit que les forces ne s'entre-détruisent jamais, mais qu'elles se consomment en enfonçant les parties des Corps qui leur sont opposées, & qui se soutiennent par leurs forces contraires. On pourroit tirer de-là qu'une force ne peut pas perdre beaucoup en enfonçant les parties d'un Corps, si ce Corps n'est pas soutenu par une force contraire, ou quelque autre obstacle. Du moins il paroît raisonnable de croire que la force perdue par le choc des Corps qui se rencontrent avec des directions contraires, doit être plus grande que quand l'un des deux, avec une vitesse égale à la somme de leurs vitesses, tombe sur l'autre en repos; & pourtant la vitesse respective est égale dans ces deux cas. Il est certain que la vitesse respective restante, les forces des Corps se peuvent changer, & par conséquent les résistances qu'ils feront dans leur choc l'un contre l'autre, leurs mouvemens étant oppoiez; d'où il suit que les enfoncemens des parties, & la force perdue se peuvent varier. Si l'on trouve que cette Proposition est mal fondée, on renverra tout son système: car sans celle-ci, il n'auroit jamais accordé son principe avec les Loix du choc établies par l'expérience.

M. *Sgrave* & *Ande* tâche d'éviter la force de l'expérience des deux Corps, dont les vitesses sont en raison inverse de leurs masses qui restent en repos après leur choc, prétendant que les forces perdues par l'enfoncement des parties sont inégales. Mais il est certain que deux Corps de masses inégales qui se tirent avec la même force (comme deux bateaux qui se tirent par la même corde) s'avancent avec des vitesses qui sont dans la raison inverse de leurs masses; & dans ce cas on ne peut pas prétendre qu'il y a des enfoncemens des parties; car les Corps ne se touchent pas. On pourroit tirer encore bien des argumens contre son principe, de ce qu'on a démontré des forces centrifuges, qui se balancent toujours.



quand les forces acceleratrices sont en raison inverse des masses des Corps, des centres de gravité & de percussion des Corps ; mais cela nous meneroit trop loin. Nous nous sommes contentez d'expliquer ceux qui sont les plus faciles.

18. I V. Enfin il est tems d'examiner les raisonnemens & les experiences, par lesquelles l'Auteur prétend établir son principe. Il a raison de dire » qu'il faut moins d'effort » pour donner un certain degré de vîtesse à un Corps, » que pour augmenter d'un même degré la vîtesse d'un Corps égal, mais en mouvement. « Mais il est aussi vrai que l'effort dans le second cas ne s'exerce pas tout, & ne perd pas plus que dans le premier : d'où il est clair qu'il y a plus d'augmentation de force dans le second cas que dans le premier. Concevons deux hommes A & B tenant chacun une boule, A étant en repos, B sur un bateau qui est en mouvement : les deux hommes en jetant ces boules avec des efforts égaux, leur ajoutent des vîtesses égales, si les boules sont égales. Il est vrai que B est transporté dans le bateau ; mais on voit que la force avec laquelle il est transporté n'est pas diminuée, & qu'elle n'a point d'effet sur la boule qu'il jette. En appliquant ce raisonnement aux ressorts, on trouvera que l'Auteur n'a pas réussi dans la démonstration qu'il donne de la huitième Proposition. Il faut nier que l'effort des ressorts dont il se sert pour mettre le Corps en mouvement, est tout employé à mouvoir le Corps ; il y a une partie employée à transporter les ressorts avec la vîtesse que le Corps a déjà acquis. Cela est incontestable ; & je m'étonne que l'Auteur ajoute à la fin de cette démonstration qu'il a fait abstraction de l'inertie des ressorts mêmes. Après qu'il avoit supposé qu'une infinité de ressorts se débandoient pour donner au dernier une vîtesse égale à celle que le Corps avoit déjà acquis.
19. Pour les experiences dont il prétend déduire son principe, il suffit de dire que les enfoncemens des Corps dans une terre glaise, ne sont pas des mesures assez justes



## DES LOIX DU CHOC DES CORPS. 15

& géométriques pour déterminer leurs forces. Il est impossible ou très-difficile de réduire à un juste calcul les retardemens d'un Corps qui tombe dans cette terre. L'Auteur avouë que la seule pesanteur d'un Corps qui n'a point de force, le peut enfoncer dans cette terre glaise. D'où l'on voit que les enfoncemens ne sont pas proportionnels aux forces ; & que quand ceux-là sont égaux, il ne s'ensuit pas que celles-ci soient aussi égales. Il peut bien être utile de chercher d'où vient que les enfoncemens sont égaux, les masses des Corps étant dans la raison inverse des quarrés de leurs vîteses. Mais cette expérience ne suffit pas pour établir un principe que l'on ne peut pas accorder avec des autres expériences incontestables, comme nous avons démontré. Enfin après ce que nous venons de dire, on peut établir pour le huitième principe que,

### VIII.

Les forces des Corps sont comme leurs masses multipliées par leurs vîteses. 20.

## SECTION III.

*Où l'on donne les Loix du Choc direct.*

### DEFINITION I.

On appelle le choc des Corps, *direct*, quand leurs centres de gravité parcourent toujours la même ligne droite, qui passe par l'endroit où ils vont se heurter, & est encore perpendiculaire aux parties des superficies qui se heurtent. 21.

### DEFINITION II.

On appelle Corps parfaitement *durs* ceux dont les parties ne cedent point du tout dans le choc.



## DEFINITION III.

On appelle un Corps, *élastique*, quand ses parties cedent dans le choc, mais se rétablissent après dans leurs premieres situations. Si elles se rétablissent avec une force égale à celle par qui elles ont été enfoncées, le Corps est parfaitement élastique.

## DEFINITION. IV.

Quand les parties d'un Corps cedent sans se restituer, on l'appelle *mol.*

On ne trouve point de Corps parfaitement durs, ni parfaitement élastiques; mais cela n'empêche pas qu'on ne les considere dans la Physique. Il n'y a point de fluide Mathématique; mais cela n'empêche pas que l'on ne cherche les proprietétez d'un tel fluide, & les resistances qu'il pourroit faire aux mouvemens des Corps. Nous commencerons par les Corps durs sans ressort.

## PROPOSITION I.

22. Si deux Corps parfaitement durs vont du même côté, il faut diviser la somme de leurs forces avant le choc par la somme de leurs masses pour avoir leur vitesse commune après le choc.

Tout ce que l'un de ces Corps perd par le choc, l'autre le gagne; ainsi la somme de leurs forces après le choc sera la même que la somme de leurs forces avant le choc. Les Corps n'ayant pas de ressort, ne se separeront pas après le choc, mais ils continueront leur mouvement d'un même côté, comme s'ils ne faisoient qu'une masse avec une vitesse commune. D'où il est clair que pour avoir cette vitesse commune, il faut par le huitième principe diviser la somme de leurs forces par la somme des masses des deux Corps.

COROL.



## COROLLAIRE I.

Soient les deux Corps A & B, & leurs vîtesſes V & u, la ſomme de leurs forces avant le choc par le huitième principe doit être  $AV + Bu$ ; donc leur vîteſſe commune après le choc fera  $\frac{AV + Bu}{A + B}$ . La force du Corps A après le

choc fera donc  $\frac{AAV + ABu}{A + B}$ , & la force du Corps B fera

après le choc  $\frac{BAV + BBu}{A + B}$ .

## COROLLAIRE II.

La force que l'un des Corps gagne & l'autre perd, eſt la force produite de  $\frac{AB}{A + B}$  multiplié par la différence des vîteſſes des deux Corps. Soit V plus grande que u, & le

Corps A perdra la force  $\frac{AB}{A + B} \times V - u$ . Car ſa force avant le choc étant AV, & ſa force après le choc étant

$\frac{AAV + ABu}{A + B}$ , leur différence  $AV - \frac{AAV + ABu}{A + B} =$

$\frac{ABV - ABu}{A + B} = \frac{AB}{A + B} \times V - u$  donne la force que le Corps

A perd par le choc; ce qui eſt égal à la force que le Corps B gagne.

## PROPOSITION II.

Si les mouvemens des deux Corps ont des directions 23.  
contraires, il faut diviſer la différence de leurs forces  
avant le choc par la ſomme de leurs maſſes, pour avoir  
leur vîteſſe commune après le choc.



Les deux Corps après le choc vont d'un même côté ensemble ; la plus grande force par conséquent détruit la plus petite , & en la détruisant elle est elle-même diminuée d'une quantité égale à cette petite force par le troisième principe. Le reste est la différence des deux forces : la somme donc des forces des Corps après le choc , n'est que la différence des forces qu'ils avoient avant le choc. Il faut donc diviser cette différence par la somme des masses des Corps pour avoir leur vitesse commune après le choc.

## COROLLAIRE I.

Supposons que le Corps A a la plus grande force , & la vitesse commune des Corps A & B , dont les vitesses étoient V & u , fera après le choc  $\frac{AV - Bu}{A + B}$ . La force du Corps A fera  $\frac{AAV - ABu}{A + B}$  , & la force de B  $\frac{ABV - BBu}{A + B}$ .

## COROLLAIRE II.

La force que le Corps A perd est  $AV - \frac{AAV - ABu}{A + B}$   
 $= \frac{AB}{A + B} \times V + u$ . La force que le Corps B gagne du côté vers lequel tous les deux vont après le choc , est celle que le Corps A perd , & ces forces sont les mêmes , quand la vitesse respective  $V + u$  ne change pas ; parce que  $\frac{AB}{A + B} \times V + u$  ne change qu'avec  $V + u$  , mais si l'on parle des pertes des forces absolues , le Corps B perd la différence de Bu &  $\frac{ABV - BBu}{A + B}$  , c'est-à-dire  $\frac{2BBu - ABV + ABu}{A + B}$  ; à quoi si l'on ajoute la force perdue par le Corps Au , qui est  $\frac{ABV + ABu}{A + B}$  , la somme



2B donne la force perdue par le choc des Corps A & B, comme nous l'avons estimé dans le seizième art. ci-dessus : laquelle change en proportion de la force du Corps B.

## PROPOSITION III.

L'action du ressort dans le choc des Corps parfaitement élastiques, double les changemens des forces qui devroient être produits dans les Corps, s'ils n'avoient point de ressort. 24.

Les parties des Corps élastiques sont enfoncées par le choc, & se plient toujours jusqu'à ce que les deux Corps s'avancant avec une vitesse commune, comme s'il n'y avoit point de ressort, la vitesse respective qui bandoit leur ressort n'agissant plus, elles se débandent, & se restituant par les mêmes degrez, & avec les mêmes forces par lesquelles elles avoient été enfoncées, elles produisent les mêmes effets, en separant les Corps avec une vitesse respective, égale à celle dont ils s'approchoient avant le choc. Il y a donc une double augmentation produite dans la force du Corps qui gagne par le choc, & une double diminution dans la force de ce Corps qui perd par le choc.

## COROLLAIRE I.

Soient A & B deux Corps qui vont d'un même côté avec les vitesses V & u; & soit B le Corps qui precede. Le changement de force de chaque Corps auroit été par

Corol. 2. Prop. 1.  $\frac{AB}{A+B} \times V-u$ . Il faut donc ajouter

$\frac{2AB}{A+B} \times V-u$  au mouvement de B avant le choc, pour

avoir son mouvement après le choc; & il faut ôter autant du mouvement du Corps A avant le choc, pour avoir sa force avant le choc. La force donc de B après le choc

sera  $\frac{BBu + 2ABV - ABu}{A+B}$ , & sa vitesse  $\frac{Bu + 2AV - Au}{A+B}$ .



La force du Corps A sera  $\frac{AAV - ABV + 2ABV}{A + B}$ , & sa vitesse  $\frac{AV - BV + 2BV}{A + B}$ .

## COROLLAIRE II.

Si les Corps ont leurs directions contraires, il faut ôter de la force du Corps A dans le Corol. I. Prop. 2. encore ce qu'il a perdu  $\frac{AB}{A + B} \times V$ , & l'on trouvera sa force

après le choc  $\frac{AAV - 2ABV - ABV}{A + B}$ . Mais il faut ajouter

autant à la force du Corps B, laquelle donc sera après le choc  $\frac{2ABV - BBV + ABV}{A + B}$ , & sa vitesse sera  $\frac{2AV - BV + AV}{A + B}$ .

La vitesse du Corps A après le choc est  $\frac{AV - 2BV - BV}{A + B}$ ;

& quand cette expression devient negative, le Corps A est reflechi vers le côté opposé.

## COROLLAIRE III.

Si le Corps A frappe un plus grand B en repos, ce Corps B aura plus de force après le choc, que le Corps

A n'avoit avant le choc. La force du Corps B sera  $\frac{2ABV}{A + B}$

en supposant que V est la vitesse du Corps A avant le choc: mais il est clair que B étant plus grand que A, la quan-

tité  $\frac{2ABV}{A + B}$ , surpasse AV par la difference  $\frac{AV}{A + B} \times B - A$ .

Si le Corps B frappe un autre plus grand C en repos, la force de C surpassera celle de B: & l'on trouve par un calcul, dont on ne peut pas donner ici le détail, que si onze Corps élastiques en progression géométrique d'un à dix, se frappoient l'un après l'autre, le dernier auroit



394 fois plus de force que n'en avoit le plus petit. Un Auteur très-sçavant a tiré depuis peu une preuve de là pour la possibilité du mouvement perpétuel \* dans le système qui pose les forces proportionnelles aux masses multipliées par les vîteses, imaginant qu'on pourroit bien employer ces 394 degrez de force à en rendre un au premier Corps, & outre cela à faire quelque Machine, » dont on voit aisement, dit-il, que le mouvement pourroit être continué à perpétuité, si les materiaux ne s'usoient pas. « Mais on ne peut que s'étonner extrêmement que l'Auteur ne se soit pas souvenu que les autres dix Corps sont réfléchis du côté opposé avec 393. deg. de force, & que la somme de toutes les forces, en la prenant d'un côté, n'est que d'un degré; ce qui renverse entierement son raisonnement. Dans ce Corol. B gagne

la force  $\frac{AV}{A+B} \times B - A$ ; mais le Corps A est réfléchi vers le

côté opposé avec la même force: ainsi la somme des forces d'un côté reste toujours AV, comme elle étoit avant le choc.

## PROPOSITION IV.

Pour trouver les forces des Corps qui ne sont pas parfaitement élastiques après le choc, il faut diminuer la vîtesse respective avec laquelle ils se separent après le choc dans la raison de la force élastique. 25.

Dans les chocs des corps parfaitement élastiques, la vîtesse respective après le choc est égale à la vîtesse respective avant le choc: dans les Corps moins élastiques elle est moindre à proportion que l'effort du ressort qui produit la vîtesse respective après le choc est moins fort. Le celebre M. *Newton* témoigne qu'il a trouvé ce principe conforme à l'expérience. Voyez son *Scholium* sur les Loix du mouvement, dans le 1. liv. de ses Principes. Il trouva, par exemple, que deux Spheres de verre se separoient toujours après le choc avec une vîtesse respective, qui étoit à la vîtesse respective de leur rencontre, comme

\* Voyez  
les Remar-  
ques sur la  
possibilité  
du mouve-  
ment perpe-  
tuel par M.  
Sgrave-  
lande.



15 est à 16 à peu près, & que la proportion entre ces vitesses respectives étoit constante dans les Corps de même nature, à moins que le choc ne dérangerât les parties du Corps, en sorte qu'elles ne se pussent rétablir dans leurs premières situations. Il s'ensuit de cette observation que la vitesse du Corps A après le choc dans le cas du 2. Corol. de la Prop. 3. supposant que ce Corps est

une boule de verre, doit être  $\frac{16AV - 3IB - 15BV}{16A + 16B}$ .

On pourra raisonner de la même sorte sur les autres Corps, lorsque leur force élastique sera déterminée par les expériences.

## SECTION IV.

### *Du Choc indirect.*

#### Problème.

*Les directions, les vitesses & les diamètres de deux Corps sphériques étant données avec leur situation dans quelque instant avant le choc, trouver l'endroit où ils se rencontreront.*

26. Soient les deux Corps A, B; & supposons qu'ils sortent en même tems des endroits marquez A & B dans les directions AC, BC, & que la vitesse du Corps A est à la vitesse du Corps B comme AC est à BD. Décrivez le parallélogramme ABHC, & tirez DH. Du centre C avec un rayon égal à la somme des demi-diamètres des deux Corps A & B, décrivez un arc de cercle qui coupe la droite DH en L & l; tirez LN parallèle CA, & NR parallèle à CL. Je dis que les centres des deux Corps arriveront en même tems aux points N & R, & que c'est alors que les Corps se rencontreront; car DN est à NL ou CR, comme DB est à BH ou AC; & par division BN est à AR comme BD est à AC, ou comme la vitesse du Corps B est à la vitesse du Corps A. Ces espaces donc BN & AR seront parcourus dans le même tems, & les centres des Corps arriveront en même tems aux points N & R; Or



NR étant égale à CL, somme des demi-diamètres des deux Corps par la supposition : il faut alors que les deux Corps se touchent & se choquent.

## COROLLAIRE I.

Le cercle décrit du centre C & du rayon CL, coupe la droite DH en deux points L & l ; mais quand les Corps viennent se rencontrer des côtes marquez A & B, l'intersection l est inutile. Si le Corps A venoit du côté opposé F, & CF & CA étant égales, si les Corps partoient des points F & B ensemble ; dans ce cas pour trouver leur rencontre, il faudroit se servir de l'autre intersection l, pour avoir la situation des Corps dans le choc.

## COROLLAIRE II.

Si la droite DH n'entre pas dedans le cercle Ll, il n'y aura point de choc ; si la droite DH touche le cercle, les Corps se toucheront en passant ; mais il n'y aura point de choc. Si le sinus de l'angle CDL n'est pas moindre que la somme des demi-diamètres des Corps A & B, en prenant DC pour rayon, il n'y aura point de choc.

## PROPOSITION V.

Soient BM, AQ, perpendiculaires sur NR, & les actions des Corps l'un sur l'autre seront les mêmes que si le Corps A avec une vitesse comme RQ, rencontroit le Corps B avec une vitesse comme MN dans la ligne droite NR. Fig. 24

Les vitesses des Corps A, B, sont proportionnelles aux droites AR, BN, & peuvent être représentées par ces droites. On sçait qu'une force comme AR peut être résolue en deux forces AQ & RQ, & une force comme BN en deux forces BM & MN. Les forces comme AQ & BM ayant des directions parallèles & agissantes dans la direction de la tangente des deux Corps, n'ont point d'effet dans le choc. Ainsi les deux Corps agiront l'un sur l'autre, comme s'ils se rencontroient dans la direction NR avec des vitesses comme RQ & MN. 27.



## COROLLAIRE.

Fig. 2. Il s'ensuit de cette Proposition que pour déterminer leurs mouvemens après le choc, il faut supposer que le choc est direct, & que les Corps A & B se rencontrent avec des vitesses comme QR & MN, & on trouvera par les Propositions de la Section precedente leurs vitesses après le choc dans cette même direction. Supposons que la vitesse du Corps A après le choc doit être Rg, & la vitesse du Corps B égale à Nm; soit Rq égale & parallele à AQ, & Nl égale & parallele à BM: soient décrits les parallelogrammes RqAg, NlBm, & les Corps A & B continueront leur mouvement après le choc dans les diagonales Ra, Nb, de ces parallelogrammes avec des vitesses comme Ra & Nb. Il n'est pas necessaire d'expliquer tous les cas particuliers du choc indirect; il est aisé d'appliquer toujours cette construction generale.

Voilà les Principes & les Loix fondamentales du choc des Corps. Pour expliquer les cas plus composez des chocs des Corps irreguliers, il faudroit entrer dans un long détail de la Géométrie profonde. Mais il suffit d'avoir établi les principes les plus essentiels, qui pourront servir de fondement à ceux qui desireront de pousser plus loin leurs recherches.

*Ac veteres quidem Philosophi in Beatorum Insulis fingunt, qualis natura sit vita Sapientium, quos cura omni liberatos . . . nihil aliud esse acturos putant, nisi ut omne tempus in querendo, ac discendo, in nature cognitione consumant. Cic. de fin. lib. V.*

FIN.

## ERRATA.

Dernieres lignes de l'Avertissement, MACLORRINS, *lis.* MAC-LAURIN.

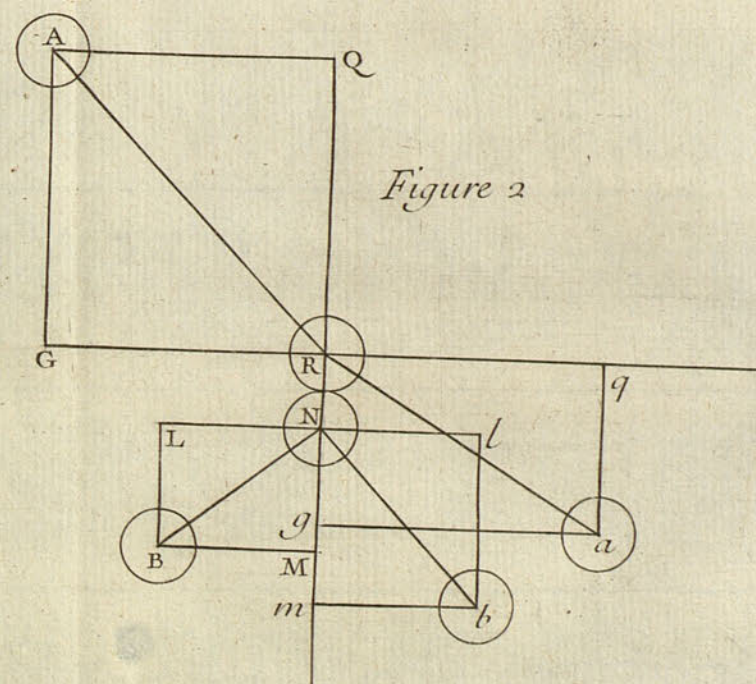
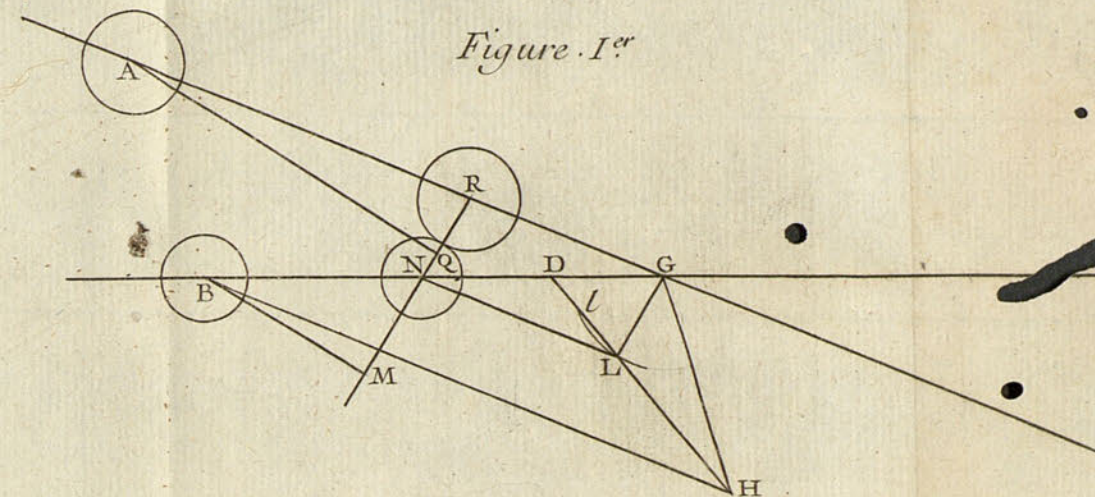
D'Aberdeen, *lis.* d'Aberdeen, & Membre de la Société Royale de Londres.

Page 2. lig. 19. du Mem. commu-, *lis.* communi.

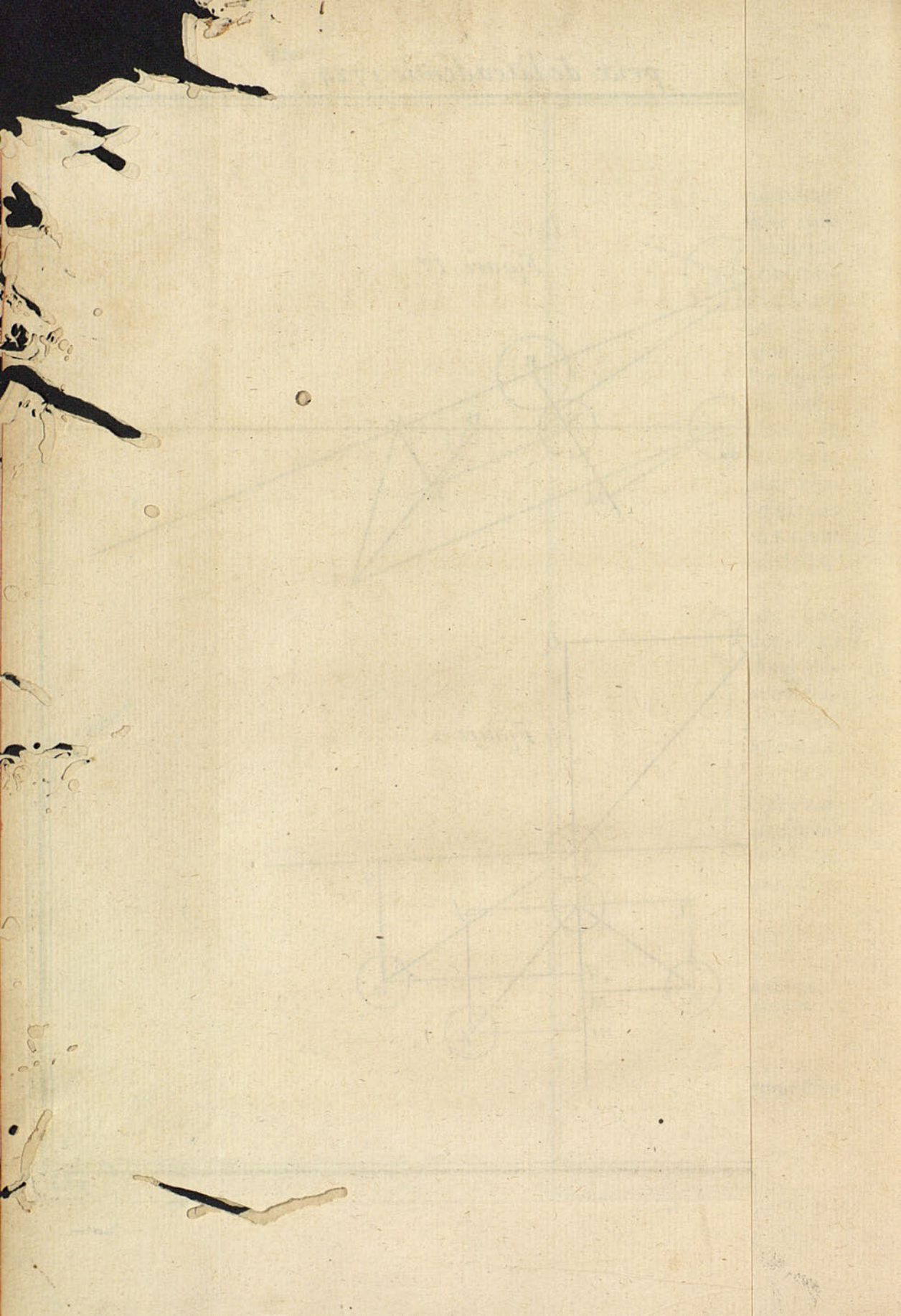
Page 14. lig. 14. qu'il y a, *lis.* qu'il n'y a pas.

*L'Approbation & le Privilege sont à la Piece qui a remporté le premier Prix.*





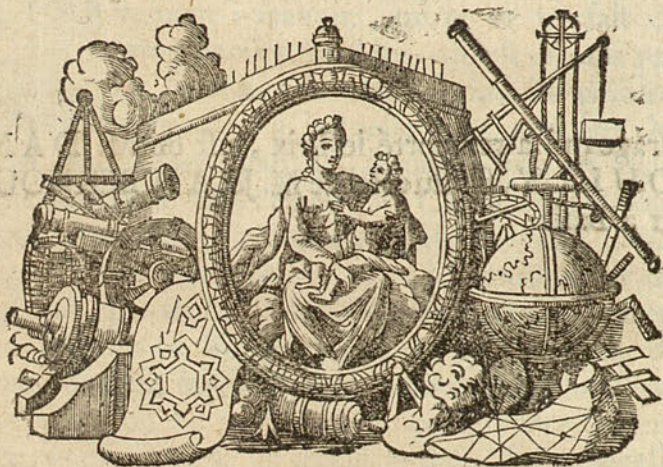






PIECE  
QUI A REMPORTÉ LE PRIX  
DE  
L'ACADEMIE ROYALE  
DES SCIENCES.

Proposé pour l'année mil sept cens vingt - cinq , selon  
la Fondation faite par feu M. Rouillé-de Meslay ,  
ancien Conseiller au Parlement de Paris.



A PARIS, rue S. Jacques ,

Chez CLAUDE JOMBERT , au coin de la rue des Mathurins , à l'Image  
Notre-Dame.

M. DCC. XXV.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.



## AVERTISSEMENT.

**L'**Académie ne peut s'empêcher d'avertir le Public, que dans les Pièces qui ont été envoyées pour cette année 1725. elle n'a point trouvé les Experiences & les Recherches de Pratique que le Sujet & le Prix méritoient. Elle avoue même qu'à cet égard la Piece victorieuse ne répond pas à ce qu'on pouvoit attendre de la sagacité & du sçavoir que l'Auteur y fait paroître; & elle exhorte ceux qui travailleront à l'avenir sur des Sujets de cette nature, d'être plus soigneux de faire les Experiences que la matiere demandera, & de les inserer dans leurs Ecrits.

L'Ouvrage qui a remporté le Prix, est de M. DANIEL BERNOLLY, fils du celebre M. JEAN BERNOULLY, Professeur à Basle.





# DISCOURS

## *SUR LA MANIERE LA PLUS PARFAITE*

*de conserver sur Mer l'égalité du mouvement  
des Clepsidres ou Sabliers.*



Les Sabliers requierent deux choses pour la conservation de l'égalité de leur mouvement : sçavoir , un repos parfait de leurs parties internes, qui est détruit par les secousses & une continuelle position verticale , à laquelle sont opposées les différentes inclinaisons : tant les secousses que les inclinaisons, retardent le mouvement des Clepsidres ; & pour en comparer les effets, j'ai mis un Sablier sur une table, que je battois des mains durant tout le mouvement du même Sablier , qui en fut retardé de deux ou trois minutes. Ensuite je mis ce Sablier de sorte qu'il inclina de 10 degrez , & cette inclinaison le retarda environ d'une minute. Quoiqu'on ne puisse pas faire fort exactement ces experiences, à cause de quelque inégalité naturelle des Sabliers, elles ne laissent pas de montrer que le premier point merite autant d'attention que le second : c'est pourquoi en examinant la maniere la plus parfaite de conserver sur Mer l'égalité du mouvement des Clepsidres, & remarquant d'abord que tout ce qui a communication avec les Vaisseaux battus impetueusement des



vagues, en doit necessairement être secoué: mon premier soin fut d'empêcher les secousses des Sabliers; ensuite j'examinai quelle pourroit être la maniere la plus parfaite de tenir sur Mer les Sabliers dans une continuelle situation verticale, même pendant les plus violentes agitations du Vaisseau. Je me flatte de n'avoir pas tout-à-fait échoüé dans l'examen de ces deux points: cependant comme l'on ne peut être trop exact dans cette matiere, je suis allé plus avant, en recherchant des manieres de construire les Horloges à sable, telles que leur inclinaison ne retarde pas sensiblement ou rien du tout leur mouvement: & enfin sçachant que les meilleurs Sabliers ne sont guères propres à mesurer le tems assez exactement, pour en pouvoir faire un jugement précis & solide des longitudes (car c'est-là qu'aboutit la question) je me suis formé une idée de quelques autres especes de Clepsidres, qui promettent plus d'égalité de mouvement, que les Sabliers ordinaires, & qui pourront fort commodément être mises en usage sur Mer. Voici les quatre points qui font le sujet de mon Discours présent, que j'ai l'honneur de soumettre au jugement de l'Académie.

I. Les Sabliers étant ordinairement suspendus sur les Vaisseaux par une ficelle, il est évident que les vagues battant avec impetuosité le Vaisseau, la ficelle s'en tremoussera, & ébranlera par-là le Sablier même. Si l'on chargeoit le Sablier d'un grand poids, cette commotion en deviendroit moins sensible aux yeux; mais les petits chocs se feroient plus rapidement, & même avec plus de force. Il est clair aussi que chaque petit coup que reçoit le Sablier, arrête ou diminue, selon qu'il est plus ou moins fort, le passage du sable, comme on en peut faire l'experience en donnant à une Clepsidre un coup de doigt. Pour prévenir donc ces retardemens & ces inégalitez de mouvement, il faudra tenir les Sabliers d'une maniere que le choc des vagues contre le Vaisseau ne puisse pas se communiquer ausdits Sabliers. On en viendra à bout,



## DES CLEPSIDRES OU SABLIERS.

en faisant nager dans un liquide un corps solide, sur lequel on mettra la Clepsidre, dont on veut se servir sur Mer. Je montrerai ci-dessous tout ce qu'il faudra observer sur ce point. De cette maniere les chocs du vase qui contient le liquide, ne pourront faire aucune impression sur le corps, qui y nage librement, ni par consequent sur le Sablier, dont il est chargé. Il ne s'agit donc plus que d'empêcher qu'un tel corps ne fasse sortir par ses flottemens le Sablier hors de sa situation verticale. C'est ici le sujet de notre second article.

II. Avant que d'exposer les mesures qu'il faut prendre pour conserver le plus qu'il est possible la situation verticale des Clepsidres, j'examinerai la maniere ordinaire dont on se sert pour cette fin. Elle ne consiste qu'à suspendre les Sabliers par un cordeau ou une ficelle. Voici ce qui en arrive. Soit (*fig. I.*) A le point du Vaisseau, où la ficelle est attachée. Soit au lieu du Sablier un poids P suspendu par le fil AP. Si on conçoit maintenant que le point A soit transporté par l'agitation du Vaisseau en *a*, il est constant que P ne fera environ qu'en *p*; lorsque A est déjà parvenu en *a*, & qu'ensuite il fera plusieurs oscillations *pc*, avant qu'il s'arrête au point *m*, & que le fil se tienne en repos dans sa situation verticale *am*. Quel moyen après cela de conserver entierement le parallelisme des Sabliers, dont la direction est la même que celle du fil? Il faudroit pour cet effet que le mouvement de P égalât celui de A, & que précisément dans le même tems que A fait le chemin *Aa*, P fît celui de *Pm* semblable & égal à l'autre: mais cela ne peut pas être, pour deux raisons. Premièrement, parce que la vitesse des corps qui tombent est au commencement de la chute infiniment plus petite que celle du point A, qui est finie. Et en second lieu, parce que le poids P perd la plus grande partie de sa vitesse naturelle, puisque la direction de son mouvement vers *m*, ne peut être que fort oblique avec la direction verticale qu'ont les corps qui tombent avec leur vitesse naturelle. La premiere de ces raisons



n'est considerable que pour le premier moment, puis-que si le corps *P* pouvoit tomber verticalement, sa vitesse surpasseroit bien-tôt celle du point *A*, quelque violente que pût être l'agitation du Vaisseau. Selon *M. Huguens*, un corps qui tombe fait dans le tems d'une seconde plus de 15 pieds de Roy; ou, ce qui revient au même, acquiert une vitesse avec laquelle étant mû uniformement, il peut parcourir l'espace de 30 pieds en moins d'une seconde. Il faut donc attribuer la plus grande partie de ces oscillations, à ce que le poids *P* ne peut employer qu'une petite partie de sa pesanteur naturelle pour suivre le mouvement du point *A*.

Il est facile de voir après ce que je viens de dire, qu'une liqueur dans un vase qu'on remue, conservera infiniment mieux son niveau qu'un fil tendu par un poids qui lui est attaché, ne conserve sa position verticale, quand il est agité par l'autre bout. Ainsi si (*fig. 2.*) *ACE* est un vase en forme d'un grand segment sphérique; & si on conçoit que ce vase rempli d'une liqueur pour le moins jusqu'au centre *F*, fasse un mouvement infiniment petit autour de son centre (je ne considere pas le mouvement progressif, lequel conservant le parallelisme des parties dudit Vaisseau, ne peut causer aucun mouvement dans le fluide) en prenant la situation *ace*; il faudra que la surface du fluide pour conserver son niveau, vienne de *bd* en *mn*; mais elle sera fort prompte à faire ce petit mouvement, parce que le fluide y employe toute sa pesanteur directement, & que chaque goutte descend perpendiculairement en *p*, & force de l'autre côté la goutte *q* à monter en *r*. On voit donc que quelque mouvement que fasse le vase, le fluide sera toujours fort prompt à reprendre le niveau, qu'il n'abandonnera jamais, pour ainsi dire, que pendant un instant, particulièrement si le liquide est de l'argent vif, qui est également pesant & fluide: aussi voit-on qu'un tel vase cessant de se mouvoir, le mercure se met aussi tôt en repos, & ne fait tout au plus que de petits mouvemens ondoyans,



presqu'insensibles, & point du tout à comparer avec les balancemens qui restent à un corps suspendu après le mouvement du point de suspension. On pourra donc admettre sans peine que la surface du mercure dans un vase sphérique, conservera son niveau, nonobstant les agitations du Vaisseau. Je ferai usage de ce principe, après avoir examiné auparavant la nature des corps qui nagent dans les liqueurs.

On démontre facilement qu'un corps étant plongé dans une liqueur d'une pesanteur spécifique, plus grande que celle du corps, il surnage ayant une partie enfoncée, qui a la même raison à tout le corps, que la pesanteur spécifique du corps à celle du liquide. Mais comme chaque corps peut être divisé en raison donnée en une infinité de manières, ce Théoreme ne suffit pas pour déterminer la situation des solides dans les liquides; on y ajoute pour cet effet un autre principe, qui est que le centre de gravité commun tant à la liqueur qu'au corps submergé, doit toujours être le plus bas qu'il soit possible. Je remarque ici qu'un corps ayant sa situation naturelle, la ligne qui joint le centre de gravité de la partie submergée avec celui de l'autre partie, est toujours verticale ou perpendiculaire à la surface du liquide. Le principe nous menera à la solution d'une question qui fait à notre propos, sçavoir, quelle figure il faut donner à un corps, afin que la force requise pour le faire sortir hors de sa situation naturelle, soit la plus grande qu'il est possible, ou quelles sortes de corps reprennent le plus promptement leur situation naturelle, lorsqu'ils en ont été détournés. Il ne faut que remarquer pour la solution de cette question, que plus la ligne qui passe par les centres de gravité des deux parties du corps divisé par le plan de la surface du liquide, que plus, dis-je, cette ligne panche vers l'horison, plus promptement se tournera le corps, & prendra sa situation naturelle.

Soit donc (*fig. 3.*) AB une perche longue, mais fort mince, & d'une pesanteur spécifique moindre que celle



de la liqueur, dont la surface est  $CD$ . Cette perche étant mise dans le liquide, se mettra horizontalement, & lesdits centres de gravité seront fort proches l'un de l'autre, & se confondront presque en  $M, N$ ; en forte pourtant que la ligne  $FE$  tirée par les mêmes centres, soit verticale: je dis que cette perche ne pourra faire le moindre mouvement, sans que la ligne  $FE$  de verticale soit devenue tout d'un coup horizontale. [ Il faut pourtant remarquer que je ne considère pas le mouvement autour de l'axe  $AB$ , & que je suppose que la partie submergée soit toujours d'un même volume. ] Car imaginons-nous qu'elle ait fait un mouvement fort petit en prenant la situation  $ab$ , il est évident que ce mouvement, quelque petit qu'il soit, ne se peut faire, sans qu'un des bouts sorte tout-à-fait hors du liquide, puisque je suppose la perche fort mince; il faut donc que la ligne qui passe par les deux centres de gravité  $n$  &  $m$ , ait la même direction que la perche même, laquelle ne diffère pas sensiblement de la direction horizontale. Mais si la perche étoit composée de deux matières hétérogenes, une plus pesante que le liquide & l'autre plus legere; & si on la plongeoit dans la liqueur, elle prendroit d'abord une position verticale; de laquelle si on l'écarte, la ligne des centres de gravité ne panchera jamais plus que la perche même; en forte qu'on peut dire qu'il faut infiniment plus de force pour changer la situation de la perche homogene que celle de l'héterogene. S'il y avoit en  $n$  &  $m$  deux forces qui tinssent la perche dans la situation oblique, ces deux forces souffriroient une résistance égale, puisque le centre de gravité en  $n$  est sollicité avec la même force à descendre, que l'autre à monter. Si donc la pesanteur absolue de la partie  $aq$  est exprimée par  $g$ , la somme de ces deux forces sera  $2g$ . Il suit de-là (ce qui est assez paradoxé) que si la pesanteur spécifique du liquide est plus que double de celle du corps, il faut plus de force pour tenir la perche obliquement dans le fluide, que pour la tenir suspendue dans l'air; & si la pesanteur du liquide étoit



Étoit infinie, la premiere seroit double de la seconde, puisqu'il n'y auroit qu'une partie infiniment petite submergée en  $b$ ; mais qui ne laisseroit pas d'être poussée avec autant de force à monter, que toute la perche à descendre. Mais reprenons le fil de notre discours. Je dis donc qu'entre les corps d'un même volume, celui qui est le plus plat, satisfera à notre question; ce qui n'a plus besoin de preuve. Voici encore une autre question de la même nature, qui servira pareillement de Lemme à ce qui suivra. On demande la raison de la pesanteur spécifique du corps à celle du liquide, afin que la force requise pour mettre le corps hors de sa situation naturelle, soit la plus grande qu'il est possible. Soit la pesanteur spécifique du liquide  $a$ , celle du corps  $x$ , le volume du corps  $b$ ; la pesanteur absolue de tout le corps sera  $bx$ , celle de la partie submergée  $\frac{bxx}{a}$ , & celle de l'autre partie

$\frac{abx - bxx}{a}$ ; & par consequent la force requise pour tenir le corps hors de sa situation naturelle, sera  $\frac{2abx - 2bxx}{a}$ , laquelle quantité devant être entre toutes les possibles la plus grande, il s'ensuit  $\frac{2abdx - 4bxx}{a} = 0$ , ou  $x = \frac{1}{2}a$ ; ce qui marque que la pesanteur spécifique du solide doit être égale à la moitié de celle du liquide.

Pour appliquer ces deux Lemmes, qui ont fait le sujet principal de notre digression, je ferai quelques reflexions sur le corps, qui nageant dans le mercure, doit soutenir le Sablier. Je remarque donc premierement que ce corps doit avoir la forme d'une grande médaille, qui n'a que deux ou trois lignes d'épaisseur sur environ six pouces de diamètre, ou plus, si le vase du mercure le permet. Cette plaque étant mise dans le mercure, se couchera d'abord horizontalement; & de même que le mercure conserve son niveau pendant tout le tems que le vase change de situation (par le principe ci-dessus page 7) ainsi la plaque conservera sa situation naturelle en se tournant



à mesure que le vase se tourne, & que le mercure roule dans le vase ; car elle ne peut quitter tant soit peu cette situation, qu'elle n'y soit repoussée directement tant par sa propre pesanteur, que par celle du liquide, au lieu que les autres corps ( qui sont plus ou moins indifferens pour toutes les situations, selon qu'ils sont plus ou moins spheriques ) ne peuvent être si prompts à reparer par leur propre mouvement celui du vase. Tout cela est clair par notre premier Lemme. On voit donc qu'en mettant la Clepsidre sur une telle plaque plongée dans le mercure, non seulement on la garantira des secousses, mais on conservera en même tems infiniment mieux que par la suspension ordinaire, sa situation verticale ; & de ces deux points dépend l'égalité du mouvement des Sabliers. Au reste on pourra faire au milieu de la plaque un petit bord concentrique, qui empêchera que le Sablier ne puisse glisser, si par hazard la plaque venoit à pancher un peu, & qui en même tems servira pour mettre toujours exactement le Sablier au milieu ; il sera bon aussi de faire que la pesanteur du Sablier soit la moindre qu'il est possible.

Je remarque en second lieu, que la plaque doit être faite de fer, non seulement parce que le fer se conserve dans l'argent vif, mais aussi parce que sa pesanteur spécifique est à peu près la moitié de celle du mercure ; & qu'ainsi il a la qualité indiquée dans notre second Lemme.

Je dirai encore deux mots sur la maniere de tenir le vase même qui contient le mercure ; on pourra l'affermir à une verge longue & ployable, qu'on fiche verticalement dans quelque endroit du Vaisseau : cette verge sera ployée par le poids du vase, alors que le Vaisseau panche de quelque côté que ce soit ; si elle étoit infiniment flexible, elle feroit le même effet qu'une ficelle, & le vase seroit sujet à faire des balancemens, comme j'ai dit page 5. lesquels donneroient au mercure quelque force centrifuge, qui pourroit peut-être diminuer sa promptitude à se mettre toujours horizontalement ; mais



par contre-coup le vase n'est jamais mis dans une grande obliquité. Si au contraire la verge est supposée n'avoir aucune flexibilité, le vase ne se remue qu'avec le Vaisseau ; mais en échange ce mouvement met toujours le vase dans la même obliquité, dans laquelle se trouve le Vaisseau.

L'expérience enseignera donc à quel point il faut modérer la flexibilité de la verge pour prendre le meilleur parti. Je crois pourtant que les Sabliers ne manqueront pas d'avoir, sans ces dernières précautions, toute la précision dont ils sont capables. Je m'assure aussi que si on faisoit le vase & la plaque de fer assez grands pour y pouvoir mettre une pendule, cette maniere de les tenir sur Mer seroit beaucoup meilleure que celles que M. *Huaguens* enseigne dans son *Horologium oscillatorium*.

III. Notre maniere de conserver la situation verticale des Clepsidres sur Mer, est sans doute la plus parfaite de toutes ; ce que nous avons établi par des principes trop évidens pour en pouvoir douter. J'avoue pourtant volontiers, qu'elle ne sera pas d'une précision si juste qu'on pourroit la demander à la rigueur ; mais aussi cette exactitude n'est pas trop nécessaire, puisqu'une continuelle inclinaison de 10 degrez (à laquelle les Sabliers n'arriveront sans doute jamais) emporte à peine une minute. Cependant pour ne rien omettre de ce qui pourroit contribuer à la dernière perfection de notre sujet, je donnerai dans ce Chapitre deux manieres de construire les Sabliers, telles que leur mouvement ne sçauroit être dérangé par leurs différentes inclinaisons. Pour donner une idée de ces constructions, & pour en établir en même tems la validité, je mettrai ici toute la méthode que j'ai suivie dans la recherche de ces Clepsidres.

Il n'y a rien de plus facile que de voir que les inclinaisons doivent retarder le mouvement des Sabliers ; car les Sabliers étant inclinez, le plan du trou devient oblique à la direction du sable coulant, qui est toujours verticale, dans quelque situation que se trouve la Clepsidre ; le fil



du sable coulant formera donc un cylindre oblique; dont la base est le trou rond, mais dont la section perpendiculaire ou horisontale forme une Ellipse, qui est au trou ou à la base circulaire, comme le sinus du complément de l'angle d'inclinaison du Sablier, ou comme le sinus de l'angle d'inclinaison du plan du trou au sinus total: c'est donc la même chose que si le Sablier restoit dans sa situation verticale, & que le trou rond fut changé en un trou plus petit & elliptique; ce qui ne sçauroit se faire, sans que la quantité de sable qui s'écoule dans un tems fixe, ne diminuë, ou sans que le tems dans lequel tout le sable s'écoule, n'en soit augmenté. [ J'entens par les angles d'inclinaison du Sablier & du plan du trou, les angles que font leurs directions avec la ligne verticale. ] Il seroit facile de déterminer par les angles d'inclinaison les retardemens, si on supposoit que les quantitez de sable qui passent dans des tems égaux, mais par des trous differens, sont en raison des trous. Cette supposition si-bien fondée en apparence, n'est pourtant pas tout-à-fait conforme à l'expérience: c'est peut-être parce que les grains de sable ne sont pas infiniment petits, comme on le suppose dans la Théorie. J'ai remarqué plutôt que ces retardemens sont à peu près en raison des angles d'inclinaison, lorsque ces angles ne sont pas trop grands. Cette remarque peut avoir lieu jusques aux angles de 24 à 30 degrez. Je n'ai pas manqué de faire les expériences avec la dernière exactitude, ayant particulièrement attention que la feuille de laiton, qui divise les deux empoules, fût bien parallele aux deux surfaces planes du Sablier; & après avoir réitéré plusieurs fois les expériences ( qui ne sont jamais tout-à-fait conformes; ce qui est le défaut naturel des Sabliers ) j'ai pris le moyen arithmétique des résultats.

Il suit de cette observation, qu'en faisant une planche (*fig. 4.*) ABC. dont l'angle en C n'excede pas 24 ou 30 degrez, & qu'en mettant sur chaque côté AC & BC un Sablier de même durée, il passera toujours une même



quantité de sable dans les deux Sabliers, de quelque manière qu'on mette la planche, pourvu que le plan ACB soit droit avec l'horison, & que la ligne verticale tirée du sommet C, soit entre les deux jambes CA & CB; la raison en est, qu'un des Sabliers s'approche autant de la situation verticale, que l'autre s'en éloigne, & par conséquent l'accélération de l'une est détruite par le retardement de l'autre: ceci m'a donné lieu de m'aviser qu'au lieu de la feuille plane, qui sépare les deux ampoules, on pourroit faire une autre séparation de laiton mince en forme d'un petit cône, dont la section par l'axe seroit MNP (*fig. 5.*) où l'angle MNP est de 156 ou de 150 degrés: ce cône est percé par deux trous égaux, & en des endroits oppoiez, comme en *o* & *q*; cette Clepsidre feroit le même effet que les deux Clepsidres dans la quatrième figure, & on pourroit l'incliner jusqu'à 12 ou 15 degrés, sans déregler son mouvement, puisque la somme du sable qui s'écouleroit par les deux trous, seroit toujours la même. Il faut pourtant remarquer que les centres des deux trous doivent être dans le même plan avec la ligne verticale tirée du point N; sans quoi cette structure ne pourra plus lever entièrement les inégalitez du mouvement des Sabliers, causées par leurs différentes & incontestables inclinaisons. Elle diminuera pourtant ces inégalitez sensiblement; & cela plus ou moins, selon que la ligne qui joint les centres des trous *o* & *q*, est éloignée de la ligne verticale tirée du point N. Si on vouloit suivre d'autres manieres de tenir les Sabliers sur les Vaisseaux, que la nôtre, il y auroit plusieurs moyens de faire que les balancemens auxquels les Sabliers sont sujets, se fassent toujours dans un même plan; & en ce cas notre construction obtiendrait tout son effet; mais il seroit difficile en suivant notre maniere, de procurer que les petits flottemens qui resteront peut-être aux Sabliers pendant les plus violentes agitations du Vaisseau, se fassent aussi dans un même plan. C'est pourquoi j'ajouterai encore une autre maniere de construire les Sabliers, telle que les inclina-



sons, quelque grandes qu'elles soient, & de quelque côté qu'elles se fassent, ne pourront aucunement troubler ou déregler leur mouvement. Mais il sera nécessaire d'établir auparavant une vérité, qui n'est peut-être pas universellement reçue ; sçavoir, que le sable sort avec une vitesse constante depuis le commencement du mouvement du Sablier jusqu'à la fin, en sorte que la vitesse du sable qui s'écoule, ne dépend nullement de la hauteur du sable dans la phiole, comme cela est dans les fluides. Pour m'assurer de ce que je viens de dire, j'ai pris au lieu de l'ampoule des Sabliers ordinaires, un tuyau par tout également large, & j'ai trouvé que les abaissemens de la surface du sable dans le tuyau étoient toujours proportionnez aux tems de l'écoulement : & si quelquefois j'ai trouvé quelque petite difference entre la raison des abaissemens & celle des tems, au moins n'a-t-elle jamais été considerable par rapport à la difference des hauteurs. Cette experience me fait croire que le sable ne fait que tomber par le trou avec sa pesanteur naturelle, sans y être aucunement sollicité par la pression du sable supérieur. Voici la maniere de laquelle ce Phenomene assez paradoxal, me paroît pouvoir s'expliquer. AFED (fig. 6.) étant le tuyau rempli de sable jusqu'en BC de la hauteur d'environ un demi ponce, on remarque qu'il se forme sur le trou *q p* une cataracte B *q p* C à peu près telle que M. *furin* Medecin Anglois s'est imaginée dans les fluides ; & le sable ne fait que glisser le long des remparts ou des côtes de la cataracte pour sortir du tuyau. Il est donc manifeste en ce cas que le sable ne fait que tomber d'une petite hauteur, & qu'il passe par le trou avec cette vitesse qu'il peut acquérir par une telle chute. Supposons maintenant que le tuyau soit plein de sable jusqu'en AD, & il se formera de même une petite cataracte pendant que les grains de sable s'accrochent en *or*, & forment comme une voûte qui empêche que la colonne de sable qui repose sur *or*, ne puisse faire aucun effet sur le sable coulant, jusqu'à ce que les côtes de la cataracte



n'étant plus capables de soutenir la pression de tout le sable, la voûte creve & donne lieu à la formation d'une nouvelle cataracte : & ainsi quelque grande que soit la hauteur du sable, la vitesse du sable qui s'écoule n'en pourra jamais être augmentée. Ceci bien établi, je m'en vais donner la description de ma nouvelle Clepsidre.

CB & AF (*fig. 7.*) sont les deux verres de la Clepsidre séparés par le corps AMafNB, qui a la forme d'un chapeau, dont les aîles AMNB sont un peu plus fortes que la coupe MafN, qui doit être fort mince. Cette coupe a la forme d'un segment de Sphere plus ou moins grand, selon qu'on trouvera à propos. Elle est aussi criblée en toute sa surface par un grand nombre de trous petits, égaux, & également distans. Cela étant, le sable ne passera que par les trous les plus horizontaux, comme *a, b, c, d, e, f*, dont le nombre fera plus ou moins grand, selon que le sable est subtil & fin, & que les trous sont grands ; car le sable ne pourra passer par les autres trous, qui sont notablement inclinés, par la même raison qui fait que les Sabliers ordinaires s'arrêtent quand on les incline trop. On voit aussi que si le Sablier CF panche de quelque côté que ce soit, il n'en arrivera sinon que le sable passe par d'autres trous, mais dont le nombre & l'obliquité seront les mêmes ; & comme en même tems la pression du sable supérieur (dont on change véritablement la hauteur, en inclinant le Sablier) ne contribue rien au passage du sable inférieur ; il faut qu'il s'écoule la même quantité dans la situation oblique & dans la verticale en des tems égaux : & ainsi on pourra changer à tout moment la situation du Sablier, & même le coucher quelque tems horizontalement ; si le segment de Sphere MafN est assez grand, sans que son mouvement en soit déréglé.

Au reste le corps AMafNB doit être mis d'une manière qu'on le puisse tourner par dehors, afin qu'en tournant le Sablier, on puisse toujours faire regarder la concavité en haut.



IV. J'ai déjà dit que les meilleurs Sabliers ont quelque inégalité de mouvement, qui apparemment est causée par la diversité de figure & de grandeur des grains de sable. Cela étant, les Anciens n'avoient pas tort de se servir dans leurs Clepsidres au lieu de sable d'un fluide, dont les parties peuvent passer pour égales & infiniment petites: mais d'un autre côté l'eau qui est le fluide dont ils se servoient, est si peu propre pour les Clepsidres, qu'il ne faut point s'étonner qu'elles aient été entièrement abolies parmi nous. L'eau est sujette à la corruption, congélation, évaporation, condensation, &c. elle s'attache outre cela aux côtes de la Clepsidre; elle passe plus ou moins vite, selon qu'il fait chaud ou froid. M. *Ozanam* dans ses Observations sur le Traité des Horloges Elementaires de *Martinelli*, qu'il a traduit en François, examine au long quelle liqueur on pourroit substituer à l'eau simple pour éviter tous ces inconvéniens. Mais je m'étonne qu'il n'y fasse point mention du mercure, qui n'en a aucun, à moins qu'on ne veuille compter pour tel une petite condensation pendant les grands froids, qui, selon M. *Amontons*, n'est que d'une cent quinzième partie de la plus cuisante chaleur au plus grand froid, & qui par conséquent peut passer pour insensible. Je crois donc qu'une Clepsidre à mercure sera bien plus juste qu'un Sablier; & on s'en servira avec d'autant plus d'utilité sur Mer, que les plus violens mouvemens du Vaisseau ne pourront la dérégler, si elle est faite de la manière que je dirai ci-dessous, & qui n'est pas plus composée que la manière ordinaire. Je me propose donc ici à peu près le même Problème que j'ai fait par rapport aux Sabliers; sçavoir, que la vitesse du mercure soit la même dans chaque situation de la Clepsidre. La différence qu'il y a à cet égard entre les Sabliers & les Horloges à mercure est, que dans ceux-là il n'y a à considérer que les inclinaisons du plan du trou, sans avoir égard aux hauteurs du sable, pendant que dans celles-ci les inclinaisons du plan du trou, ne changent aucune-

ment



ment la quantité du mercure, la direction du mercure qui sort étant toujours perpendiculaire audit plan, & que cette même quantité dépend entièrement des hauteurs du mercure, ou des vitesses qui sont en raison des racines quarrées des hauteurs: on voit donc qu'il suffit pour la solution dudit Problème, de faire que la distance du centre du trou à la surface du mercure, soit la même dans toutes les situations de la Clepsidre.

Voici maintenant la simple construction d'une telle Clepsidre. AMB & AFB (fig. 8.) sont deux hemispheres de verre parfaitement égaux, qui sont séparés par le diaphragme AB, qui est de fer, & qui est percé dans son centre d'un trou *c*. Il est manifeste que la distance du centre du trou à la surface du mercure DE (qui est toujours horizontale) est la même dans quelque position que se trouve la Clepsidre, pourvu que les extrémités de la surface ne touchent pas la separation AB; mais afin que cela n'arrive jamais sur Mer, on tournera la Clepsidre, quand le mercure n'est descendu que jusqu'en NO, & l'arc NA ou OB, se déterminera par la plus grande inclinaison, dans laquelle la Clepsidre pourroit être jettée pendant les plus violentes agitations du Vaisseau. Je sçai que feu M. Amontons a construit avec beaucoup de peine sa Clepsidre, dans l'esperance qu'elle pourroit servir sur Mer; mais je ne puis pas croire qu'elle soit si simple & si sûre que celle que je viens de décrire. Je suis pourtant fâché de n'avoir pu trouver dans ces Pays son Livre intitulé: *Remarques & Experiences Physiques sur la construction d'une nouvelle Clepsidre, &c.* où j'espérois trouver de très-belles choses sur notre sujet. Je ferai, à son exemple, quelques remarques sur notre Clepsidre.

Il faut bien prendre garde qu'on mette d'abord une même quantité de mercure dans chaque hemisphere, avant que de les souder avec le diaphragme; & cela afin qu'il y ait dans chacun une même quantité d'air; sans quoi le tems de l'écoulement de M vers F, ne sçauroit être égal au tems de l'écoulement reciproque. Cette égale



distribution d'air étant une fois établie, se conservera toujours, si la quantité du mercure est plus grande que la capacité d'un seul hemisphere, puisqu'en ce cas le même mercure bouchera toujours le trou, & empêchera l'air d'aller d'un hemisphere à l'autre.

On doit observer aussi que les deux orifices du trou (que je considere comme un petit tuyau) soient parfaitement égaux; ce qui est encore nécessaire pour que les deux passages soient d'une même durée. Cette remarque est fondée sur une experience que M. Poleni Professeur à Padouë, a inserée dans une Lettre publiée depuis quelques mois: je transcrirai ici le passage mot à mot. *Secundum (experimentum) institutum fuit rotundo foramine diametro jam constituta linearum 3. in lamella ex orichalco crassitie pauxillo excedentis quartam lineæ partem; hujus autem crassitie pars dimidia in foramine intacta erat, dimidia verò altera pars, deroso, ut ita dicam, angulo figuram superficiei frusti conii rectanguli (cujus basis radius equalis altitudini ipsius conii) obtinebat; cum ita posita esset lamella, ut pars illius intacta tubi cavitati (ce Tubus est le vaisseau rempli d'eau, laquelle s'écouloit par le trou de la feuille de laiton) responderet, tempore unius minuti effluerunt pollices aque cubici 627. Tertium experimentum habui eadem lamella, sed contrario modo posita, ut ejus superficies, quâ parte ora foraminis erat intacta, exterius foret; tempore autem unius minuti pollices aque cubicos 713 fluxisse observatum est.* J'ai rapporté cette experience, non seulement parce qu'elle éclaircit notre remarque, mais aussi parce qu'elle est nouvelle & curieuse. Pour cette raison & quelques autres, on pourra faire le diaphragme fort mince vers le milieu, tel qu'on le voit dans la 9<sup>e</sup> figure.

Quant à la quantité de mercure, on y mettra, à mon avis, les deux tiers de ce que pourroient contenir tous les deux hemispheres: de ces deux tiers, ou six neuvièmes, on laissera couler d'un hemisphere à l'autre deux neuvièmes, en sorte qu'il y ait toujours au commencement du mouvement  $\frac{2}{3}$  dans l'hisphere superieur, &  $\frac{1}{3}$  dans



l'autre. Pour déterminer exactement le moment que les dites  $\frac{2}{9}$  se sont écoulées, on pourroit faire de part & d'autre un tuyau fort étroit, mais assez long & oblique, qui eût communication avec la cavité de l'hémisphère; les abaissens du mercure dans ces tuyaux seroient plus sensibles; mais ce ne sont pas là des choses fort essentielles.

DE (fig. 8. & 10.) étant la surface du mercure au commencement du mouvement de la Clepsidre, & NO l'étant à la fin, j'ai trouvé qu'en donnant 100 parties au rayon, & en suivant les hypothèses que je viens de faire, CH sera = 36, HG = 43, & GM = 21; l'arc AN ou BO sera de 21 degrez; l'arc ND ou OE de 31, & DM ou EM de 36. Si on veut graduer la Clepsidre, & diviser le tems qu'employe le mercure à s'abaisser de G en H, en quelques parties égales, on pourra les déterminer ou par experience ou par le calcul. Pour faire le calcul, je supposerai après Galilée, & avec tous les Géomètres de notre tems, que la vitesse qu'a le mercure en sortant, diminuë selon la proportion des racines quarrées des hauteurs: dans cette hypothese, & en nommant MG =  $a$ , GC =  $b$ , GH =  $d$ , GS =  $f$ , le tems que le mercure employe à s'abaisser de G en S =  $t$ , on trouve cette équation

$$xx - 2bx - 4bb = 10ab - 5aa\sqrt{b} - x = t - 5aa - 10ab - 4bb\sqrt{b},$$

où il faut supposer successivement  $t = c$ ,  $t = 2c$ ,  $t = 3c$ ,  $t = 4c$  . . . . .  $t = nc$ , où  $n$  est le nombre des parties égales, dans lesquelles on veut diviser le tems total, &  $nc$  est la valeur de  $t$  dans le cas  $x = d$ ; on cherchera chaque fois la valeur de  $x$ , & ces différentes valeurs montreront les abaissens dans une, deux, trois, quatre, &c. parties de tems. En faisant les suppositions que j'ai faites ci-dessus, c'est-à-dire, en supposant  $a = 21$ ,  $b = 79$ ,  $d = 43$ , & en voulant diviser le tems qu'employe le mercure en descendant de G en H, en quatre parties égales, j'ai trouvé par une approximation aux racines des équations qui sont de cinq dimensions, que le mercure s'abaisse



dans le premier quart de 16 parties ; dans le second de  $11\frac{1}{2}$  ; dans le troisième de  $8\frac{1}{2}$  , & dans le quatrième de 7. Si on veut faire les divisions sur la surface de la Sphere par des cercles paralleles au diaphragme AB , il faut remarquer que le premier arc est de 13 degrez , le second de 8 , le troisième de  $5\frac{1}{2}$  , & le quatrième de  $4\frac{1}{2}$ .

Si les hemispheres sont vuides d'air , & si le mercure est bien purifié , le fil CR ( *fig. 8.* ) sera luisant , & pourra servir à marquer les heures de nuit , comme M. *Nebel* l'a remarqué dans une These qu'il a soutenuë à Basle de *Mercurio lucente in vacuo.*

Je finirai mon discours par la description d'une autre Clepsidre à mercure , laquelle ne sera point déreglée non plus par le mouvement du Vaisseau , tenant son principe de mouvement d'un ressort , sur lequel les differentes positions ne peuvent faire aucun effet , comme elles font sur les corps dont l'action consiste dans la pesanteur.

AB ( *fig. 11.* ) est le corps de la Clepsidre en forme d'un tuyau de verre , divisé en deux également par le diaphragme CD percé en O. EF & GH sont deux ronds mobiles , dont les surfaces cylindriques se joignent bien avec le verre. LM & RS sont deux ressorts d'une force égale , dont les extrêmités M & S s'appuyent sur lesdits ronds , pendant que les deux autres bouts sont affermis aux fonds AT & NB. Il y a aussi en L & R deux trous , par lesquels on passe deux bouts de ficelle attachez aux ronds EF & GH , moyennant lesquels on peut tirer ces ronds vers les fonds AT & NB , en bandant les ressorts.

Pour mettre en usage cette Clepsidre , je suppose qu'au commencement chaque ressort soit bandé sans pouvoir se débander , à cause d'un nœud ou obstacle qu'on peut lever dans un moment , je mets la Clepsidre verticalement , en sorte que la partie qui contient le mercure soit en haut. Je leve l'obstacle en L , laissant cependant l'autre en R. De cette maniere le ressort LM pressera le mercure en ED , qui s'écoulera dans l'autre cavité vuide , jusqu'à ce qu'après une , deux ou plusieurs heures ( selon



l'amplitude du tuyau, la force du ressort & la grandeur du trou ) tout le mercure soit passé: après quoi je bande le ressort LM ( ce que je fais avant que de renverser la Clepsidre, afin que le passage de l'air en CP par le trou O se conserve ouvert; sans quoi il seroit difficile de de tirer le rond EF vers AT ) & débande l'autre, en renversant immédiatement après la Clepsidre. Je suppose ici que le ressort soit incomparablement plus fort que la pression du mercure ED; avec quoi il est clair que ni les secousses, ni les changemens de situation, ne pourront déregler cette Clepsidre. On remarquera au reste la même chose par rapport au diaphragme & au trou, que dans la Clepsidre spherique.

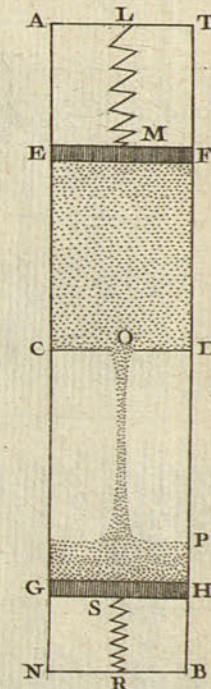
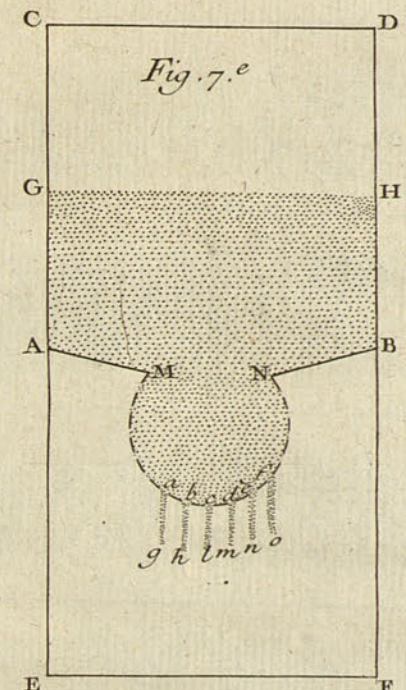
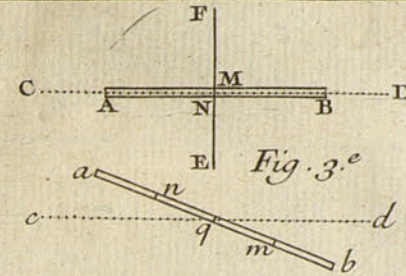
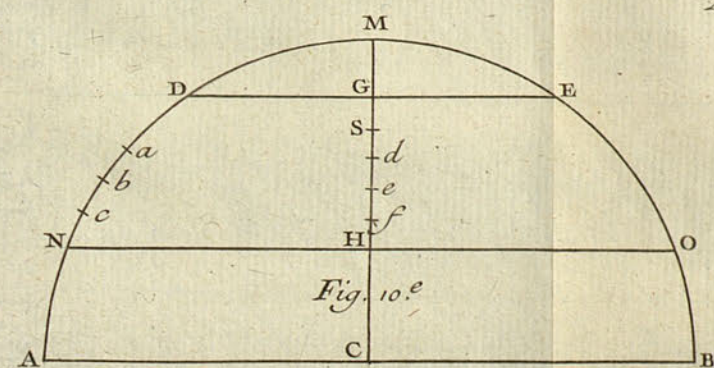
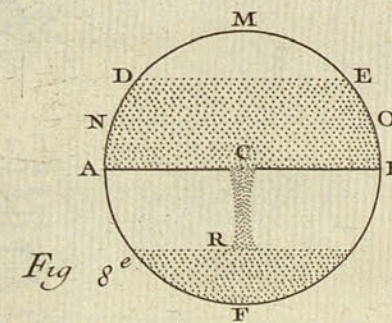
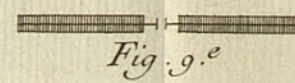
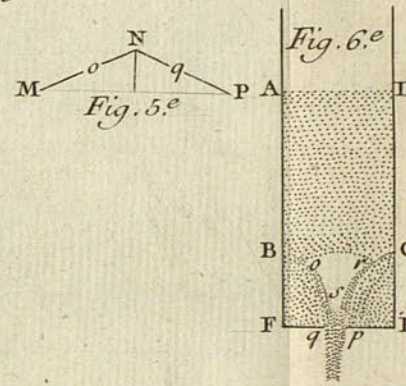
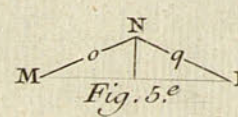
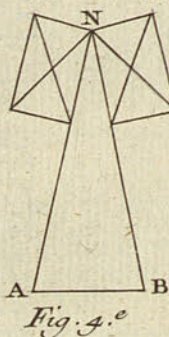
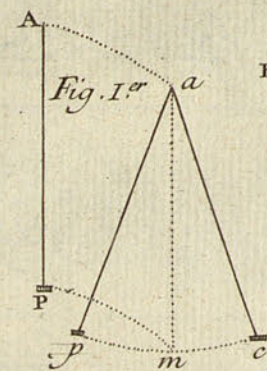
Je ne parle pas de quelques autres manieres que j'ai trouvées, de mesurer le tems sur Mer, parce qu'il me semble que l'intention de l'Académie n'est que de regler le mouvement des Clepsidres.



PRIVILEGE DU ROY.

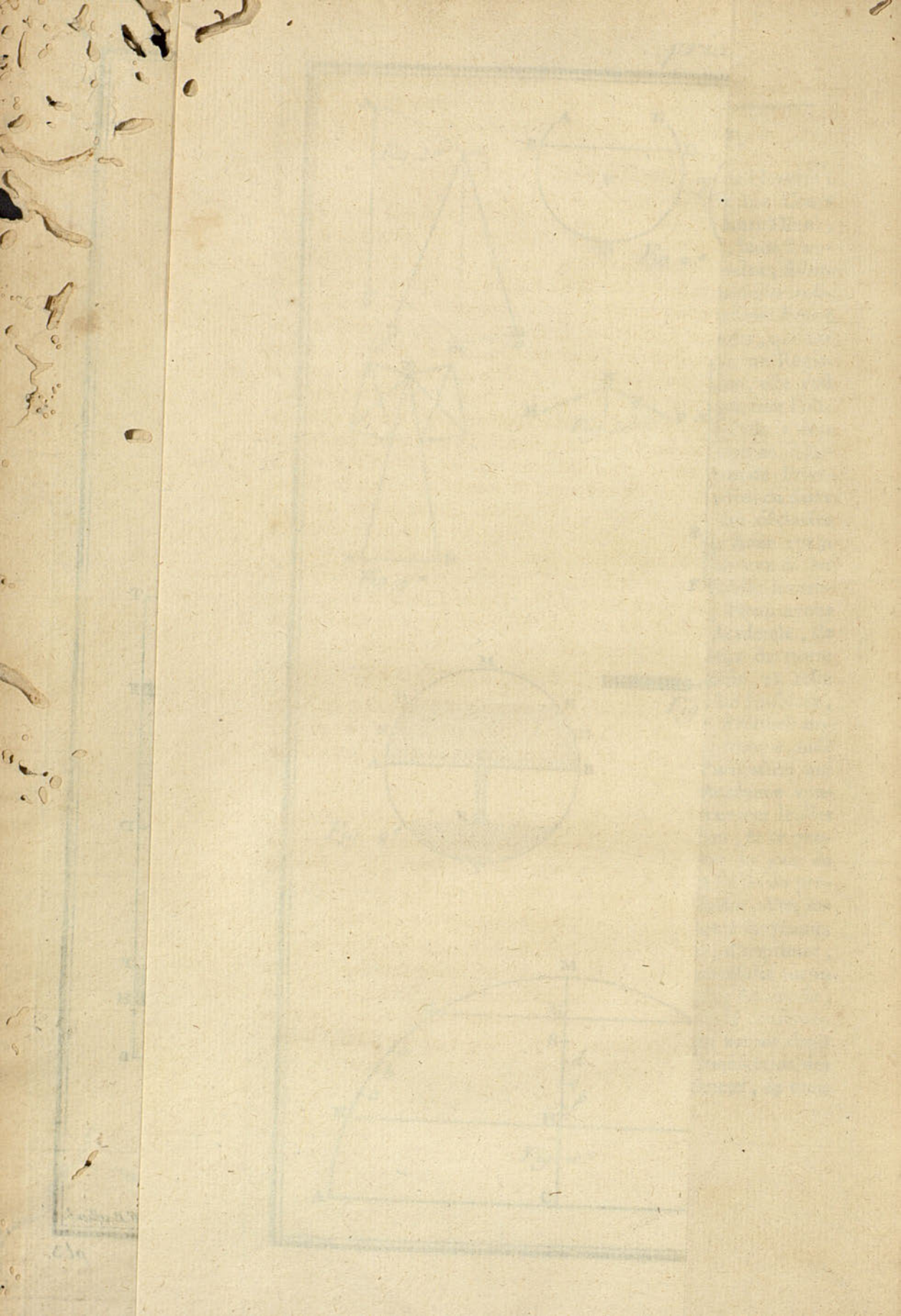
**L** OUIS par la grace de Dieu Roy de France & de Navarre :  
 A nos amez & feaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours  
 de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel,  
 Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieu-  
 tenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, Salut.  
 Notre bien amé & féal le *Sieur Jean Paul Bignon, Conseiller ordi-  
 naire en notre Conseil d'Etat, & Président de notre Academie Royale  
 des Sciences*, Nous ayant fait très-humblement exposer, que de-  
 puis qu'il Nous a plu donner à notredite Academie, par un Regle-  
 ment nouveau, de nouvelles marques de notre affection, elle s'est  
 appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences, qui font l'ob-  
 jet de ses exercices; en sorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déjà  
 donnez au Public, elle seroit en état d'en produire encore d'au-  
 tres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privi-  
 lege, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte  
 du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont été déclarées  
 nulles par un Arrêt de notre Conseil d'Etat du 13. Août 1713.  
 Et desirant donner au sieur Exposant toutes les facilitez & les  
 moyens qui peuvent contribuer à rendre utiles au Public les tra-  
 vaux de notredite Académie Royale des Sciences, Nous avons  
 permis & permettons par ces Presentes à ladite Academie, de  
 faire imprimer, vendre ou débiter dans tous les lieux de notre  
 obéissance, par tel Imprimeur qu'elle voudra choisir, en telle  
 forme, marge, caractère, & autant de fois que bon lui semblera,  
*toutes ses Recherches ou Observations journalieres, & Relations an-  
 nuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées; comme aussi  
 les Ouvrages, Memoires ou Traitez de chacun des Particuliers qui  
 la composent, & generalement tout ce que ladite Academie vou-  
 dra faire paroître sous son nom, après avoir fait examiner lesdits  
 Ouvrages, & jugé qu'ils sont dignes de l'impression; & ce pen-  
 dant le tems de quinze années consecutives, à compter du jour de  
 la datte desdites Presentes. Faisons défenses à toutes sortes de per-  
 sonnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en in-  
 troduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre Royaume;*  
 comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer,  
 faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun  
 desdits Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Académie,  
 en tout ni en partie, par extrait, ou autrement, sans le consente-  
 ment par écrit de ladite Academie, ou de ceux qui auront droit  
 d'eux: à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des  
 Exemplaires contrefaits au profit de sondit Imprimeur, de trois





$CM = 100$   
 $CH = 36$   
 $HG = 43$   
 $GM = 21$   
 $\text{Arc AN ou B C} = 21 \text{ deg}$   
 $ND \text{ ou } OE = 31$   
 $DM \text{ ou } EM = 38$   
 $da = 13$   
 $ab = 8$   
 $bc = 5 \frac{1}{2}$   
 $cN = 4 \frac{1}{2}$   
 $lig \quad Gd = 16$   
 $de = 11 \frac{1}{2}$   
 $ef = 8 \frac{1}{2}$   
 $fH = 7$







mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & intérêts; à condition que ces Presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour: que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caracteres, conformément aux Reglemens de la Librairie; & qu'avant que de les exposer en vente, il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans notre Bibliothèque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Chancelier de France le Sieur Daguesseau; le tout à peine de nullité des Presentes. Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Academie, ou ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie desdites Presentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desdits Ouvrages, soit tenue pour dûement signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & féaux Conseillers & Secretaires, foi soit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires. Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le vingt-neuvième jour du mois de Juin l'an de grace mil sept cens dix-sept, & de notre Regne le deuxième. Par le Roy en son Conseil.

Signé, FOUQUET.

Il est ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Août 1686. & Arrêt de son Conseil, que les Livres dont l'impression se permet par Privilege de Sa Majesté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou Imprimeur.

*Registré le present Privilege, ensemble la Cession écrite ci-dessous, sur le Registre IV. de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, p. 155. N. 205. conformément aux Reglemens, & notamment à l'Arrêt du Conseil du 13. Août 1703. A Paris le 3. Juillet 1717.*

Signé, DELAUNE, Syndic.

Nous soussigné Président de l'Academie Royale des Sciences, déclarons avoir en tant que besoin cédé le present Privilege à ladite Academie, pour par elle & les differens Academiciens qui la composent, en jouir pendant le tems & suivant les conditions y portées. Fait à Paris le premier Juillet 1717. Signé, J. P. BIGNON.



---

*Extrait des Registres de l'Academie Royale des Sciences.*

Du 6. Decembre 1724.

**P**Ar délibération faite selon la forme ordinaire, la Compagnie a resolu de permettre au sieur JOMBERT, Marchand Libraire, d'imprimer la *Piece qui a remporté le Prix de l'Académie Royale des Sciences*, & de lui ceder à cet égard le Privilege qu'elle a obtenu du Roy en datte du 29. Juin 1717. En foi de quoi j'ai signé le present Certificat. A Paris ce 6. Decembre 1724.

FONTENELLE, *Sec. perp. de l'Ac. R. des Sc.*



# PIECE

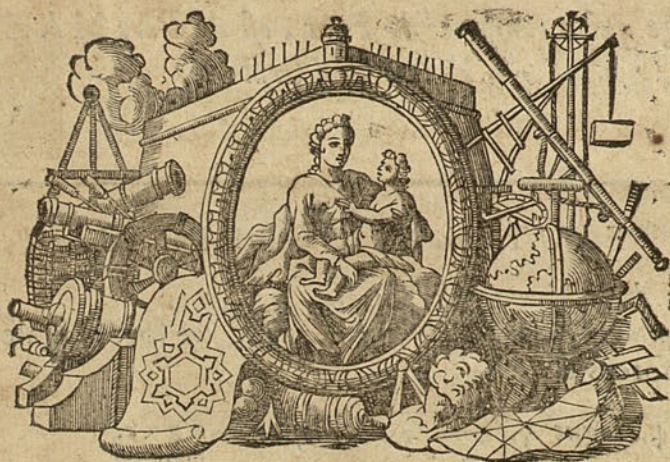
QUI A REMPORTÉ LE PRIX

D E

L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES,

Proposé pour l'année mil sept cens vingt-six, selon la  
Fondation faite par feu M. Rouillé de Meslay,  
ancien Conseiller au Parlement de Paris.



A PARIS, rue saint Jacques,  
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la rue des Mathurins,  
à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXVII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.



---

## AVERTISSEMENT.

**L'**Academie a jugé que la Piece N<sup>o</sup> 5. & 4. qui a pour Devise , In magnis voluisse sat est , quoiqu'elle n'ait pas remporté le Prix , étoit fort belle , & remplie d'excellentes Recherches ; & qu'après elle , celle qui avoit le plus approché , étoit la Piece N<sup>o</sup> 2. dont la Devise est , Leges numero paucæ , principiaque summæ exiguitatis , non minus varios quam stupendos effectus exerunt.

*L'Ouvrage qui a remporté le Prix , est du Pere MAZIERE ,  
Prêtre de l'Oratoire.*

---

### FAUTES A CORRIGER.

Page 5. dans la marge , \* 4. lis. \* 5.

Ligne 4. de l'Article 12. page 6. avec les forces égales , lisez ,  
avec des forces égales.

Page 54. ligne 5.  $C-rAx c$  , lis.  $C-rBxc$ .





# LES LOIX

## DU CHOC DES CORPS A RESSORT

### PARFAIT OU IMPARFAIT,

*Déduites d'une explication probable de la cause physique  
du ressort.*



**L**es Corps qui nous environnent, sont dans une agitation continuelle, & se communiquent des mouvemens, suivant des regles toujours uniformes que l'on nomme *les Loix du choc*.

C'est par ces loix que l'Auteur de la Nature produit ces variétez infinies qui doivent être l'objet de l'admiration de tous les hommes, & des recherches de ceux qui s'appliquent à la Physique. L'Académie ne pouvoit proposer un sujet qui répondit mieux aux vûes qu'Elle a  
\* *de contribuer au progrès de cette Science*, que l'examen des loix du choc des corps à ressort parfait ou imparfait ; c'est-à-dire, de tous les corps qui sont dans la Nature, depuis ceux dont le ressort est parfait, jusqu'à ceux qui n'en ont point ou très-peu. Ces deux cas extrêmes embrassent tous les autres corps de chaque espece, dont les ressorts approchent plus ou moins de la perfection, sui-

\* Termes  
de l'annon-  
ce des Prix.



vant tous les differens rapports que l'esprit apperçoit entre l'unité & zero.

Ainsi cette question tient à toute la Physique, soit par l'étenduë de l'objet, soit par le principe d'où la solution doit dépendre. Car on demande que cette solution soit *déduite d'une explication probable de la cause physique du ressort* : mais on ne peut gueres approfondir la cause physique du ressort, sans avoir en vûë dans cet examen divers effets naturels ; & après l'avoir approfondie, on croit avoir trouvé par une suite de conséquences, que le ressort & les autres effets naturels que l'on a eu en vûë, ont la même cause physique appliquée diversement.

\* Termes  
d'un Avera-  
rissement  
de l'Académie.

Dans une matiere qui est en même tems, & si compliquée avec d'autres, & si vaste par elle-même ; que doit-on le plus craindre, ou de ne pas \* *se renfermer assez dans les bornes de la question proposée*, ou d'être obligé au contraire de les trop restreindre ?

*Je suppose dans ce Memoire les trois Principes suivans, & les notions dont ils dépendent.*





## PRINCIPE I.

*Les espaces parcourus sont en raison composée des vitesses 1.  
des mobiles, & des tems qu'ils employent à les parcourir uni-  
formément.*

D'où il suit que les vitesses des corps qui se meuvent 2.  
uniformément, sont en raison des espaces parcourus,  
lorsque les tems sont égaux, & en raison renversée des  
tems, lorsque les espaces sont égaux.

## PRINCIPE II.

*Les forces des corps où leurs mouvemens sont en raison 3.  
composée de leurs masses & des vitesses qu'ils ont dans l'in-  
stant qu'on les considere.*

C'est en vain que des Auteurs celebres ont essayé de  
donner atteinte à ce principe, & de lui en substituer  
un autre. On les a refutez avec tant de solidité, qu'il  
n'y a pas lieu de craindre, que desormais l'on s'avise de  
soutenir après eux, que *les forces sont en raison composée  
des masses & des quarrés des vitesses.*

Il suit de ce second Principe,

1°. Que les forces des corps sont en raison des vi- 4.  
tesses, lorsque les masses sont égales, & en raison des  
masses, lorsque les vitesses sont égales.

2°. Que les forces des corps sont égales, lorsque les vi- 5.  
tesses sont en raison renversée des masses.

3°. Que la vitesse d'un corps est égale à sa force di- 6.  
visée par sa masse.



PRINCIPE III.

7. *Les forces centrifuges des corps, sont comme les quarrés de leurs vîtesses, divisez par les diametres des cercles qu'ils décrivent par un mouvement uniforme.*

*Ce principe est démontré dans divers Ouvrages imprimés.*

8. *Il s'ensuit, 1°. que les forces centrifuges des corps, sont en raison renversée des diametres des cercles qu'ils décrivent uniformément, avec des vîtesses égales.*

9. *2°. Que les corps qui ont des forces centrifuges en raison renversée des diametres des cercles qu'ils décrivent, ont des vîtesses égales.*

---

*JE DIVISE ce Memoire en deux parties.*

*LA PREMIERE, contient une explication probable de la cause physique du ressort.*

*LA SECONDE, contient les loix du choc des corps à ressort parfait ou imparfait, reduites en Problèmes.*





## PREMIERE PARTIE.

*Qui contient une explication probable de la cause physique  
du ressort.*

### AVERTISSEMENT.

Pour découvrir plus facilement la cause physique du ressort, nous nous bornerons au cas le plus simple de la question proposée ; & nous supposerons, à moins que le contraire ne soit énoncé, que deux corps étant mis avec des directions opposées, se rencontrent avec des forces égales ; c'est-à-dire, \* avec des vitesses qui soient en raison renversée des masses ; que de plus ils se rencontrent *directement*, c'est-à-dire, en se mouvant sur une ligne droite qui passe par leurs centres de gravité, & par les points de leur rencontre.

Pour abréger les expressions, au lieu de dire que deux corps se rencontrent *directement* avec des forces égales, & des directions opposées, nous dirons simplement qu'ils se rencontrent avec des forces égales.

### SUPPOSITION OU PRINCIPE

#### D'EXPERIENCE.

ON sçait par diverses expériences, que plusieurs especes de corps durs, tels que sont le Verre, l'Yvoire, l'Acier, le Marbre, le Jaspe, &c. lorsqu'ils se choquent avec des forces égales, rejaillissent avec des forces qui



\* Voyez  
les principes  
de Physi-  
que de M.  
Newton  
p. 21.

6      EXPLICATION DE LA CAUSE PHYSIQUE  
sont presque égales à leurs forces primitives : Que , par  
exemple , les forces que deux boules solides de verre ont  
après le choc , sont à celles qu'elles avoient avant le  
choc , à peu près comme 15 à 16 \*. Je demande qu'il  
me soit permis de supposer que ces corps rejailliroient  
avec des forces égales à leurs forces primitives , si l'effet  
de la cause qui produit les mouvemens en arriere , n'étoit  
diminué , soit par les imperfections de ces corps , soit par  
la résistance des milieux.

---

### PROPOSITION I.

2. *Les corps qui se choquent avec des forces égales , ne retour-  
nent en arriere , que parce qu'ils ont du ressort.*

Examinons d'où vient qu'il y a plusieurs corps ,  
qui après s'être choquez avec les forces égales , re-  
jaillissent avec des forces qui sont égales ou presque  
égales à leurs forces primitives. Est-ce qu'ils ont une  
*dureté parfaite* ? Est-ce qu'ils ont un *ressort parfait* ? Ou  
bien pour attacher des idées claires à ces termes *Dureté* ,  
*Ressort* ; Est-ce parce que les parties intégrantes de ces  
corps , ne peuvent être dérangées de leurs situations res-  
pectives ? Est-ce parce que ces parties ayant été dérangées  
de leurs situations respectives au commencement du  
choc , elles y sont parfaitement rétablies à la fin du choc  
par une force inconnue , dont nous cherchons la cause  
physique , & que l'on appelle *Ressort* , ou *Vertu élastique* ?

Si les parties intégrantes des corps qui se choquent  
avec des forces égales , ne peuvent être absolument dé-  
rangées de leurs situations respectives , toutes les parties  
des deux corps agiront ensemble dans un même instant  
indivisible. Ainsi le centre de gravité de chaque corps ,  
& par conséquent dans ce cas chaque corps sera mû en  
même tems en deux sens opposez par des forces égales.



Car la force avec laquelle chaque corps est poussé par l'autre, dans le cas que nous examinons, est égale à la force que chaque corps avoit avant d'être poussé. Or il est évident qu'un corps qui est mu directement, en même tems à droite & à gauche par deux forces égales & opposées, doit par l'effet de cette double action, demeurer en repos. Il est donc évident qu'en supposant, que des corps *parfaitement durs* ou *inflexibles* se choquent avec des forces égales, ils doivent demeurer en repos après l'instant où le choc commence & finit, s'il ne survient quelque nouvelle cause de mouvement.

M. *Descartes* a crû que deux corps parfaitement durs, lorsqu'ils sont égaux, & qu'ils se choquent avec des vitesses égales, doivent rejaillir après le choc avec des forces égales à leurs forces primitives. Mais s'il s'agit de décider cette question par des autoritez, je puis opposer à ce grand homme des Auteurs celebres, qui ont sçu profiter de ses lumieres, sans le suivre jusques dans ses erreurs. Et à ne juger des choses que sur des idées claires, toute autorité mise à part, n'est-il pas évident que des forces contraires doivent se détruire les unes les autres, se détruire entierement lorsqu'elles sont égales, comme on le suppose; & qu'étant une fois détruites, elles ne peuvent renaître sans une nouvelle cause?

On peut donc supposer comme un principe constant, que les corps qui se choquent avec des forces égales, ne rejailliroient pas si leurs parties intégrantes ne se dérangeoient un peu de leurs premieres situations au commencement du choc. Or ils ne rejailliroient pas encore, si leurs parties integrantes, après avoir souffert quelque dérangement, ne se rétablissoient point du tout dans leur premiere situation; ce qui arrive aux corps que l'on appelle *mous*. Donc afin que deux corps pussent rejaillir, il faut nécessairement que ces deux choses concourent, sçavoir, 1°. Que leurs parties soient un peu dérangées de leur premiere situation dans le premier tems du choc; 2°. Qu'elles y soient rétablies dans le second tems du



choc, plus ou moins exactement, suivant que les ressorts sont plus ou moins parfaits ; c'est-à-dire, en d'autres termes que les corps qui se rencontrent avec des forces égales, ne rejaillissent, que parce que leurs ressorts ayant été bandez dans le tems de la compression, ils sont rétablis dans le tems de la restitution, par une force inconnue dont nous cherchons la cause physique.

13. Il s'ensuit que sans l'action de la cause physique du ressort, les forces primitives des corps qui se choquent avec des forces égales, seroient détruites.

---

## PROPOSITION II.

14. *La cause physique du ressort est un fluide.*

Une cause physique (a) n'est pas une intelligence ; ainsi la cause physique que nous cherchons, est un corps, & un corps en mouvement, car le repos n'a pas de force. Or pour distinguer de quelle espece est ce corps, reprenons l'exemple des boules de verre que nous avons considérées d'abord. Ces boules sont transparentes ; elles ont quantité de pores, & nous sçavons que c'est au travers de ces pores que passent les corpuscules de la lumiere : n'y a-t-il pas quelque lieu de croire que ces corpuscules sont eux-mêmes la cause physique du ressort ? Examinons.

Il ne faut pas chercher cette cause ailleurs que dans les corps mêmes qui se choquent : or qu'y a-t-il dans les corps que nous considérons ? deux choses. 1°. Des parties dures qui sont liées les unes avec les autres ; & ce sont les parties intégrantes du solide. 2°. Des parties qui ne sont pas liées les unes avec les autres, ni avec les parties du solide ; & ce sont les corpuscules du fluide qui

(a) Je dis une cause physique, car Dieu est cause premiere, ou pour mieux dire, cause unique de tous les mouvemens qu'il produit comme il lui plaît, suivant les loix invariables que nous expliquons.



remplit les pores de ces corps. Ce sont les deux choses, & les seules choses qui puissent produire le mouvement en arriere dans les boules de verre, & dans tous les autres corps solides.

Or les parties intégrantes du solide ne peuvent pas produire de mouvement en arriere. Car pour le produire, il seroit necessaire que d'elles-mêmes elles eussent des forces pour se rétablir au second tems du choc, en l'état dont elles ont été dérangées pendant le premier; & par consequent pour aller dans un sens opposé à celui vers lequel elles ont été poussées. Or il est évident que par elles-mêmes, elles n'ont point de force pour aller dans un sens opposé à celui vers lequel elles ont été poussées; puisqu'elles sont dans un repos mutuel, soit dans l'instant que la compression commence, soit dans l'instant qu'elle finit; & que le repos ne produit jamais de mouvement. Donc les parties du solide ne peuvent pas par elles-mêmes se rétablir dans leur premier état, & par consequent faire retourner en arriere les deux corps dont elles sont les parties intégrantes. Donc les corps que nous considérons ne peuvent avoir de mouvement en arriere, & par consequent \* de ressort, que par le mouvement des corpuscules du fluide qui coule par les canaux imperceptibles des corps les plus durs, & qui en remplit tous les pores.

\* 12.

### PROPOSITION III.

*La cause physique du ressort n'est pas l'air, mais la matiere 15.  
subtile.*

Le fluide qui remplit les pores des boules de verre que nous considérons, est celui qui transmet l'action de la lumiere; & l'on ne dira pas avec quelque vraisemblance, que le fluide qui transmet l'action de la lumiere, n'est simplement que de l'air. Car on a beau pomper l'air



qui est sous un recipient de verre ; ce verre & tout l'espace qu'il renferme, n'en seront pas moins transparens. Mais il restera & dans le verre, & sous le verre, une matiere sans comparaison plus déliée que n'est l'air le plus subtil ; & cette matiere continuëra de traverser le verre, & de prendre la place de l'air à mesure qu'il sera pompé.

Cependant il y a des Auteurs d'un grand nom, qui soutiennent que l'air est la cause physique du ressort. Ils prétendent le faire voir par quantité d'experiences qui sont connues, & dont on me dispensera de faire le détail. Toutes ces experiences prouvent bien à la verité que l'air a du ressort ; mais elles ne prouvent pas qu'il est la cause physique du ressort.

En effet, suivant ces Auteurs, l'air est composé de petites parties branchuës, ou de petites lames, soit spirales, soit d'une autre figure ; & ces parties branchuës ou ces lames qui sont les parties intégrantés de l'air, ont du ressort. J'en conviens ; mais l'ont-elles par elles-mêmes ? Il n'y a pas lieu de douter qu'elles ne l'empruntent d'un autre fluide dans lequel elles nagent, & qui en remplit tous les pores. Il est facile de le prouver.

Si je presse fortement un ballon plein d'air entre mes mains, j'en fais sortir une assez grande quantité de matiere ; plus je le presse, plus il en sort ; de spherique qu'il étoit, il devient à peu près elliptique. L'air qui est dans le ballon se condense, son volume diminue, les lames spirales se resserrent de plus en plus : le ressort se bande, à mesure que je presse ce ballon. Dès que je cesse de le presser, la même quantité de matiere qui en étoit sortie, ou à peu près, y rentre en moins d'un clin d'œil : l'air qui est comprimé dans le ballon se dilate, son volume augmente, les lames spirales se déploient : le ressort se debande, & le ballon reprend à peu près la figure spherique qu'il avoit d'abord.

Il est évident que c'est la matiere qui sort du ballon, & qui y rentre ensuite, qui doit être la cause physique



du ressort. Or certainement la matiere qui sort du ballon, en assez grande quantité, n'est pas de l'air. S'il en sort, ce n'est qu'en petite quantité ; & cette petite quantité ne doit pas y rentrer. Car l'air est plus pressé dans le ballon, qu'il ne l'est hors du ballon. Donc les corpuscules de l'air grossier, & même de l'air subtil, ne doivent pas y rentrer, par cette loy invariable, *que les corps vont du côté vers lequel ils sont moins pressés*. Donc ce n'est ni l'air grossier, ni l'air subtil qui est la cause physique du ressort du ballon ; & ce que je dis d'un ballon qui sert ici d'exemple sensible, je puis le dire à proportion de tous les autres corps.

A moins donc que l'on ne veuille avoir recours aux *qualitez occultes*, &c. à des termes vagues qui ne presentent rien à l'esprit ; il faut convenir que la cause physique du ressort est une matiere dont l'air emprunte sa fluidité & sa force. C'est cette matiere que l'on nomme *subtile* ou *etherée*, dans laquelle tous les hommes vivent, & dont peut-être tous les hommes ont ignoré l'existence avant M. Descartes. Mais il ne suffit pas de sçavoir qu'elle existe, & qu'elle est sans comparaison plus déliée que l'air ; il faut tâcher d'en découvrir les proprietés.

## PROPOSITION IV.

*LA matiere subtile a une force infinie, ou comme infinie.* 16.

Quoique nous n'ayons pas encore donné une notion assez claire & assez distincte de cette matiere, nous la connoissons au moins par ses effets, puisque nous sçavons quelle est la cause physique du ressort. Or une matiere qui est la cause physique du ressort, a une force infinie. Essayons de le prouver.

Si \* deux boules de verre se choquent avec des forces égales, de 16 degrez, elles rejailliront avec 15 degrez de force ; & si elles pouvoient se choquer avec 16 mille



## 12 EXPLICATION DE LA CAUSE PHYSIQUE

degrez de force, sans se briser, elles retourneroient en arriere avec 15 mille degrez de force ; par consequent elles ne perdroient que la 16<sup>e</sup> partie de leurs forces primitives. Or \* leurs forces primitives seroient entiere-  
 \* 13.  
 \* 15.  
 ment aneanties sans le ressort ; dont la cause physique \* est la matiere subtile. Donc la matiere subtile par son action seule, fait renaître presque toutes les forces primitives des deux boules, & il ne s'en faut tout au plus que la 16<sup>e</sup> partie. Or nous pouvons supposer que la matiere subtile par la force qu'elle a reçûe de l'Auteur de la Nature, seroit renaître toutes les forces primitives des deux boules, sans \* les imperfections qui se trouvent dans les corps ; & cela jusqu'à l'infini ; c'est-à-dire, qu'en concevant que les forces primitives sont infinies, les forces après le choc devroient dans ce cas même, par l'efficacité de leur cause, égaler les forces primitives. Donc dans ce cas, la matiere subtile par son action toute seule, seroit conçûe produire une force infinie. Or une force finie ne peut pas être conçûe produire une force infinie. Donc la matiere subtile qui produit le ressort, a reçû de l'Auteur de la Nature une force infinie, ou si l'on veut, une force qu'il est permis en Physique de supposer infinie.

---

## PROPOSITION V.

17. *LA matiere subtile est un fluide parfait.*

On ne peut avoir une autre idée d'une matiere qui s'insinuë sans peine dans les pores imperceptibles des corps les plus durs, tels que sont le Verre, l'Y voire, le Marbre, le Jaspe, l'Aimant, le Fer, le Diamant, &c. d'une matiere qui, par des espaces immenses, transmet presque dans un moment l'action de la lumiere depuis les Astres jusqu'à nous ; d'une matiere enfin ( pour me borner à mon sujet ) qui fait que les ressorts des corps les plus



durs, se bandent & se débandent dans des tems si courts, qu'on peut les prendre pour des instans indivisibles.

Il suffit, par exemple, que l'on frappe un bloc de marbre; le mouvement se distribue par tout le marbre presqu'en l'instant qu'on le frappe; il n'y a aucune de ses parties qui ne soit ébranlée; la partie même la plus éloignée du choc, & qui lui est opposée directement, s'avance vers la partie que l'on frappe, & dans l'instant suivant toutes les parties de ce vaste corps, sont rétablies dans leur première situation. Cette vibration, cette double action de la matière subtile, est si insensible & si prompte, que nous n'avons pas de mesures assez précises, pour en déterminer ni la longueur ni la durée.

Ce n'est pas tout. Cette première vibration est bien-tôt suivie d'une autre en sens contraire; c'est-à-dire, que la partie que l'on avoit avancée en la frappant, & la partie opposée au coup qui s'en étoit approchée, après s'être rétablies dans leurs premières situations, s'écartent l'une de l'autre dans l'instant qui suit. Cette seconde vibration est suivie d'une troisième semblable à la première. Cette troisième d'une quatrième semblable à la seconde, & ainsi de suite. Toutes ces vibrations sans nombre, ne sont occasionnées que par un choc unique, & toutes ensemble ne durent pas une seconde de tems. Elles échappent à l'œil le plus attentif; elles sont sensibles à l'ouïe, & même au toucher, lorsque le coup est violent, & que l'on met l'oreille ou la main sur la partie directement opposée au coup; on en juge mieux par d'autres \* effets analogues, & qui sont beaucoup plus sensibles.

Comment s'empêcher de conclure qu'un fluide qui produit tous ces effets, est un fluide parfait, ou au moins un fluide qu'on peut supposer parfait dans la Physique? C'est de cette propriété de la matière subtile que je vais déduire les suivantes.

\* V. M.  
 Mariotte  
 de la percus-  
 sion des  
 corps.  
 I. Partie.  
 Proposition  
 XXVII.



## COROLLAIRES.

## I.

18. La matiere subtile doit couler dans tous les corps avec une extrême facilité par les plus petits canaux, comme par les plus grands, & par conséquent elle ne doit laisser aucun vuide dans les espaces immenses qu'elle occupe.

## II.

19. Elle doit céder au choc sans aucune résistance, & aller toujours vers où elle est poussée, & à proportion qu'elle est plus poussée.

## III.

20. Elle doit être composée de corpuscules très-petits, qui puissent suivant les differens besoins, être divisez sans aucune peine, & subdivisez en d'autres plus petits à l'infini; en un mot, qui soient eux-mêmes infiniment fluides, & qui n'ayent de dureté que par la compression de ceux qui les environnent.

Car il est évident que la fluidité d'une matiere, dépend de la fluidité & de la petitesse de chacune de ses parties. Ainsi on ne peut, ce me semble, donner des bornes ni à la petitesse, ni à la fluidité d'aucune des parties de la matiere subtile, sans lui ôter quelque chose de cette fluidité parfaite qu'on lui a accordée.

21. REMARQUE. Ainsi un corpuscule d'air, par exemple, pourra contenir un million de corpuscules de matiere subtile, quoiqu'il soit peut-être lui-même un million de fois plus petit qu'un Ciron; car nos yeux armez des meilleurs Microscopes, n'apperçoivent pas les corpuscules d'air; & avec ces mêmes Microscopes, ils découvrent dans les liqueurs des animaux qui sont des millions de fois plus petits qu'un Ciron.



L'imagination s'effraye de ces conséquences ; l'esprit pur les apperçoit. Car il apperçoit dans l'idée claire d'un fluide parfait, que ses petites parties peuvent être divisées à l'infini, en d'autres petits fluides parfaits, avec la même évidence, qu'il apperçoit dans l'idée d'un solide, que ses petites parties peuvent être divisées à l'infini en d'autres petits solides.

## I V.

Les (a) corpuscules de la matiere subtile, sont ordinairement de figure spherique ; car les angles, les enfoncemens, les elevations qui se trouvent dans les figures qui ne sont pas spheriques, apporteroient quelque obstacle au mouvement d'un fluide que l'on suppose parfait. 22

Je dis ordinairement ; car 1°. il se peut faire que les pores de certains corps, de l'Aimant, par exemple, servent comme de moules aux corpuscules de la matiere subtile ; de sorte qu'ils y prennent des figures irregulieres qu'ils conservent pendant quelque tems. 2°. Lorsqu'il arrive quelque changement dans les corps dont ces petites boules occupent les pores, elles doivent changer de figure, soit qu'elles se divisent en plusieurs boules encore plus petites, soit qu'elles s'incorporent à d'autres, soit enfin qu'elles prennent des figures à peu près elliptiques.

REMARQUE. Le mercure peut servir à rendre sensible 23 cette propriété de la matiere subtile. Si l'on presse avec le doigt une petite boule de mercure, elle s'enfonce comme un petit ballon ; si on la presse plus fort, elle se divise en plusieurs parties, qui sur le champ prennent la figure de petites boules. La petitesse de ces boules, & partant leur nombre, a rapport à la force que l'on a employée à comprimer celle dont

(a) Ceci s'accorde avec ce que M. de Mairan a démontré, que les corpuscules de la lumiere doivent être spheriques, afin que l'angle de reflexion soit parfaitement égal à l'angle d'incidence.

Voyez les Memoires de l'Académie de l'année 1722.



elles faisoient partie. Cette comparaison, quoique très-imparfaite, peut aider l'imagination, & donner au moins quelque idée de la promptitude & de la facilité infinie avec lesquelles ces changemens se doivent faire dans une matiere qui est infiniment plus agitée & plus déliée que n'est le mercure.

## V.

24. La matiere subtile est infiniment comprimée. Une matiere très-fluide qui a un mouvement infiniment rapide, s'échaperoit infailliblement au delà de ses bornes, si elle n'y étoit contenuë ou comprimée par une main invisible. La force de la matiere subtile répond à la force avec laquelle elle est comprimée ; & la force avec laquelle elle est comprimée, répond à la toute puissance de celui qui la comprime, en la maniere & suivant les directions qu'il lui plaît.

25. REMARQUE I. Nous ne sentons pas le poids immense de cette compression, par les mêmes raisons que nous ne sentons pas le poids de l'Athmosphere, quoiqu'il equivale à 28 ponces de mercure. Si le poids de l'Athmosphere, qui s'étend peut-être à une vingtaine de lieues, peut unir deux marbres l'un contre l'autre, de telle sorte qu'on ne puisse aisément les séparer : Que sera-ce de la compression d'une matiere qui a une force infinie, qui s'étend à un très-grand nombre de millions de lieues ? N'auroit-elle pas assez de force pour rendre tous les corps durs, ou même infiniment durs ; si elle ne s'insinuoit entre toutes leurs parties, & dans toutes leurs parties ; soit pour separer ces parties, soit pour les unir ensemble ; c'est-à-dire, pour rendre ces corps ou liquides ou élastiques ?

26. REMARQUE II. Mais comment la matiere subtile ne s'insinueroit-elle pas dans tous les corps créés ? C'est elle qui les engendre, pour ainsi dire, & qui les fait croître par des végétations, fermentations, &c. Sans elle que seroit l'Univers ? Si Dieu qui l'a créée cessoit un instant de la conserver, ou de la comprimer ; les Astres n'auroient plus de lumière,



lumière, ni de mouvement ; le feu perdrait sa chaleur, l'eau sa liquidité, & l'aimant toutes ses vertus ; l'air que nous respirons se réduiroit à un amas confus de lames spirales sans aucune force ; les corps n'auroient plus ni dureté, ni ressort, ni fluidité, ni pesanteur ; ils ne tendroient plus vers le centre de la terre ; & la terre elle-même que deviendrait-elle ? Otez la matière subtile, l'Univers entier disparoit.

## V L.

La matière subtile n'est composée que d'une infinité de 27.  
tourbillons qui tournent sur leurs centres avec une extrême rapidité, & qui se contrebalancent les uns les autres, comme les grands tourbillons que M. Descartes a expliqués dans ses principes de Philosophie. J'emprunte les paroles de l'illustre Auteur \* de cette découverte.

Tout corps, dit-il, allant du côté vers lequel il est moins pressé ; si quelque partie de l'éther étoit moins pressée que les autres, il est clair que les autres retomberoient sur elle.

Mais on ne concevra jamais que les portions d'une matière extrêmement agitée, & comprimée suivant diverses directions qui ne tendent pas à un même centre, puissent conserver toutes leurs forces, & se contrebalancer en même tems, si elles ne forment divers grands tourbillons.

D'ailleurs on ne peut admettre ces grands tourbillons qui sont ceux de M. Descartes, & les principes dont ils dépendent, sans être forcé par ces mêmes principes, (en concluant du très-grand au très-petit) d'admettre les petits tourbillons du P. Malebranche. Voici les termes.

Toutes les parties de la matière subtile étant extrêmement agitées, & se résistant réciproquement par leurs mouvemens divers & particuliers, il est nécessaire qu'elles se divisent sans cesse & forment de petits tourbillons ; & dans ceux-ci d'autres encore plus petits, & même encore d'autres moins durables dans les intervalles concaves que laissent entr'eux les tourbillons qui se touchent, &c.

\* Le Père  
Malebran-  
che dans la  
recherche  
de la vérité  
Eclaircisse-  
ment XL.



## VII.

28. Les tourbillons grands & petits se contrebalancent par leurs forces centrifuges.

Les corpuscules de la matiere subtile, étant obligez pour remplir leurs mouvemens, de circuler autour des centres de leurs tourbillons, doivent tendre à s'en éloigner par une force que l'on nomme *centrifuge*. Ainsi deux tourbillons voisins doivent par leurs forces centrifuges, se repousser mutuellement. On peut concevoir qu'ils s'avancent un peu l'un vers l'autre, & les vîtesses avec lesquelles ils s'avancent, sont la mesure de leurs forces centrifuges.

*Mais comme un tourbillon est pressé dans tous ses points, par les tourbillons qui l'environnent, on peut concevoir que deux tourbillons voisins, ne se touchent en se comprimant, que dans un cercle infiniment petit. Je demande pour la démonstration de la proposition suivante que cette supposition me soit accordée. Je prie le Lecteur de remarquer que le seul Corollaire premier de cette même Proposition, me suffit pour résoudre la question proposée, & qu'il est facile de le prouver par le principe de l'article 7. D'ailleurs quelque supposition que l'on fasse, le rapport de la force centrifuge du grand tourbillon, à celle du petit, deviendra encore plus petit que celui que je trouve par la supposition que je fais.*

*Au reste le peu de tems que j'ai eu pour méditer cette Proposition, me donne lieu de craindre qu'elle ne m'ait ébloui par un faux éclat, & de demander qu'on n'y ait aucun égard, si on la trouve fausse ou superflue.*



## PROPOSITION VI.

## FONDAMENTALE.

*Les forces centrifuges de tous les tourbillons grands & petits, sont en raison renversée de leurs diametres.* 29.

Soient deux tourbillons voisins & inégaux,  $BMN$ , Fig. V.  $HMN$ , dont les centres soient  $C$ ,  $K$ , & les diametres  $BG$ ,  $DH$ : je dis que la force centrifuge du tourbillon  $BMN$ , est à la force centrifuge du tourbillon  $HMN$ , comme  $DH$  est à  $BG$ .

## DEMONSTRATION.

Concevons que les extrêmités  $D$ ,  $G$  des diametres des deux tourbillons, se touchent au point  $F$ , lorsque ces tourbillons commencent à se comprimer dans ces points  $D$ ,  $G$ . Puisque les tourbillons doivent être en équilibre \*, & se contrebalancer par leurs forces centrifuges; les points  $D$ ,  $G$  où se fait la compression, ne doivent point s'écarter du point  $F$  pendant tout l'instant qu'elle se fait en ces deux points  $D$ ,  $G$ . Car si les trois points  $D$ ,  $F$ ,  $G$ , qui sont réunis au commencement de la compression des points  $D$ ,  $G$ , ne demeureroient pas réunis pendant tout l'instant infiniment petit que dure cette compression, & que le point  $D$  fût repoussé du point  $F$ , où il étoit d'abord vers le point  $H$ ; alors le grand tourbillon  $BMN$  l'emporteroit sur le petit  $HMN$ ; & si ce même point  $D$  avançoit vers  $B$ , du point  $F$  où il étoit d'abord, alors le petit tourbillon l'emporteroit sur le grand. Ainsi dans l'une & l'autre supposition, il n'y auroit pas d'équilibre dans cet instant, & partant dans tous les autres. Afin donc que les tourbillons puissent se contrebalancer, il est nécessaire que les deux points comprimés  $D$ ,  $G$ , demeurent réunis au point  $F$  pendant tout l'instant que dure la compression.

Maintenant il faut considerer que les deux tourbillons



20 EXPLICATION DE LA CAUSE PHYSIQUE.

en se comprimant mutuellement, doivent un peu s'aplatir & se toucher dans un cercle infiniment petit, dont le centre est  $F$ , & dont le diamètre est  $MN$ , perpendiculaire aux diamètres des deux tourbillons. Pendant que le point  $F$ , (qu'il faut maintenant regarder comme mobile, & comme faisant partie des diamètres  $BFG$  &  $DFH$ ) pendant, dis-je, que ce point considéré dans le grand tourbillon, parcourt uniformément dans cet instant infiniment petit, la distance infiniment petite  $FG$ ; & qu'étant considéré dans le petit tourbillon, il parcourt de même la distance infiniment petite  $FD$ .

Ainsi \*  $FG$  est la vitesse avec laquelle le grand tourbillon s'avance vers le petit; &  $DF$  est la vitesse avec laquelle le petit tourbillon s'avance vers le grand, pendant l'instant que les deux tourbillons se compriment mutuellement par leurs forces centrifuges en leurs points  $G, D$ ; \* c'est-à-dire, que la force centrifuge du grand tourbillon est à celle du petit, comme  $FG$  est à  $FD$ . Or par la propriété du cercle on a ces deux proportions continuës.

$$\frac{FG}{FM} = \frac{FB}{FM}, \text{ \& \ } \frac{DF}{FM} = \frac{FH}{FM}. \text{ d'où l'on tire } FM = FG \times FB, \text{ \& \ } FM = DF \times FH. \text{ d'où l'on déduit } FG : DF :: FH : FB.$$

Or  $FG$  est une distance infiniment petite par rapport au diamètre  $BG$ ; &  $DF$  par rapport au diamètre  $DH$ . Ainsi on peut supposer  $BF = BG$ , &  $FH = DH$ . On aura donc enfin  $FG : DF :: DH : BG$ .

C'est-à-dire, que les forces centrifuges des deux tourbillons, sont en raison renversée de leurs diamètres. Or tous les tourbillons grands & petits, se touchent de l'un à l'autre, parce que \* l'Univers est plein de tourbillons, sans aucun vuide: & tous ces tourbillons se \* contrebalancent par leurs forces centrifuges. Donc les forces centrifuges de tous les tourbillons, soit infiniment grands, soit infiniment petits, sont en raison renversée de leurs diamètres. *Ce qu'il falloit démontrer.*



## COROLLAIRES.

## I.

Donc la force centrifuge des petits tourbillons augmente, lorsque leurs diamètres diminuent. 302

## II.

Donc la force centrifuge des tourbillons infiniment petits, est infiniment grande par rapport à la force centrifuge des tourbillons infiniment grands. 312

REMARQUE. C'est, par exemple, la force centrifuge d'un grand tourbillon qui tient la terre en équilibre, & qui l'oblige de demeurer à une distance du Soleil, laquelle est de plusieurs millions de lieues. Cependant cette force ( je craindrois de le dire même avec la démonstration, si personne ne l'avoit dit avant moi ) est infiniment petite par rapport à la force centrifuge des petits tourbillons qui circulent dans les pores imperceptibles des corps à ressort ; puisque celle-là est à celle-ci comme le diamètre d'un pore imperceptible, est à celui d'un globe qui est comme infiniment grand par rapport au globe de la terre. 322

## III.

Donc la force centrifuge des petits tourbillons est infinie. 332

La proposition que j'ai démontrée me dispense par la lumière qu'elle répand d'elle-même, d'entrer dans le détail des autres conséquences que j'en pourrois tirer. 338



## PROPOSITION VII.

34. *La matiere subtile est la cause physique du ressort par la force centrifuge de ses petits tourbillons.*

Voici l'idée que je me forme d'un corps à ressort parfait. Il est rempli d'une infinité de pores que la matiere subtile a arrondis par ses mouvemens circulaires. Tous ces pores imperceptibles communiquent les uns aux autres, & au dehors par une infinité de canaux qui par leurs petiteſſes extrêmes, ne donnent passage à aucun autre fluide qu'à la matiere subtile. Chaque pore contient un ou plusieurs tourbillons; & ce sont ces tourbillons, qui par leurs forces centrifuges donnent de la consistance aux parties intégrantés du solide, & qui les unissent ensemble. Plus ils sont petits, & plus toutes choses égales le corps est dur, & plus en même tems son ressort est prompt; car plus les tourbillons sont petits, & plus ils ont de force centrifuge pour unir ensemble les parties intégrantés du solide, & pour repousser promptement les forces extérieures qui tendroient à les separer.

On peut concevoir outre cela, que les parties d'un corps à ressort, sont elles-mêmes de petits corps à ressort, qui ont encore des pores, des canaux, & des tourbillons proportionnez à leur petiteſſe; d'où il arrive encore que ces parties ont plus de dureté que les solides dont elles sont les parties intégrantés.

35. La promptitude est une des perfections des corps à ressort. Les ressorts qui se débloquent avec toute la force par laquelle ils ont été bandez, sont parfaits par rapport à leurs forces; mais ils peuvent être plus ou moins parfaits par rapport aux différens degrez de promptitude avec laquelle ils se bandent & se débloquent. Ainsi le genre seul des ressorts que l'on appelle *parfaits*, en



renferme une infinité d'espèces ; mais ici & dans toute la suite, je ne considère les ressorts que par rapport à leurs forces, & non par rapport à leur promptitude.

Supposons maintenant que deux corps tels à peu près que je viens de les décrire, se choquent directement avec des forces égales & opposées ; car c'est \* le seul cas que je me suis proposé d'examiner dans cette première Partie, pour expliquer la cause physique du ressort.

Les corps ne se communiquent par leurs mouvemens dans un instant indivisible ; mais successivement dans un tems très-court ; & ils emploient leurs forces primitives à se comprimer mutuellement. La matière subtile qui par sa nature, \* ne résiste point au mouvement, doit abandonner en partie les pores comprimez. Le mouvement se communique des premiers pores aux seconds, & de là successivement aux autres : & à mesure que le mouvement se communique, la matière subtile continue de sortir du côté vers lequel elle est poussée. Ainsi les pores s'aplatissent, & prennent des figures à peu près elliptiques ; & continuent de s'aplatir jusqu'à l'instant précis que les corps ayent épuisé toutes leurs forces primitives par ces compressions mutuelles.

Il est donc clair que la matière subtile doit sortir des corps pendant le tems que dure la compression. Mais il n'est pas moins évident qu'elle doit commencer à y rentrer dans l'instant que la compression cesse ; car dès l'instant que la compression cesse, il doit y avoir un parfait équilibre entre tous les tourbillons extérieurs & intérieurs, parce que ceux-ci cessent dans cet instant de sortir & de repousser ceux-là ; de sorte qu'un tourbillon à moitié sorti d'un pore, doit rester dans cet état, jusqu'à ce qu'il survienne quelque changement qui l'oblige de sortir ou de rentrer.

D'ailleurs il est évident que dans ce même instant les forces centrifuges des tourbillons extérieurs, sont égales à celles qu'ils avoient avant le choc des deux corps ; mais dans ce même instant les forces centrifuges des tourbil-



lons intérieurs sont augmentées, parce que \* leurs diametres sont diminuez. Avant le choc les tourbillons intérieurs tendoient par leurs forces centrifuges à élargir les pores où ils circuloient ; mais inutilement, parce que les tourbillons extérieurs avoient des forces centrifuges qui suffisoient alors pour empêcher l'action des tourbillons intérieurs.

A la fin de la compression, les tourbillons intérieurs ont acquis des degrez de force centrifuge, & les tourbillons extérieurs n'en ont point acquis. Ainsi dans l'instant que nous considerons, les tourbillons extérieurs n'ont pas des forces centrifuges qui soient capables d'arrêter l'action par laquelle les tourbillons intérieurs tendent à élargir leurs pores. Il n'y a donc point de doute qu'ils ne doivent commencer à les élargir ; mais ils ne peuvent commencer à les élargir, que les tourbillons extérieurs ne rentrent ; & ils doivent continuer de rentrer à mesure que les pores s'élargissent. Ainsi toute la matiere qui étoit sortie des corps, y rentre successivement à mesure que les parties comprimées se rétablissent, de la même maniere qu'elles ont été comprimées ; mais dans un ordre renversé.

C'est ainsi que les ressorts parfaits se débloquent avec des vitesses égales à celles avec lesquelles ils ont été bandez, par la force infinie des petits tourbillons ; & il est clair que les ressorts en se débloquent avec des forces égales à celles par lesquelles ils ont été bandez, doivent repousser les corps en arriere avec des forces égales à leurs forces primitives, dans le cas que je m'étois proposé d'examiner dans cette premiere Partie.

*Ce cas le plus simple de tous, m'a coûté plus de peine à résoudre dans cette premiere Partie, que je n'en aurai à résoudre dans la seconde, une infinité d'autres cas plus compliquez.*

*Quoiqu'il en soit de cette explication, que j'ai tâché au moins de rendre probable, je ne puis douter que la matiere subtile par son action, ne soit la cause physique du ressort. On pourroit donner d'autres solutions ; mais je me suis arrêté à celle qui m'a paru avoir le plus de vrai-semblance.*



## SECONDE PARTIE,

*Qui contient les loix du choc des corps à ressort parfait ou imparfait, réduites en Problèmes.*

### S U P P O S I T I O N S.

#### I.

L'Idée que nous avons donnée d'un corps parfaitement élastique, fait assez voir de combien de circonstances dépend la perfection des ressorts. La grandeur des canaux par lesquels coule la matiere subtile & des pores où elle circule, leurs figures, leurs arrangemens; les propriétés des parties intégrantes, leur consistance, leur grosseur, la maniere dont elles sont unies les unes avec les autres; toutes ces choses & autres combinées ensemble, produisent ces differences infinies que l'on observe dans la force des ressorts. 37.

Néanmoins si l'on suppose que les corps qui se choquent, ont toutes leurs parties intégrantes homogenes; on pourra réduire les effets du choc des corps à des loix très-uniformes, & les exprimer par des formules très-simples. En effet si l'on fait des experiences avec une machine semblable à celle de M. Mariotte, on trouvera que ces loix s'étendent à tous les corps homogenes ou heterogenes, à ressort parfait ou imparfait, prompt ou lent; en un mot à tous les corps depuis ceux dont les ressorts sont les plus accomplis dans tous les genres, jusqu'à ceux que l'on appelle *mous*. Mais pour éviter un détail immense qui ne peut convenir à un Memoire qui a des bornes si étroites, je suppose dans toute la suite, que



les ressorts, quoi qu'imparfaits, sont assez prompts, & que les corps qui se choquent sont homogènes, & ont toutes leurs parties intégrantes homogènes.

## I I.

38. La variété infinie des ressorts imparfaits demande, que l'on connoisse la force élastique du ressort de chaque corps par une expérience ; & voici la manière de la faire. Il faut faire choquer les deux corps donnez avec des forces égales connues, & observer les forces qu'ils auront après le choc.

Le rapport de la force d'un corps après le choc à sa force primitive, ou \* ce qui revient au même, le rapport de la vitesse de ce corps après le choc à sa vitesse primitive, exprimera le rapport de la force avec laquelle le ressort de ce corps s'est débandé, à celle avec laquelle il a été bandé\*.

Le rapport élastique d'un corps, est le rapport de la force qui fait débander son ressort à celle qui la fait bander.

## I I I.

39. Il faut dans la question proposée, distinguer avec grand soin les *forces positives*, & les *forces négatives*. Celles dont la direction est de *M* vers *N*, seront les positives, & celles dont la direction est de *N* vers *M*, seront les négatives. Les positives se marqueront avec le signe  $+$ , & les négatives avec le signe  $-$  ; si ce n'est dans les cas où il s'agit de comparer les *forces absolues*. Car alors soit qu'une force soit dans la direction des positives, soit qu'elle soit dans la direction des négatives, le signe  $+$  signifie qu'elle doit être ajoutée, & le signe  $-$ , qu'elle doit être retranchée.

## I V.

40. On suppose que le choquant *A*, a plus de vitesse que



le choqué  $B$ , lorsque les mouvemens sont *de même part*, avant le choc ; & que le choquant  $A$ , a plus de force que le choqué  $B$ , lorsque les mouvemens sont *contraires* ; que ce corps  $A$  se meut toujours avant le choc dans la direction des forces positives ; que les points d'attouchement des boules  $A, B$  (ou dont les masses sont  $A, B$ ) répondent aux points  $a, b$  de la ligne  $MN$ , dans un tems donné avant le choc ; qu'ils se rencontrent ensuite au point  $v$  dans le tems du choc ; & qu'enfin ils parviennent après le choc aux points  $a', b'$ , après avoir parcouru uniformément les distances  $va', vb'$  dans un tems égal à celui qu'ils auront employé à parcourir uniformément avant le choc les distances  $va, vb$ .

## V.

Ainsi \* les distances  $va, vb$  &  $va', vb'$ , représentent les vitesses que les points d'attouchement, & partant les centres des boules, & les masses entières des boules  $A, B$  ont avant & après le choc ; & les distances  $ab$  avant le choc,  $a'b'$  après le choc, représentent les vitesses respectives, sçavoir la somme des vitesses absolues lorsqu'elles sont contraires, & leur différence lorsqu'elles sont de même part. 41.

## V I.

Pour abreger les expressions, on sous-entendra toujours dans le calcul la lettre  $v$ . Ainsi  $a$  sera la vitesse du corps  $A$  avant le choc ;  $b$  sera la vitesse du corps  $B$  avant le choc ;  $a'$  la vitesse du corps  $A$  après le choc ; &  $b'$  la vitesse du corps  $B$  après le choc. \* Ainsi la force du corps  $A$  avant le choc, sera  $Aa$ , & après le choc  $Aa'$  ; de même la force du corps  $B$  avant le choc, sera  $Bb$ , & après le choc  $Bb'$ . 42.



## V I I.

43. S'il arrive que le corps  $A$  vienne à choquer une seconde fois le même corps  $B$ , ou un troisième corps  $C$ ;  $a''$  sera la vitesse du corps  $A$  après ce second choc,  $a'''$  après le troisième choc; & de même  $c$  sera la vitesse d'un corps  $C$  avant le choc,  $c'$  après le premier choc,  $c''$  après le second,  $c'''$  après le troisième, &c.

## LOIX DU CHOC

*Des corps à ressort parfait ou imparfait.*

## I.

44. *Dans l'instant que la compression cesse, les deux corps ont une égale vitesse, soit que leurs mouvemens soient contraires avant le choc, soit qu'ils soient de même part.*

Car dans l'un & l'autre cas, la matiere subtile ne cesse de sortir que lorsque le choquant n'est plus en état d'agir sur le choqué; & qu'après lui avoir communiqué une partie de son mouvement, il lui en reste une telle quantité, qu'il puisse aller avec lui de compagnie sans le comprimer. Donc dans l'instant que la matiere subtile cesse de sortir, ou que la compression finit, les deux corps ont une égale vitesse.

## II.

45. *Dans l'instant que la compression finit, le choquant & le choqué ont perdu une égale quantité de leurs forces primitive, lorsque les mouvemens sont contraires.*

Car jusqu'à cet instant les deux corps se sont comprimés mutuellement; & dans ces compressions mutuelles, ils ont employé des forces égales; & ces forces qu'ils ont employées, ils les ont perduës.



III.

*D*ans l'instant que la compression finit, le choquant a perdu 46. autant de force que le choqué en a gagné, lorsque les mouvemens sont de même part.

Car dans ce cas, comme dans le précédent, la compression est mutuelle ; mais le choquant \* qui a plus de vitesse que le choqué, doit dans cet instant avoir perdu une partie de sa vitesse, \* ou une partie de sa force ; & la force que le choquant perd, le choqué doit la gagner.

\* 40.

\* 4.

IV.

*L*e rapport élastique est constant dans les corps de même nature. 47.

C'est-à-dire, que si dans un choc la force avec laquelle les ressorts se rétablissent dans deux corps, est à celle avec laquelle ils ont été comprimés, par exemple, comme 15 est à 16 ; dans tous les autres chocs de ces deux mêmes corps, ou de deux autres corps de même nature, ces deux forces seront toujours comme 15 est à 16. On fera convaincu de la vérité de ce principe, qui est conforme à l'expérience, si l'on fait attention à la force infinie des petits tourbillons qui sont la cause du ressort, & aux loix qui proportionnent les effets à leurs causes.

C'est pourquoi si l'on \* connoît le rapport élastique ( que je nomme  $r$  ) & la force que perd ou gagne l'un des deux corps dans le tems de la compression, on aura celle qu'il perd ou qu'il gagne dans le tems de la restitution, en multipliant la force qu'il perd ou qu'il gagne dans le tems de la compression, par le rapport élastique  $r$ , qui est égal à l'unité, lorsque les ressorts sont parfaits, & moindre que l'unité, lorsque les ressorts sont imparfaits.

\* 38.



## P R O B L E M E I.

## FONDAMENTAL.

48. Les masses  $A, B$  de deux corps, leurs vitesses  $a, b$  avant le choc, & leur rapport élastique  $r$  étant donnez ; trouver leurs mouvemens après le choc.

On peut réduire ce Problème à deux Cas principaux.

Le premier, est lorsque les mouvemens sont de même part avant le choc, comme dans les Figures I. & III.

Le second, est lorsque les mouvemens sont contraires avant le choc, comme dans les Figures II. & IV.

Fig. I.  
& III.

## C A S I.

Lorsque les mouvemens sont de même part, le choquant  $A$  que l'on suppose \* avoir plus de vitesse que le choqué  $B$ , en perd une partie dans le premier tems du choc, & une autre partie dans le second. Nommant  $x$  la vitesse qu'il perd dans le premier tems du choc ; la force qu'il perd dans ce premier tems \* est  $Ax$ , & celle qu'il perd dans le second, \* est  $rAx$  : sa force avant le choc, est \*  $Aa$ , & après le choc  $Aa'$ . Ainsi on a cette équation,  $Aa' = Aa - Ax - rAx$ , ou bien

$$Aa' = Aa - Ax - rAx.$$

Or dans le premier tems du choc, le choqué  $B$  gagne \* autant de force que le choquant en perd. Ainsi il gagne la force  $+Ax$  dans le premier tems ; & \* par conséquent la force  $+rAx$  dans le second. \* Sa force avant le choc est  $+Bb$ , & après le choc  $+Bb'$ . On a donc cette seconde équation,  $Bb' = Bb + Ax + rAx$ , ou bien

$$Bb' = Bb + Ax + rAx.$$

Dans l'instant que la compression cesse, la force du choqué est  $Bb + Ax$  ; par conséquent \* sa vitesse est  $\frac{Bb + Ax}{B}$  ; & la vitesse du choquant  $A$  dans ce même



instant, est  $a - x$ . Or dans cet instant la vitesse du choqué \* est égale à celle du choquant. On a donc cette équation,  $\frac{Bb - Ax}{B} = a - x$ ; d'où l'on déduit

$$x = B \times \frac{a - b}{A + B}.$$

En mettant cette valeur de  $x$  dans les deux équations qui précèdent, on aura les formules suivantes, qui donnent la résolution du premier cas du Problème.

$$Aa' = Aa - ABx \frac{r + 1 \times a - b}{A + B}, Bb' = Bb - ABx \frac{r + 1 \times a - b}{A + B}. \quad 49.$$

## CAS II.

Fig. II.  
& IV.

Lorsque les mouvemens sont contraires, le choquant que l'on \* suppose avoir plus de force que le choqué, en perd une partie  $Ax$  dans le premier tems du choc, & une autre partie \*  $rAx$  dans le second. Ainsi dans ce second cas, comme dans le premier, on aura cette équation,

$$Aa' = Aa - A \times r + 1 \times x.$$

Or dans le premier tems du choc, le choqué  $B$  perd \* autant de sa force negative, que le choquant perd de sa force positive. Ainsi le choqué gagne la force  $+Ax$  dans le premier tems; & par conséquent \* la force  $+rAx$  dans le second; & sa force primitive, qui est negative, est \*  $-Bb$ . Ainsi on aura cette seconde équation,

$$Bb' = -Bb + A \times r + 1 \times x.$$

Dans l'instant que la compression cesse, la force du choqué  $B$  est  $-Bb + Ax$ . Ainsi dans cet instant sa vitesse \* est  $\frac{-Bb + Ax}{B}$ ; & la vitesse du choquant est  $a - x$ . Or dans cet instant la vitesse du choqué est \*



égale à celle du choquant ; C'est-à-dire, que l'on aura

$$\frac{-Bb + Ax}{B} = a - x. \text{ D'où l'on tire}$$

$$x = B \times \frac{a + b}{A + B}.$$

En mettant cette valeur de  $x$  dans les deux équations qui précèdent, on aura les deux suivantes, qui donnent la résolution du second cas du Problème.

$$50. \quad Aa' = Aa - AB \times \frac{r + 1 \times a + b}{A + B}, \quad Bb' = -Bb + AB \times \frac{r + 1 \times a + b}{A + B}.$$

Ce qu'il falloit trouver.

## REMARQUES.

51. Les formules du second cas, ne different de celles du premier, qu'en cela seul, que la vitesse  $b$  est marquée dans ces deux cas avec des signes contraires. Ce qui est bien naturel, puisque la seule difference qui se trouve entre ces deux cas, consiste en ce que la vitesse  $b$  a la direction des positives dans le premier, & celle des negatives dans le second. Ainsi j'aurois pu déduire ce second cas du premier ; & si je l'ai déduit immédiatement de mes principes, ce n'a été que pour en faire mieux apercevoir l'accord & l'étendue.

Pour abregier, je ne me servirai dans la suite que des formules du premier cas, qui suposent des mouvemens de même part avant le choc. Lorsque les mouvemens seront suposés contraires avant le choc ; il ne s'agira que de changer le signe de la vitesse  $b$ .

52. De même lorsque les mouvemens seront suposés contraires  
Fig. III. après le choc, on marquera le mouvement  $Aa'$ , ou la vitesse  
& IV.  $a'$  avec le signe — ; c'est-à-dire, que l'on aura dans ces cas,  
 $-Aa' =$



$$-Aa' = Aa - AB \times \frac{r + I \times a - b}{A + B}. \text{ Ainsi le mouvement absolu}$$

du corps A, sera dans ces cas,

$$+Aa' = -Aa + AB \times \frac{r + I \times a - b}{A + B}.$$

## COROLLAIRES.

## I.

Si l'on divise la premiere formule \* du premier cas par A, & la seconde par B, on aura les formules des vitesses \* des corps A, B ; & ces formules, où l'on suppose que les mouvemens sont semblables ou de même part, serviront dans les cas où l'on suppose qu'ils sont contraires, en y changeant quelques signes, suivant les remarques précédentes.

## Formules generales des loix du choc.

$$a' = a - B \times \frac{r + I \times a - b}{A + B}, b' = b + A \times \frac{r + I \times a - b}{A + B}. \quad 54.$$

On peut réduire ces formules à ces autres équivalentes.

$$a' = \frac{Aa - rBa + Bb + rBb}{A + B}, b' = \frac{Bb - rAb + Aa + rAa}{A + B}. \quad 55.$$

Ou bien encore à celles-ci,

$$a' = \frac{A - rB \times a + r + I \times Bb}{A + B}, b' = \frac{B - rA \times b + r + I \times Aa}{A + B}. \quad 56.$$

On voit par les formules generales de l'article 54. que la vitesse d'un corps après le choc, a deux parties. Fig. I.

La premiere, est la vitesse primitive a, qui est toujours positive ; ou la vitesse primitive b, qui est positive, lorsque les mouvemens sont de même part, & negative lorsque les mouvemens sont contraires. II. III. IV.



La seconde, est la vitesse totale que chaque corps gagne ou perd par le bandement & le débandement des ressorts dans les deux tems du choc. Celle du choquant est toujours négative, & celle du choqué est toujours positive.

## I I.

57. D'où je déduis cette REGLE GENERALE, pour trouver la vitesse de l'un des deux corps après le choc.

1°. On fera cette proportion. La somme des masses est à la vitesse respective ( $a \mp b$ ) \* multipliée par le rapport élastique, augmenté de l'unité; comme la masse d'un corps est à la vitesse que l'autre corps gagne ou perd dans les deux tems du choc.

\* Voyez  
l'art. 41.

2°. On prendra suivant les cas, la somme ou la différence de la vitesse primitive d'un corps, & de la vitesse qu'il gagne ou qu'il perd dans le choc, sçavoir, la somme pour le choqué, lorsque les mouvemens sont de même part; & la différence, soit pour le choqué, soit pour le choquant, lorsque les mouvemens sont contraires. Cette somme ou cette différence donnera la vitesse soit positive, soit négative, que ce corps doit avoir après le choc.

## I I I.

58. Lorsque les corps ont des ressort parfaits, le rapport élastique est égal à l'unité, & partant  $r \mp 1 = 2$ . Ainsi en mettant 2 au lieu de  $r \mp 1$  dans les formules générales \*; on aura celles qui suivent:

\* 54.

$$a' = a - 2B \times \frac{a-b}{A+B}, \quad b' = b + 2A \times \frac{a-b}{A+B}.$$

Lesquelles se réduisent à celles-ci :

$$a' = \frac{Aa - Ba + 2Bb}{A+B}, \quad b' = \frac{Bb - Ab + 2Aa}{A+B}.$$

Ces formules expriment d'une manière générale les



loix du choc des corps à ressort parfait, lesquelles sont démontrées par de longs circuits dans plusieurs ouvrages.

# I V.

Lorsque les corps n'ont point de ressort, soit qu'on les suppose parfaitement durs, soit qu'on suppose parfaitement mous (car ces deux cas qui sembleroient extrêmes, se réunissent) le rapport élastique sera dans cette supposition égal à zero, & par conséquent  $r+1=1$ . Ainsi au lieu des formules generales\*, on aura celles qui suivent :

$$a' = a - B \times \frac{a-b}{A+B}, \quad b' = b - A \times \frac{a-b}{A+B}.$$

Dans ces formules les valeurs de  $a'$  & de  $b'$  sont égales ; ce qui est évident d'ailleurs, puisque les corps doivent aller de compagnie après le choc. Ces formules se réduisent à cette seule expression :

$$a' = b' = \frac{Aa+Bb}{A+B}.$$

*J'étends le Problème jusqu'à ce cas, pour en mieux faire voir toute l'étendue, & avoir lieu d'en comparer les deux cas extrêmes.*

# V.

Lorsque le rapport élastique est égal au rapport de la masse du choquant à celle du choqué ; on aura pour

CE CAS REMARQUABLE  $r = \frac{A}{B}$ , & par conséquent

$r+1 = \frac{A+B}{B}$ . Si l'on met cette valeur de  $r+1$  dans

les formules generales \*, on trouvera pour ce cas celles qui suivent :

$$a' = b, \quad b' = \frac{Bb+Aa-Ab}{B}$$



Ainsi le choquant  $A$ , que l'on suppose ici être le plus petit, prend toujours la vitesse du choqué, lorsque le rapport des masses est égal au rapport élastique.

## V I.

- \* 56. 61. Lorsque les masses  $A$ ,  $B$  sont égales, en mettant  $A$  au lieu de  $B$  dans les formules générales \*, on aura pour ce cas les deux suivantes :

$$a' = \frac{1 - r \times a + 1 + r \times b}{2}, \quad b' = \frac{1 - r \times b + 1 + r \times a}{2}.$$

Et lorsque les ressorts sont parfaits, ou lorsque le rapport des masses est égal au rapport élastique, on aura,

$$a' = b, \quad b' = a.$$

C'est-à-dire, que dans ces cas qui se réunissent ici, les corps font échange de leurs vitesses.

## V I I.

- \* 55. 62. Lorsque le choqué  $B$  est en repos avant le choc, en effaçant  $b$  dans les formules \*,  
On aura en général,

$$a' = \frac{Aa - rBa}{A + B}, \quad b' = \frac{r + 1 \times Aa}{A + B}.$$

- \* 58. On aura pour les ressorts parfaits \*,

$$a' = \frac{Aa - Ba}{A + B}, \quad b' = \frac{2Aa}{A + B}.$$

- \* 59. On aura pour les corps sans ressort \*,

$$a' = b' = \frac{Aa}{A + B}.$$

- \* 60. On aura pour les corps dont le rapport des masses est égal au rapport élastique \*,

$$a' = 0, \quad b' = \frac{Aa}{B}.$$



C'est-à-dire, que dans ce dernier cas le choquant demeure toujours en repos après le choc, & que le choqué prend tout le mouvement du choquant : ce que l'on trouvera conforme à l'expérience.

V I I I.

Lorsque le choqué étant en repos, la vitesse du choquant est égale à la somme des masses, (c'est-à-dire, lorsque le nombre des degrés de vitesse du choquant, est le même que celui des parties égales que l'on aura distinguées dans la somme des masses) on aura par cette supposition  $a = A + B$ , & par conséquent les formules du Corollaire VII. deviendront,

$$a' = A - rB, \quad b' = r + 1 \times A.$$

D'où l'on déduit  $r + 1 = \frac{b'}{A}$ . Ce qui donne une manière facile de trouver en nombres dans les expériences, la valeur de l'expression  $r + 1$ , & par conséquent la formule propre à deux corps donnez avec lesquels on veut faire des expériences, ou à deux autres corps de même nature.

Lorsque les corps ont des ressorts parfaits, on aura dans le cas du Corollaire présent,

$$a' = A - B, \quad b' = 2A.$$

Et lorsque les corps n'ont point de ressort, on aura,

$$a' = A, \quad b' = A.$$

I X

Si le choqué  $B$  étant en repos, est supposé infiniment grand par rapport au choquant  $A$ , on supposera  $A = 0$ . Ainsi en effaçant  $A$  dans les formules du Corollaire VII. on trouvera pour ce cas,

$$a' = -ra.$$

C'est-à-dire, que dans ce cas qui est celui de la resle-



xion directe, le choquant *A* rejaillira avec sa vitesse primitive, multipliée par le rapport élastique ; par conséquent avec une vitesse moindre que la primitive, lorsque les ressorts sont imparfaits ; & avec une vitesse égale à la primitive, lorsque les ressorts sont parfaits.

## X.

65. J'oubliois le cas qui nous a occupé lui seul dans toute la première Partie ; sçavoir, lorsque les mouvemens sont égaux & contraires avant le choc. Celui d'un corps infiniment grand me le rappelle. Car on trouvera encore pour ce cas  $a' = -ra$ , en faisant dans les formules générales \*, tous les changemens qui conviennent à cette supposition.

## A V E R T I S S E M E N T.

*Les Problèmes suivans dépendent du premier, & n'en sont, à proprement parler, que des Corollaires que l'on pourroit ajouter à ceux qui précèdent. On verra par la solution de ces Problèmes, l'étendue immense des formules, & les divers usages que l'on peut en faire, pour résoudre toutes les questions qui regardent les loix du choc.*

## P R O B L È M E    I I.

66. *LE rapport élastique  $r$  de deux corps *A, B* étant donné, trouver le rapport des vitesses respectives ; c'est-à-dire, le rapport de la vitesse respective qui suit le choc, à celle qui le précède.*  
On peut réduire ce Problème aux quatre cas généraux, qui sont exprimez par les figures.

Fig. I.

## C A S    I.

*Lorsque les mouvemens sont de même part, soit avant*



soit après le choc, la vitesse respective \* est  $a-b$  avant le choc, &  $b'-a'$  après le choc. Or dans ce cas qui est celui des formules generales, on trouve \*,

$$b'-a' = b + A \times \frac{r + 1 \times a - b}{A + B} - a + B \times \frac{r + 1 \times a - b}{A + B}.$$

$$\text{D'où l'on déduit } b'-a' = b - a + \frac{r + 1 \times A + B \times a - b}{A + B},$$

& après avoir abrégé, on trouve  $b'-a' = r \times a - b$ .

D'où l'on tire pour ce premier cas,

$$\frac{b'-a'}{a-b} = r.$$

C A S I I.

Fig. II.

Lorsque les mouvemens sont contraires avant le choc, & de même part après le choc, au lieu de l'équation

$$\frac{b'-a'}{a-b} = r \text{ que donne le premier cas } *, \text{ on aura celle-ci, } * 511$$

$$\frac{b'-a'}{a+b} = r.$$

C A S I I I.

Fig. III.

Lorsque les mouvemens sont de même part avant le choc, & contraires après le choc, au lieu de l'équation

$$\frac{b'-a'}{a-b} = r, \text{ que donne le premier cas } *, \text{ on aura celle-ci, } * 512$$

$$\frac{b'+a'}{a-b} = r.$$

C A S I V.

Fig. IV.

Lorsque les mouvemens sont contraires, soit avant, soit après le choc, au lieu de cette équation



$\frac{b'-a'}{a-b}=r$ , que donne le premier cas \*, on aura celle-ci ;

$$\frac{b'+a'}{a+b}=r.$$

*Ce qu'il falloit trouver.*

## COROLLAIRES.

### I.

67. (a) Dans tous les cas possibles que renferment les quatre cas précédens, le rapport des vitesses respectives est égale au rapport élastique  $r$ .

Pour s'en convaincre, il suffit de comparer les expressions des quatre cas avec les figures correspondantes, dans lesquelles les distances  $ab$ ,  $a'b'$  \* marquent les vitesses respectives avant & après le choc.

### I I.

68. Lorsque les ressorts sont parfaits, la vitesse respective est la même avant & après le choc.

### I I I.

69. Le rapport des vitesses respectives des corps de même nature, est constant ; puisqu'il est égal au rapport élastique \*, lequel est constant.

### I V.

70. Lorsque l'on connoîtra par une seule expérience le rapport des vitesses respectives de deux corps donnez ;

(a) On suppose ordinairement plusieurs des principes que je déduis ici de mes formules ; mais il me semble que ces principes ne sont bien évidens, que lorsqu'ils sont démontrés.



on aura deslors le rapport  $r$  des forces élastiques de ces deux corps, ou de deux autres corps de même nature; on aura par conséquent les formules qui conviennent à ces deux corps.

V.

Si deux corps se choquent plusieurs fois, quelques soient 71.  
les vîteses absolues, pourvû que les vîteses respectives qui précèdent les chocs, ne changent pas; les vîteses respectives qui suivent les chocs, seront égales.

VI.

Si deux corps après s'être choquez avec la vîtesse 72.  
respectifve  $a-b$ , se choquent une seconde fois avec la vîtesse respectifve  $r \times a-b$ , qui suit le premier choc, la vîtesse respectifve après ce second choc, sera  $r^2 \times a-b$ ; s'ils se choquent une troisiéme fois avec cette vîtesse  $r^2 \times a-b$ , la vîtesse respectifve après ce troisiéme choc, sera  $r^3 \times a-b$ . Enfin après un nombre de chocs quelconque, que je nomme  $n$ , la vîtesse respectifve sera  $r^n \times a-b$ . Et si le corps  $B$  est en repos avant le premier choc, la vîtesse respectifve après un nombre  $n$  de chocs, sera  $r^n a$ .

PROBLÈME III.

*La somme des mouvemens absolus de deux corps A, B 73.  
avant le choc, & leur rapport élastique  $r$ , étant donnez, trouver la somme de leurs mouvemens absolus après le choc.*

On peut réduire ce Problème comme le précédent, aux quatre cas généraux, qui sont exprimez par les figures.



Fig. I.

## CAS I.

\* 49.

Lorsque les mouvemens sont de même part, soit avant, soit après le choc, la somme des mouvemens absolus après le choc \* fera,

$$Aa' + Bb' = Aa - AB \times \frac{r + 1 \times a - b}{A + B} + Bb + AB \times \frac{r + 1 \times a - b}{A + B}$$

D'où l'on déduit,

$$Aa' + Bb' = Aa + Bb.$$

C'est-à-dire, que dans ce premier cas, la somme des mouvemens absolus est toujours la même avant & après le choc.

Fig. II.

## CAS II.

\* 50.

Lorsque les mouvemens sont contraires avant le choc, & de même part après le choc; au lieu de l'équation  $Aa' + Bb' = Aa + Bb$  que donne le premier cas, \* on aura,

$$Aa' + Bb' = Aa - Bb.$$

C'est-à-dire, que dans ce cas la somme des mouvemens absolus après le choc, est égale à la différence des mouvemens avant le choc.

Ainsi dans ce cas il y a moins de mouvement après le choc, qu'avant le choc; & la différence de ces deux mouvemens est égale au double du mouvement du choqué avant le choc.

\* 39.

Car avant le choc, la somme des mouvemens absolus étoit \*  $Aa + Bb$ . Or après le choc la somme des mouvemens absolus, n'est que  $Aa - Bb$ . Donc la différence des deux mouvemens est

$$Aa + Bb - Aa + Bb = 2 Bb.$$

Fig. III.

## CAS III.

Lorsque les mouvemens sont de même part avant le



choc, & contraires après le choc; au lieu de l'équation  $Aa' + Bb' = Aa + Bb$  que donne le premier cas, \* on aura,

$$-Aa' + Bb' = Aa + Bb.$$

C'est-à-dire, que dans ce cas la différence des mouvemens absolus après le choc, est égale à la somme des mouvemens absolus avant le choc. En ajoutant  $2Aa'$  de part & d'autre, on aura,

$$Aa' + Bb' = Aa + Bb + 2Aa'.$$

C'est-à-dire, que la somme des mouvemens absolus après le choc, \* ( $Aa' + Bb'$ ) est plus grande que la somme des mouvemens avant le choc; & que cet excès est égal au double du mouvement du choquant après le choc.

Enfin si au lieu de  $2Aa'$ , on met dans l'équation précédente sa valeur qui dans le cas présent, \* doit être,

$$-2Aa + 2AB \times \frac{r + 1 \times a - b}{A + B}, \text{ on aura,}$$

$$Aa' + Bb' = Bb - Aa + 2AB \times \frac{r + 1 \times a - b}{A + B}.$$

#### C A S I V.

Fig. IV.

Lorsque les mouvemens sont contraires avant & après le choc; au lieu de l'équation  $Aa' + Bb' = Aa + Bb$ , que donne le premier cas, \* on aura

$$-Aa' + Bb' = Aa - Bb.$$

C'est-à-dire, que dans ce cas la différence des mouvemens absolus après le choc, est égale à leur différence avant le choc. Ajoutant  $2Aa'$  de part & d'autre, on aura,

$$Aa' + Bb' = Aa - Bb + 2Aa'.$$

C'est-à-dire, que dans ce cas la somme des mouvemens après le choc, \* ( $Aa' + Bb'$ ) surpasse la différence des

Fij



mouvemens avant le choc, & que cet excès est égal au double du mouvement du choquant après le choc.

Enfin si au lieu de  $2Aa'$ , on met dans l'équation précédente sa valeur, qui dans le cas présent \* doit être,

$$-2Aa' + 2AB \times \frac{r + 1 \times a + b}{A + B}, \text{ on aura,}$$

$$Aa' + Bb' = -Aa - Bb + 2AB \times \frac{r + 1 \times a + b}{A + B}$$

Ce qu'il falloit trouver.

### REMARQUE.

74. Il faut observer que le second & le troisième cas du Problème, ne regardent pas les corps égaux à ressort parfait; parce que lorsque les mouvemens de ces corps sont de même part avant le choc, ils sont aussi de même part après le choc; & que lorsqu'ils sont contraires avant le choc, ils sont aussi contraires après le choc. Ce qui est évident \*.

### COROLLAIRES.

75. Si le choqué est en repos avant le choc, & que le choquant ne rejaillisse pas; il y aura avant & après le choc, une égale quantité de mouvement: & si le choquant rejaillit, il y aura plus de mouvement après le choc qu'avant le choc; & cet excès sera égal au double du mouvement du choquant après le choc.

#### I I.

76. Les ressorts étant parfaits, il y a une égale quantité de mouvement avant & après le choc dans ces deux cas.
- 1°. Lorsque les mouvemens sont égaux & contraires avant le choc. Ce qui est évident d'ailleurs.
  - 2°. Lorsque les masses sont égales. Ce qui est encore évident d'ailleurs, puisque dans ce cas \* les corps sont



toujours échange de leurs vîtesſes, & par conſequent \*  
de leurs mouvemens.

## III.

La quantité abſoluë du mouvement, n'eſt pas toujours 77.  
la même avant & après le choc, comme l'ont prétendu  
des Auteurs celebres.

Cette propoſition n'eſt vraie que dans les ſuppoſitions  
du premier cas du Problème, & des deux Corollaires  
précédens.

Mais il eſt évident que dans tous les cas poſſibles qui  
ſont exprimez generalement par les quatre Cas du Pro-  
blème, & par les quatre Figures, il y a toujours une  
égale quantité de mouvement dans le même ſens. C'eſt-  
à-dire, ſi on n'a égard qu'aux ſeuls mouvemens qui ont  
la même direction; & que l'on regarde comme nulles,  
d'égales quantitez de mouvement, qui ont des directions  
oppoſées.

## IV.

De la formule du premier Cas, ſçavoir  $Aa' + Bb' = 78.$   
 $Aa - Bb$ , on déduit  $Aa - Aa' = Bb' - Bb$ . D'où l'on  
tire,

Pour le Cas I.  $\frac{A}{B} = \frac{b' - b}{a - a'}$ .

Pour le Cas II.  $\frac{A}{B} = \frac{b' + b}{a - a'}$ .

Pour le Cas III.  $\frac{A}{B} = \frac{b' - b}{a + a'}$ .

Pour le Cas IV.  $\frac{A}{B} = \frac{b' + b}{a + a'}$ .

Ainſi dans tous les Cas poſſibles, il eſt facile de con-  
noître le rapport des maſſes, lorsque l'on connoît les  
quantitez & les directions des vîtesſes avant & après le  
choc.



79. C'est pourquoi si l'on connoît par une expérience les quantitez & les directions des vîteses de deux corps avant & après le choc ; deslors il fera facile de connoître les vîteses que les mêmes corps auront après tous les autres chocs, dans toutes les suppositions que l'on pourra faire.

Car cette seule épreuve suffit pour connoître, 1<sup>o</sup>. les

- \* 78. masses  $A, B$ , ou leur rapport \*  $\frac{A}{B}$  ; 2<sup>o</sup>. le rapport élastique  $r$ , puisque ce rapport est toujours égal à celui des vîteses respectives \*.

\* 69 & 70. D'où il suit que si au lieu des grandeurs generales  $A, B, r$ , on met dans les formules generales les nombres qui expriment leurs valeurs, on aura des formules qui seront propres aux deux corps donnez, & qui serviront à faire sur eux toutes les expériences que l'on pourra souhaiter. Il suffit d'appliquer tout ceci à un seul exemple.

#### EXEMPLE.

80. Si l'on suppose que le choqué  $B$  soit en repos avant le choc, & que les mouvemens soient contraires après le choc, on aura dans ce cas,

\* 78. \* 66. 
$$* \frac{A}{B} = \frac{b'}{a + a'}, \quad * r = \frac{b' - a'}{a}.$$

Supposons maintenant que le choquant  $A$  ait avant le choc 12 degrez de vîtesse dans le sens des positives, & deux degrez de vîtesse après le choc dans le sens des negatives ; & que le choqué  $B$  étant en repos avant le choc, ait après le choc 7 degrez de vîtesse dans le sens des positives.

On aura dans ces suppositions  $\frac{A}{B} = \frac{7}{12 + 2} = \frac{1}{2}$ , & par consequent  $A = 1, B = 2$  ; & de même on aura



$$r = \frac{7+2}{12} = \frac{3}{4}; \text{ \& par consequent } r+1 = \frac{7}{4}.$$

Si l'on met ces valeurs numeriques de  $A$ ,  $B$ , & de  $r+1$ , dans les formules generales\*, on trouvera celles qui suivent, lesquelles seront propres aux deux corps donnez,

$$a' = a - 2 \times \frac{7 \times a - b}{4 \times 1 + 2}, \quad b' = b - 1 \times \frac{7 \times a - b}{4 \times 1 + 2}.$$

Et l'on pourra réduire ces formules à celles-ci,

$$6a' = 7b - a, \quad 12b' = 7a - 5b.$$

Enfin par le secours de ces dernieres formules, & d'une machine que l'on peut rendre beaucoup plus commode que n'est celle de M. Mariotte, il sera facile de faire sur les deux corps donnez, toutes les experiences que l'on souhaitera, en observant les quatre choses suivantes, selon l'état des questions & l'exigence des cas.

I. De changer les signes de celles des vitesses  $a$ ,  $b$ ,  $a'$ ,  $b'$ , qui doivent être negatives.

II. D'écrire avec les mêmes lettres celles qui doivent être égales.

III. D'effacer celles de ces vitesses qui doivent être nulles.

IV. De mettre à la place de ces lettres des nombres qui marquent les degrez de vitesse que l'on souhaitera que les corps ayent, soit avant, soit après le choc.

### R E M A R Q U E.

*Si l'on fait ces experiences avec quelque soin, on aura le plaisir de voir qu'elles s'accordent toujours avec les formules. Car il n'en est pas des corps à ressort imparfait, comme de ceux que l'on appelle à ressort parfait. Ceux-ci ne sont tels que par une supposition qui s'écarte toujours sensiblement de la verité; parce que nous ne trouvons pas dans la nature de corps dont le rapport élastique ne soit sensiblement moindre que l'unité. Au lieu que le rapport élastique de deux corps pris au hazard,*



& de plus le rapport de leurs masses sont sensiblement, ou au moins A PEU PRES tels que l'épreuve les fait connoître : & que d'ailleurs on peut réitérer cette épreuve en la faisant en différentes manieres. Par exemple, en laissant successivement les deux corps en repos.

J'ai dit A PEU PRES. Car la résistance de l'air, le petit espace que les deux corps parcourent ensemble dans la durée du choc, les moindres frottemens, diverses imperfections qui viennent ou de la construction de la machine, ou de la maniere dont on s'en sert ; toutes ces choses & autres jointes ensemble, sur tout lorsqu'elles concourent à augmenter, ou à diminuer les vitesses dans le même sens, doivent causer quelques dérangemens dans les operations, & ne permettent pas d'y trouver une exactitude mathématique.

Ainsi les experiences ne peuvent représenter aux yeux, qu'assez imparfaitement, les veritez que l'esprit pur apperçoit distinctement, & comme tout d'une vue, dans des expressions aussi simples, que le sont les formules generales.

Mais pour mieux faire connoître toute l'étendue de ces formules, & l'accord des veritez qu'elles présentent à l'esprit, il est bon de les considerer sous différentes faces. C'est ce que nous allons faire dans les deux Problèmes suivans.

#### PROBLEME IV.

82. *P*roportionner les mouvemens du choquant de telle sorte, qu'après le choc il ait une vitesse donnée.

On suppose que les grandeurs  $r, B, b$  étant connues, il s'agit de trouver la vitesse  $a$  que le choquant doit avoir avant le choc, lorsque sa masse  $A$  est donnée, ou de trouver la masse  $A$  lorsque la vitesse  $a$  est donnée ; afin que ce corps ait après le choc une vitesse donnée  $a'$ .

#### RESOLUTION.

Si l'on multiplie la premiere formule generale \* par  $A+B$ ,



$A+B$ , on aura  $Aa'+Ba'=Aa-rBa+rBb+Bb$ .  
D'où l'on déduit,

$$1^{\circ}. Aa-rBa=Aa'+Ba'-rBb+Bb.$$

$$2^{\circ} Aa-Aa'=Ba'+rBa-rBb+Bb.$$

D'où l'on tire enfin les deux formules suivantes, qui sont celles du Problème.

$$a=\frac{Aa'+Ba'-rBb+Bb}{A-rB}, A=\frac{Ba'+rBa-rBb+Bb}{a-a'}$$

*Ce qu'il falloit trouver.*

## COROLLAIRES.

### I.

Si l'on veut proportionner les mouvemens du choquant; 83.  
de telle sorte qu'après le choc, il prenne la vîtesse du  
choqué: on aura par cette supposition  $a'=b$ ; & en met-  
tant  $b$  au lieu de  $a'$  dans les deux formules du Problème,  
on trouvera, après avoir abrégé, qu'elles se réduisent à  
ces expressions,

$$a=b, A=rB, \text{ d'où l'on déduit } \frac{A}{B}=r.$$

Ainsi afin que le choquant ait après le choc la vîtesse  
que le choqué avoit avant le choc, il faut de ces deux  
choses l'une:

I. Que les vîteses soient égales avant le choc.

II. Que le rapport des masses soit égal au rapport éla-  
stique.

Or le premier de ces deux cas, à proprement parler,  
n'en est pas un, puisque deux corps qui ont des vîteses  
égales de même part, ne peuvent se choquer. Donc le  
choquant ne prend jamais la vîtesse du choqué, que  
dans le second cas: & dans le second cas (comme je  
l'ai déjà trouvé \* par une autre voye) le choquant  
prend toujours la vîtesse du choqué. Ce qui pourroit pa-  
roître une espece de paradoxe.

\* 60.



## II.

84. Ainsi de quelque maniere que l'on proportionne les mouvemens de deux corps, on ne viendra jamais aboutir de faire aller le choquant après le choc précisément avec la même vitesse que le choqué avoit avant le choc dans tous les cas suivans.

1°. Si le choquant est plus grand que le choqué.

2°. Si les deux corps ont des ressorts imparfaits, & des masses égales.

3°. Si les deux corps ont des ressorts parfaits, & des masses inégales.

4°. En un mot si de quelque nature que soient les deux corps, le rapport des masses n'est exactement égal au rapport élastique.

Au contraire on ne réussira jamais à faire aller le choquant plus ou moins vite que le choqué n'alloit avant le choc, si le rapport du choquant au choqué, est égal au rapport élastique.

*Ceux qui voudront se donner la peine de consulter l'expérience, la trouveront toujours conforme aux veritez que nos formules nous font ici découvrir.*

## III.

85. Si l'on veut proportionner les mouvemens du choquant, de telle sorte qu'après le choc il demeure en repos, on aura par cette supposition  $a' = 0$ ; & en supposant ici que les mouvemens sont contraires avant le choc, les formules du Problème deviendront,

$$a = \frac{rBb + Bb}{A - rB}, \quad A = \frac{rBa + rBb + Bb}{a}.$$

Et en supposant des ressorts parfaits, on aura,

$$a = \frac{2Bb}{A - B}, \quad A = \frac{Ba + 2Bb}{a}.$$

## IV.

86. Si dans le cas du Corollaire précédent, on suppose que



les vitesses  $a, b$  sont égales, en mettant  $b$  à la place de  $a$  dans les deux formules du Problème, on trouvera pour ce cas,

$$A = 2rB + B.$$

En supposant des ressorts parfait, on aura,

$$A = 3B.$$

C'est-à-dire, que si deux corps à ressort parfait, dont l'un est triple de l'autre, se rencontrent avec des vitesses égales, le plus grand demeurera en repos après le choc.

En supposant des corps sans ressort, on aura,

$$A = B.$$

C'est-à-dire, que si deux corps égaux sans ressort, se choquent avec des vitesses égales, ils demeureront en repos après le choc. Ce qui est conforme à nos principes \*.

\* 125

## PROBLEME V.

*P*roportionner les vitesses avant le choc, de telle sorte que les vitesses après le choc aient des rapports donnez. 87.

On suppose ici que les grandeurs  $r, A, B$  sont données, & qu'il s'agit de trouver les vitesses  $a, b$  qu'il faut donner aux deux corps avant le choc, afin qu'après le choc ils aient des vitesses données  $a', b'$ .

## RESOLUTION.

On dégagera des deux formules générales \* les vitesses  $a, b$  que l'on suppose ici inconnues, & on les égalera à des expressions, qui ne contiennent que les autres grandeurs  $r, A, B, a', b'$  que l'on suppose connues. Le calcul est un peu long, en se servant des formules générales; il sera beaucoup plus court, si l'on se sert des formules qui expriment les premiers cas du second & du troisième Problème; sçavoir,

\* 55

$$1^{\circ}. \frac{b' - a'}{a + b} = r. \quad 2^{\circ}. Aa' + Bb' = Aa + Bb.$$

Gij



Ce calcul donnera les deux formules suivantes, qui sont celles du Problème.

$$a = \frac{rAa' - Ba' + rBb' + Bb'}{rA + rB}, \quad b = \frac{rBb' - Ab' + rAa' + Aa'}{rA + rB}.$$

Ce qu'il falloit trouver.

### COROLLAIRES.

#### I.

88. Si l'on veut faire en sorte que le choquant  $A$  demeure en repos après le choc, & que le choqué ait une vitesse donnée  $b'$ , on effacera dans les formules du Problème les produits où se trouve la vitesse  $a'$ , & on aura pour l'effet requis,

$$a = \frac{rBb' + Bb'}{rA + rB}, \quad b = \frac{rBb' - Ab'}{rA + rB}.$$

#### I I.

89. Si l'on veut faire en sorte que le choqué  $B$  demeure en repos après le choc, & que le choquant  $A$  retourne en arriere avec une vitesse donnée  $-a'$ , on effacera dans les formules du Problème, les produits où se trouve la vitesse  $b'$ , puis on changera les signes des autres produits où se trouve la vitesse  $a'$ ; & on aura pour l'effet requis les formules suivantes,

$$a = \frac{Ba' - rAa'}{rA + rB}, \quad b = \frac{-rAa' - Aa'}{rA + rB}.$$

#### I I I.

90. Si l'on veut faire en sorte que les corps retournent en arriere avec des vitesses égales & connues  $a', b'$ , on mettra dans les formules du Problème  $-a'$ , au lieu de  $+b'$ , & on aura les formules suivantes, qui expriment les valeurs des vitesses  $a, b$  qu'il faut donner aux deux corps pour l'effet requis,

$$a = \frac{rAa' - 2Ba' - rBa'}{rA + rB}, \quad b = \frac{-rBa' + 2Aa' + Aa'}{rA + rB}.$$



Et lorsque les ressorts sont parfaits,

$$a = \frac{Aa' - 3Ba'}{A + B}, \quad b = \frac{3Aa' - Ba'}{A + B}.$$

## I V.

On peut reduire les formules du Problème à ces expressions équivalentes, 21.

$$a = a' - B \times \frac{r + 1 \times a' - b'}{r \times A + B}, \quad b = b' + A \times \frac{r + 1 \times a' - b'}{r \times A + B}.$$

Soit donc qu'il s'agisse de trouver les vîteses après le choc, lorsque les vîteses avant le choc sont données; soit qu'il s'agisse de trouver celles-ci, lorsque celles-là sont données, on a les mêmes formules \*, & par conséquent la même regle generale \* que prescrivent ces formules; avec cette seule difference que dans le cas du Problème present, il faut multiplier la somme des masses  $A + B$ , par le rapport élastique  $r$ : & même cette difference ne subsiste pas, lorsque les ressorts sont parfaits, parce que dans ce cas le rapport élastique  $r$  est l'unité.

Mais il est bon de remarquer que dans les formules du Corollaire present, l'expression  $a' - b'$  est negative, parce que  $b'$  surpasse  $a'$ , suivant les suppositions des formules generales dont celles-ci sont déduites.

## PROBLEME VI.

Plusieurs corps  $A, B, C, D$ , &c. de même nature, se choquant successivement avec des vîteses données, trouver les vîteses qu'ils auront après le choc. 22.

Je suppose pour le cas principal de ce Problème, que tous les corps donnez se meuvent de même part avant le choc; que d'abord  $A$  frappe  $B$ , que  $B$  frappe ensuite  $C$ , que  $C$  frappe ensuite  $D$ , &c. Il sera facile dans toutes les autres suppositions differentes de celles-ci, de faire les changemens qui conviendront.



1°. Les vitesses des corps  $A, B$  après le choc, seront,

$$*_{56.} \quad a' = \frac{A - rB \times a + r + 1 \times Bb}{A + B}, \quad b' = \frac{B - rA \times b + r + 1 \times Aa}{A + B}.$$

2°. Les vitesses des corps  $B, C$  après le choc, seront,

$$*_{43. \& 56.} \quad b'' = \frac{B - rC \times b' + r + 1 \times Cc}{B + C}, \quad c' = \frac{C - rB \times c' + r + 1 \times Bb'}{B + C}.$$

3°. Les vitesses des corps  $C, D$  après le choc, seront,

$$*_{43. \& 56.} \quad c'' = \frac{C - rD \times c' + r + 1 \times Dd}{C + D}, \quad d' = \frac{D - rC \times d' + r + 1 \times Cc'}{C + D}.$$

&c. Ce qu'il falloit trouver.

## COROLLAIRES.

## I.

93. Si l'on suppose que le corps  $A$  soit en mouvement avant le choc, pendant que tous les autres  $B, C, D$ , &c. demeurent en repos à quelque distance l'un de l'autre.

1°. Les vitesses des corps  $A, B$  après le choc, seront,

$$a' = \frac{A - rB \times a}{A + B}, \quad b' = \frac{r + 1 \times Aa}{A + B}.$$

2°. Les vitesses des corps  $B, C$ , après le choc, seront,

$$b'' = \frac{B - rC \times b'}{B + C} = \frac{B - rC \times r + 1 \times Aa}{A + B \times B + C},$$

$$c' = \frac{r + 1 \times Bb'}{B + C} = \frac{r + 1 \times ABA}{A + B \times B + C}.$$

3°. Les vitesses des corps  $C, D$  après le choc, seront,

$$c'' = \frac{C - rD \times c'}{C + D} = \frac{C - rD \times r + 1 \times ABA}{A + B \times B + C \times C + D},$$



$$d' = \frac{\overline{r+1} \times c c'}{c + d} = \frac{\overline{r+1}^3 \times ABC a}{A + B \times B + C \times C + D}, \&c.$$

II.

Si dans la supposition du Corollaire precedent ; 94.  
 $A. B. C. D. \&c.$  c'est-à-dire, si tous les corps sont en  
 progression géométrique, on aura alors  $c = \frac{B^2}{A}, d = \frac{B^3}{A^2},$

$\&c.$  En general nommant  $M$  un corps quelconque  
 de cette progression, &  $n$  le rang qu'il tient parmi les  
 corps en repos, dont le premier est  $B$ , on aura alors,

$$M = \frac{B^n}{A^{n-1}}.$$

En mettant ces valeurs dans les formules du Corollaire  
 precedent, on aura celles qui suivent.

1°. Pour la vitesse de chaque corps après son premier  
 choc,

$$b' = \frac{\overline{r+1} \times A^1 a}{A + B^1}, c' = \frac{\overline{r+1}^2 \times A^2 a}{A + B^2}, d' = \frac{\overline{r+1}^3 \times A^3 a}{A + B^3} \&c$$

En general.

$$m' = \frac{\overline{r+1}^n \times A^n a}{A + B^n}.$$

2°. Pour la vitesse de chaque corps après son second  
 choc,

$$b'' = \frac{\overline{r+1} \times A}{A + B^2} \times A - r B \times a, c'' = \frac{\overline{r+1}^2 \times A^2}{A + B^3} \times A - r B \times a, \&c$$

En general.

$$m'' = \frac{\overline{r+1}^n \times A^n}{A + B^{n+1}} \times A - r B \times a.$$



## III.

95. Des deux formules generales du Corollaire precedent, (à cause de  $M = \frac{B^n}{A^{n-1}}$ ) on déduit les deux formules suivantes, qui expriment generalement les quantitez des mouvemens d'un corps quelconque  $M$ , d'une progression géometrique, soit après le premier choc, soit après le second,

$$Mm' = \frac{r-1^n \times B^n}{A-1^n} \times Aa, \quad Mm'' = \frac{r-1^n \times B^n}{A-1^{n+1}} \times Aa \times \frac{A-1^n}{A-1^{n+1}}.$$

## IV.

96. Si dans la supposition du Corollaire I. le corps  $B$  est moyen proportionnel entre les deux voisins  $A$ ,  $C$ ; le troisième corps  $C$  acquerera une plus grande vitesse, étant choqué par le moyen  $B$ , que l'on suppose avoir été choqué par le premier  $A$ , que s'il étoit choqué de la même maniere par tout autre corps.

\* 93. Car la valeur de  $c'$  fera \*,  $\frac{r-1^2 \times A B a}{A-1 \times B \times B-1 C}$ , qui doit

\* Suivant être un plus grand. En prenant \* la difference de cette fraction, dans laquelle il n'y a que  $B$  de variable, & l'égalant à zero, on trouvera  $BB = AC$ .  
 les regles des Sections I. & III. de l'Analyse des Infiniment petits.  
 C'est-à-dire, que le corps  $B$  doit être moyen proportionnel entre les deux autres  $A$ ,  $C$ ; afin que le troisième  $C$  ait après le choc la plus grande vitesse qu'il est possible.

\* Messieurs \* Plusieurs Auteurs avoient démontré cette proposition à l'égard des corps à ressort parfait. Elle s'étend, comme l'on voit ici à tous les corps.  
 Huyguens, Saurin, Carré, Herman, &c.

## V.

97. Si le rapport du choqué au choquant est égal au rapport



port élastique  $r$ , c'est-à-dire, si  $\frac{B}{A} = r$ ; on aura,

$$r + 1 = \frac{A + B}{A}, \text{ \& par consequent } \overline{r + 1}^n = \frac{A + B}{A^n}.$$

En mettant cette valeur de  $\overline{r + 1}^n$  dans les Formules générales du Corollaire II. on aura dans ce cas pour un corps quelconque d'une progression géométrique,

$$m' = a, \quad m'' = \frac{A + B}{A} \times a.$$

C'est pourquoi si dans le cas du Corollaire II. le rapport du choqué au choquant, est moindre que le rapport élastique; plus il y aura de corps interposez entre le premier  $A$  & le dernier  $M$ , & plus la vitesse  $m'$  de ce dernier sera grande; & elle sera la plus grande qu'il est possible, \* puisque tous ces corps sont en progression géométrique.

Plus j'avance, & plus j'aperçois de veritez par le secours de mes Formules. Je ne finirois pas si je mettois ici tous les Problèmes qu'elles m'ont donné lieu de résoudre; je me suis contenté d'en donner des exemples. Je n'ai point parlé du choc indirect des corps: il me faudroit, ou copier sur cette matiere ce que l'on en trouve dans les Livres; ou bien (pour la traiter à fond) grossir ce Memoire d'une troisième Partie plus longue encore que n'est celle-ci.

DEUS NOBIS HÆC OTIA FECIT.

FIN.



**L**E même Libraire vend séparément ou conjointement les Ouvrages qui ont remporté les Prix de l'Academie Royale des Sciences, & ceux qui ont été composez à leur occasion ; sçavoir,

Discours sur le Principe, la Nature, & la communication du Mouvement. Cet Ouvrage qui a remporté le premier Prix en 1720. est de M. Croufaz, alors Professeur en Philosophie & en Mathematiques dans l'Academie de Lausanne.

Système du Mouvement, par M. de Gamaches, Chanoine Regulier de Sainte Croix de la Bretonnerie.

Propositions sur une Pendule. Cet Ouvrage qui a remporté le second Prix en 1720. est de M. Massy.

Démonstration des Loix du choc. Cet Ouvrage qui a remporté le Prix en 1724. est de M. Mac-laurin, Professeur en Mathematiques dans l'Université d'Aberdeen.

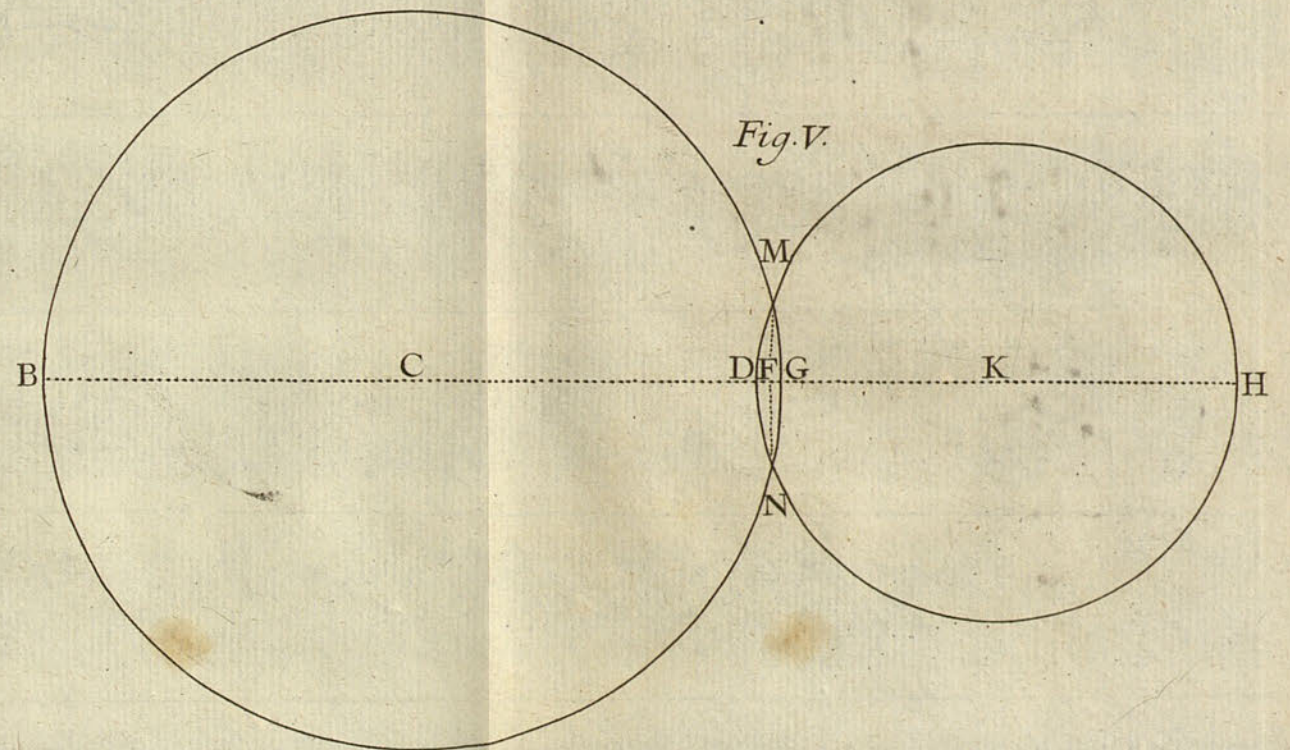
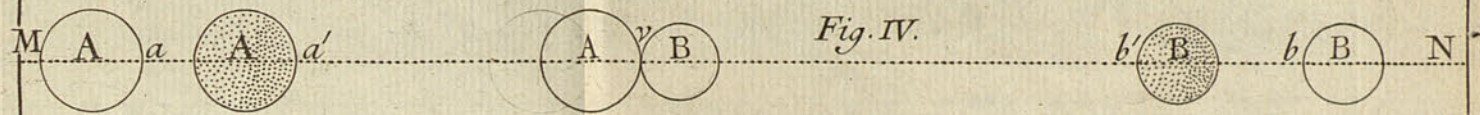
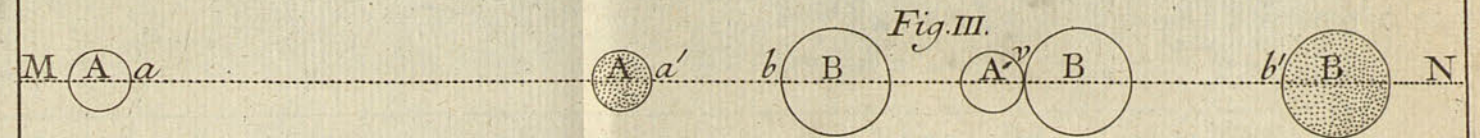
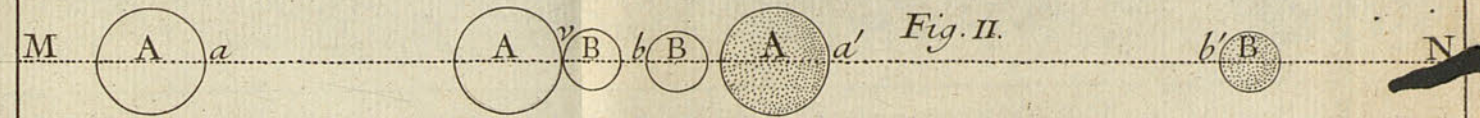
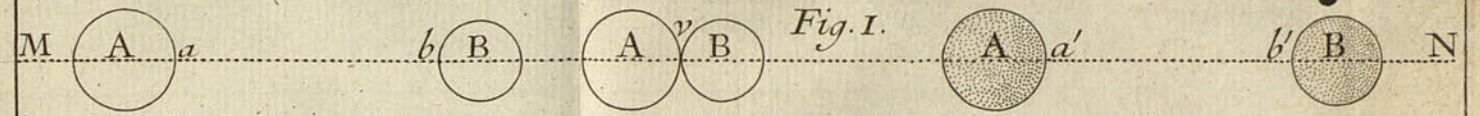
Discours sur le Mouvement des Clepsidres ou Sabliers. Cet Ouvrage qui a remporté le Prix en 1725. est de M. Daniel Bernoulli, fils du celebre M. Jean Bernoulli, Professeur à Basle.

Discours sur les Loix de la communication du Mouvement, qui a merité les Eloges de l'Academie Royale des Sciences aux années 1724. & 1726. & qui a concouru à l'occasion des Prix distribuez dans lesdites années, par M. Jean Bernoulli, Professeur des Mathematiques à Basle, & Membre des Academies Royales des Sciences de France, d'Angleterre & de Prusse.

Traité des petits Tourbillons de la matiere subtile ; pour servir d'introduction à une nouvelle Physique, & d'éclaircissement à la Piece qui a remporté le Prix de l'Academie en 1726. par l'Auteur de cette Piece.

Il va mettre incessamment sous Presse les trois Pieces qui ont été composées sur la meilleure maniere de Mâter les Vaisseaux, &c. dont l'une a remporté le Prix de cette Année 1727. & les deux autres ont été annoncées avec Eloges par l'Academie Royale des Sciences.











# TRAITÉ DES PETITS TOURBILLONS DE LA MATIERE SUBTILE.

Où l'on fait voir par les seuls effets du choc , que l'Univers est rempli d'une matiere très-fluide , très-agitée , & composée d'une infinité de Tourbillons de figure sphérique , qui produisent tous les ressorts de la Nature.

*Pour servir d'introduction à une nouvelle Physique , & d'Eclaircissement à la Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences en 1726.*

Par un Prêtre de l'Oratoire.



A PARIS,

Che{ CLAUDE JOMBERT, rue saint Jacques, près les Mathurins ;  
à l'Image Notre-Dame.  
ET  
PISSOT, à la descente du Pont-Neuf, Quai de Conti, au  
coin de la rue de Nevers , à la Croix d'Or.

---

M. DCC. XXVII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.



# THE ALICE

THE ALICE

THE ALICE

THE ALICE

THE ALICE

THE ALICE

THE ALICE

THE ALICE

THE ALICE

THE ALICE

THE ALICE

THE ALICE

THE ALICE





A MONSIEUR  
BIGNON,  
ABBÉ DE SAINT-QUENTIN,  
Conseiller d'Etat Ordinaire, Bibliothecaire du Roy,  
President de l'Academie Royale des Sciences.



MONSIEUR,

J'AY l'honneur de vous presenter des Traitez, dont vous m'avez vous-même inspiré le goût & le dessein. Ce fut à l'occasion du jugement que vous prononçâtes il y a quelques mois en faveur d'un de mes Ouvrages, au nom de l'illustre Corps, dont vous êtes depuis long-tems le digne Chef & le plus ferme appui.

Que ne me dîtes-vous pas, MONSIEUR, quelques jours après, pour m'encourager à éclaircir mes sentimens, & à étendre mes premieres vûes sur les Sciences Physico-Mathematiques? Vous fîtes naître en moi cette hardiesse si necessaire dans la Physique, pour y faire des découvertes. Vous le fîtes, MONSIEUR, avec ce ton persuasif dont vous sçavez animer les Sciences, & les porter



# ÉPI TRE.

*par des progrès rapides au point de leur perfection.*

A votre voix je sentis se reveiller en moi toutes les idées qui m'avoient fortement occupé huit mois auparavant, lorsque je composois la Piece qui a merité l'attention & les suffrages de Messieurs de l'Academie Royale des Sciences. Cette voix, MONSIEUR, me soutenant dans mon travail, mes éclaircissemens se sont multipliez : En moins de trois mois, il s'en est formé un Ouvrage indépendant de la Piece pour laquelle je les destinois : Et cet Ouvrage s'étant depuis grossi insensiblement, se trouve aujourd'hui partagé en plusieurs Traitez.

Ce sont ces Traitez, MONSIEUR, que j'ai l'honneur de mettre sous votre Protection, & que je me dispose à donner successivement au Public ; après avoir essayé, en suivant les vûes que vous m'avez inspirées, de les rendre à la portée de tous ceux qui ont les premieres teintures des Sciences. La permission que vous m'accordez de les faire paroître sous vos Auspices, doit former un préjugé en leur faveur ; Et un préjugé d'un si grand poids, est necessaire à un Auteur qui s'étant fait une loi de ne s'écarter jamais des idées claires, se trouve souvent forcé de contredire les préjuges qui naissent des sens & de l'imagination.

Quoiqu'il en soit du succès de mon travail par rapport au Public, il a déjà sa récompense ; puisque vous en agréez ces premiers fruits, & qu'il me procure l'honneur de donner des marques publiques du très-profond respect avec lequel je suis,

MONSIEUR,

Votre très-humble & très-obéissant  
serviteur,

MAZIERE, Prêtre de l'Oratoire.

A Paris le 15.  
Decembre 1726.



## P R E F A C E.



N commençant le Memoire (a) que Messieurs de l'Academie Royale des Sciences ont honoré de leurs suffrages, je connoissois mal les petits Tourbillons de l'Ether ; je m'imaginois même en voir le foible ; & bien éloigné encore de les croire capables de produire tous les ressorts de l'Univers, je me dispoisois à les combattre.

Mais en examinant de près les effets naturels du choc, je fus agréablement surpris de trouver dans ces petits êtres plus de réalité & de force que je ne pensois ; & m'étant d'abord reconcilié avec eux, je me fis ensuite un devoir de m'appliquer à les connoître à fonds.

Après quelques recherches inutiles, je crus enfin les appercevoir très-distinctement sous un nouveau jour, à la faveur d'un principe (b) très-simple qui vint s'offrir à moi. S'il me jetta dans l'er-

(a) *Ce Memoire est intitulé : Les Loix du choc des corps à ressort parfait ou imparfait, déduites d'une explication probable de la cause physique du ressort. Ce sont les propres termes du sujet du Prix proposé par l'Academie pour l'année 1726.*

(b) *C'est la Proposition vi. du Memoire des Loix du choc, ou de la Piece qui a remporté le Prix de l'Academie en 1726. Elle est conçue en ces termes : Les forces centrifuges de tous les Tourbillons grands & petits, sont en raison inverse de leurs diametres. Art. 29.*



reur, j'y suis encore, & tout semble m'y confirmer. Il m'éclaira beaucoup, & me troubla encore davantage. Je l'avois cherché & attendu longtemps ; il vint un peu tard ; je finissois mon ouvrage ; & le tems prescrit pour le faire presenter à l'Academie, alloit expirer. Quelles circonstances pour un Auteur qui apperçoit un Principe très-étendu pour la premiere fois !

Bien-tôt sa lumiere par son éclat même, me le rendit suspect ; d'ailleurs il me paroissoit en quelque sorte surabondant, puisque sans lui j'avois déjà la cause physique du ressort : Mais aussi sans lui, je ne la voyois qu'imparfaitement, comme au travers d'un nuage. Devois-je le negliger par cette seule raison, qu'il venoit m'effrayer par son étendue & sa nouveauté ?

Dans ces perplexitez, je ne voyois que l'un de ces deux partis à prendre, ou de faire usage de mon Principe, ou de le supprimer, pour m'en tenir aux vûes plus bornées que j'avois deux jours auparavant, par rapport à la premiere Partie de mon Memoire. Car quant à la seconde, qui est la principale, je l'avois meditée plus à loisir. J'avois inventé des Formules, & très-simples & très-generales. Elles me conduisoient, & je ne pouvois m'égarer. Les Formules Algebriques portent avec elles, dit M. Saurin \*, *une lumiere suffisante, une lumiere propre ; & c'est d'ordinaire de leur sein même, que sort toute celle que peut recevoir le sujet que l'on traite.*

\* Dans les  
Memoires de  
l'Acad. 1723.  
p. 249.

En prenant le parti de supprimer la Proposi-



tion VI. j'aurois eu le tems de faire un ouvrage plus orné ; mais il eut été plus superficiel. Je pris le parti de préférer le solide à tous les ornemens ; & ce fut apparemment le meilleur.

Cependant la juste défiance que j'ai de mes lumières , & le respect infini que j'ai toujours eu pour celles de l'Academie , ne me permirent pas de laisser dépendre son jugement , d'une Proposition que je n'avois pas eu le loisir d'examiner par toutes ses faces , & de démontrer aussi clairement que je l'appercevois ; quoiqu'elle me parût être *Fondamentale* , non seulement pour le sujet que je traitois , mais encore pour toute la Physique.

C'est pourquoi je crus devoir prendre la précaution de représenter à mes Juges dans un Avertissement \* qui précède la Proposition VI. qu'indépendamment de cette Proposition , je prouvois celle de l'Article 30. d'où dépend principalement , & même ( à ce que je crois ) uniquement la solution de la question proposée.

\* V. Art. 28.  
vers la fin.

Dans *une explication probable d'une cause physique* , lorsqu'on ne peut faire mieux , il doit être permis de hasarder quelque chose. Je l'ai fait , & je n'ai pas lieu de m'en repentir. Aujourd'hui que j'ai tout le loisir de réfléchir sur mes premières idées , j'aurois quelque chose à me reprocher , si je ne pensois à les mettre dans tout leur jour. Je m'y trouve insensiblement engagé par le desir que je sens croître en moi , de contribuer quelque chose de ma part au progrès des Sciences Physico-Mathématiques.



C'est dans ces vûes que je me dispose à donner successivement au Public quelques petits Traitez, où j'expliquerai le plus clairement qu'il me sera possible, de *nouveaux Principes de Physique*, qui sont le fruit de plusieurs reflexions que j'eus lieu de faire en méditant la cause physique du ressort, & les Loix du choc. Car ce fut alors que j'apperçûs ces Principes, ou que je crus les appercevoir. Les bornes étroites d'un Memoire (sans parler du peu de tems que j'eus pour le composer) m'eussent-elles pû permettre d'y exposer tous ces Principes dans leur jour ? Le Lecteur en jugera.

La seule Proposition VI. fournira la matiere d'un Traité qui doit paroître incessamment : Et dans celui-ci, en examinant l'idée des petits Tourbillons de la matiere subtile, j'ai dessein d'éclaircir les six autres Propositions de la premiere Partie de mon Memoire, & leurs consequences.

Mais j'aurai beau developper l'idée des petits Tourbillons ; je m'attends bien que plus d'un Lecteur continuëra de les traiter de chimeres, parce qu'ils ne tombent pas sous les sens ; ou de les regarder par grace comme des êtres, mais des êtres sans force, parce qu'ils sont fort petits. Que ce Lecteur après s'en être formé des notions justes, essaye de les combattre ; s'il veut, à mon exemple, éprouver le plaisir d'en être vaincu. Et peut-être que le moindre Tourbillon qui lui paroît maintenant si foible, lui paroîtroit alors avoir assez de force pour contrebalancer les plus grands qui soient dans l'Univers.



Je veux bien cependant , pour complaire à ce Lecteur , qui ne juge encore des choses que sur le rapport des sens , essayer dans ce Traité de lui rendre , pour ainsi dire , palpables , par les effets naturels du choc , les petits Tourbillons que j'ai dessein de faire appercevoir à l'esprit pur.

Je dis à l'esprit pur ; car les effets naturels les plus sensibles , ont des causes qui doivent échapper à nos yeux armés des meilleurs Microscopes. Nous voyons tourner les aîles d'un Moulin à vent ; & nous ne verrons jamais les corpuscules d'Air qui les font mouvoir. Nous voyons les Planetes faire leurs revolutions ; & nous ne verrons jamais la matiere étherée qui les emporte dans son cours très-rapide.

Par cette raison unique , que l'on ne voit pas un fluide , doit-on le rejeter , & lui substituer des qualitez occultes , des vuides absolus , des attractions, &c. c'est-à-dire , donner pour causes physiques des termes vagues & obscurs , qui ne reveillent l'idée distincte d'aucune des choses qu'il soit permis aux yeux du corps , & à ceux de l'esprit , d'appercevoir dans la Nature ?

Nous tâcherons dans ce Traité de raisonner toujours sur des idées plus claires & plus conformes aux Principes d'une bonne Physique. Voici ceux de ces Principes que nous supposerons. *Les corps n'ont de force qu'autant qu'ils ont de mouvement. Le repos n'a pas de force. Dans l'ordre de la Nature , un corps est mû par un autre corps : par un corps qui le tou-*



*che immédiatement : par un corps qui a du mouvement ou de la force.*

Ce Traité contient divers éclaircissemens sur la partie physique de la *Piece* qui a remporté le Prix; & en est néanmoins indépendant. On peut, ou le lire tout de suite., ou consulter cette *Piece* à mesure dans les endroits qui y ont rapport, & que j'ai soin de citer en marge. Au reste ce Traité ne contient que des conjectures : La seule manière de les refuter solidement, seroit d'en donner de meilleures.

---

## TABLE DES CHAPITRES.

<b>C</b> HAPITRE I. <i>De la matiere qui produit le ressort ,</i>	Page 3
CHAP. II. <i>De la fluidité de la matiere subtile ,</i>	10
CHAP. III. <i>De la force de la matiere subtile ,</i>	18
CHAP. IV. <i>De l'idée des Tourbillons ,</i>	28
CHAP. V. <i>Des petits Tourbillons considerez dans les corps à ressort parfait ,</i>	40
CHAP. VI. <i>Des petits Tourbillons considerez dans les corps à ressort imparfait ,</i>	46





## APPROBATION.

J'AY lû par l'ordre de Monseigneur le Garde des Sceaux, un Manuscrit intitulé, *Traité des petits Tourbillons de la matiere subtile*, pour servir d'introduction à une nouvelle Physique, & d'éclaircissement à la Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences en 1726. par un Prêtre de l'Oratoire. Fait à Paris ce premier Mars 1727.

MAHIEU.

## Autre Approbation.

J'AY lû le *Traité des Tourbillons*, composé par le R. P. MAZIERE, Prêtre de l'Oratoire; & il m'a paru que cet Ouvrage contient plusieurs Principes nouveaux & utiles pour les Sciences Physico-Mathematiques. A Paris ce trentième Aoust mil sept cens vingt-six.

DE LAGNY.

## Permission du T. R. P. General de l'Oratoire.

J. † M.

NOUS Pierre-François de la Tour, Prêtre-Superieur General de la Congregation de l'Oratoire de Jesus-Christ Notre-Seigneur; vû par nous le Privilege du Roy, & l'Approbation des Examineurs, permettons à la Veuve Michel Garnier, d'imprimer le *Traité des Tourbillons*, composé par le P. Jean-Simon Maziere, Prêtre de notre Congregation; conformément au Privilege à nous accordé par les Lettres Patentes du Roy en date du 26. Mars 1689. enregistrées au Grand Conseil le 26. Avril de la même année; par lesquelles il est défendu à tous Libraires & Imprimeurs; d'imprimer & vendre aucuns Livres composés par ceux de notre Congregation, sans notre Permission expresse, sous les peines portées par ledit Privilege. Donné à Paris le 7. Mars 1727.

P. F. DE LA TOUR.

## PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la Grace de Dieu Roy de France & de Navarre; A nos amez & feaux Conseillers les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de nôtre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra; SALUT: notre bien amé le P. MAZIERE, Prêtre de l'Oratoire, Nous ayant fait remontrer qu'il souhaiteroit faire imprimer & donner au Public divers *Traitez Mathematiques, & Physico-Mathematiques*, s'il Nous plaisoit lui accorder nos Lettres de privileges sur ce necessaires; offrant pour cet effet de le faire imprimer en bon papier & beaux caracteres, suivant la feuille imprimée & attachée pour modele, sous le contre-scel des Presentes: A CES CAUSES, voulant favorablement traiter ledit Expofant, Nous lui avons permis & permettons par ces Presentes, de faire imprimer ledit Livre ci-dessus spécifié, en un ou plusieurs Volumes, conjointement ou séparément, & autant de fois que bon



lui semblera, sur papier & caractères conformes à ladite fétuille imprimée & attachée pour modèle sous notredit contre-scel; & de le vendre, faire vendre, & débiter par tout notre Royaume pendant le tems de huit années consécutives, à compter du jour de la date desdites Presentes: Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangère dans aucun lieu de notre obéissance: comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires, & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire ledit Livre, en tout ou en partie, ni d'en faire aucuns Extraits, sous quelque prétexte que ce soit d'augmentation, correction, changement de titre ou autrement, sans la permission expresse & par écrit dudit Exposant, ou de ceux qui auront droit de lui, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de quinze cens livres d'amende contre chacun des contrevenans; dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel Dieu de Paris, l'autre tiers audit Exposant, & de tous dépens, dommages & intérêts: A la charge que ces Presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles. Que l'impression de ce Livre sera faite dans notre Royaume, & non ailleurs, & que l'Impetrant se conformera en tout aux Reglemens de la Librairie, & notamment à celui du dixième Avril mil sept cens vingt-cinq; & qu'avant que de l'exposer en vente, le Manuscrit ou Imprimé qui aura servi de copie à l'impression dudit Livre, sera remis dans le même état où l'Approbation y aura été donnée, es mains de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le Sieur Fleury d'Armenonville, Commandeur de nos Ordres; & qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliothèque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notredit très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le Sieur Fleury d'Armenonville, Commandeur de nos Ordres, le tout à peine de nullité des Presentes: Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir l'Exposant ou ses ayans causés, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement; voulons que la copie desdites Presentes qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Livre, soit tenue pour dûment signifiée; & qu'aux Copies collationnées par l'un de nos ayez & féaux Conseillers & Secrétaires, soit ajoutée comme à l'original: Commandons au premier nôtre Huissier ou Sergent, de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, nonobstant Clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires. Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le sixième jour du mois de Mars, l'an de grace mil sept cent vingt-sept, & de nôtre Regne le douzième.

Par le Roy en son Conseil,

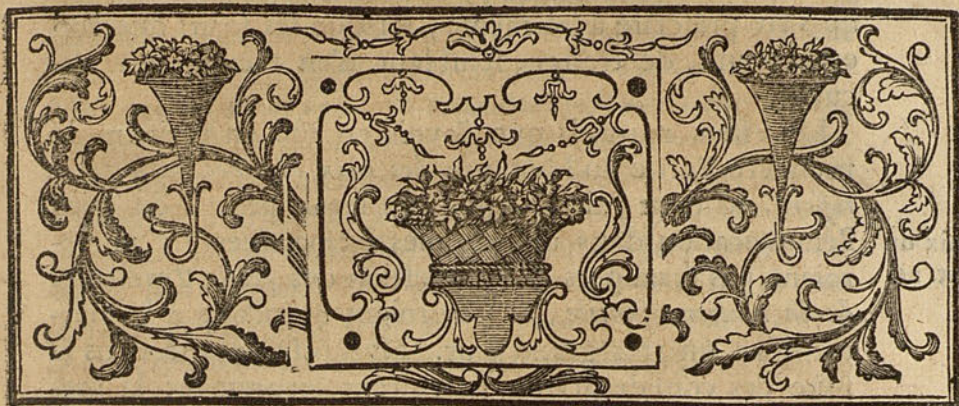
NOBLET.

*Régistré sur le Registre VI. de la Chambre Royale & Syndicale de la Librairie & Imprimerie de Paris, Num. 623. Fol. 500. conformément au Reglement de 1723. qui fait défenses Article IV. à toutes personnes de quelque qualité qu'elles soient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter, & faire afficher aucuns Livres pour les vendre en leurs noms, soit qu'ils s'en disent les Auteurs ou autrement, & à la charge de fournir les Exemplaires prescrits par l'Article 108. du même Reglement. A Paris le 18. Avril 1727.*

Signé, BRUNET, Syndic.

TRAITE





# TRAITÉ<sup>1</sup>

## DES PETITS TOURBILLONS

### DE LA MATIERE SUBTILE.

*Où l'on fait voir par les seuls effets du choc, que l'Univers est rempli d'une matiere très-fluide, très-agitée, & composée d'une infinité de Tourbillons de figure spherique, qui produisent tous les ressorts de la Nature.*

**T**OUS ces effets infiniment varieez que les hommes admirent dans la Nature, & qu'ils n'admirent pas assez, parce qu'ils font sans cesse sous leurs yeux; sont si étroitement liez les uns avec les autres, que pour en expliquer un seul, il est necessaire d'en avoir plusieurs en vûë. Mais il n'est pas moins necessaire (& l'Academie a eu soin d'en \* avertir) de se renfermer dans les bornes de chaque question, ou

\* A la tête de la Piece qui a remporté le Prix en 1724.



de s'en prescrire à foi-même, lorsque les sujets que l'on entreprend de traiter, semblent n'en reconnoître aucunes.

V. Loix du  
choc. Art. 26.

Les effets naturels que j'avois en vûe en écrivant la premiere Partie du *Memoire des Loix du choc des corps à ressort*, & dont j'ai crû qu'il me seroit permis de faire l'énumération dans une de mes Remarques \* ; ne seroient pas étrangers à la question des *petits Tourbillons de la matiere subtile*, & serviroient beaucoup à la mettre dans un très-grand jour. Mais j'espere que dans la suite ces considerations fourniront separément la matiere de plusieurs de mes Traitez. Dans celui-ci, sans étendre les bornes que l'Academie m'avoit prescrites, pour la composition de l'ouvrage qu'elle a distingué des autres, je crois devoir m'arrêter encore à considerer les seuls effets naturels du choc.

Cette seule consideration nous conduira sans peine à l'idée des Tourbillons ; & l'idée des Tourbillons, à la cause physique des ressorts. La matiere n'étoit pas épuisée dans le *Memoire des Loix du choc*, elle ne le fera pas dans ce Traité ; elle ne le fera jamais, parce que la Nature est inépuisable dans tous les sujets qu'elle offre à nos recherches. Voici donc tout le plan de ce Traité que je divise, pour un plus grand ordre, en six Chapitres.

I. *En considerant les seuls effets naturels du choc dans les corps élastiques, je fais voir que l'Univers est rempli d'une matiere infiniment ou indéfiniment fluide & agitée, que l'on nomme matiere subtile.*

C'est le sujet des trois premiers Chapitres.

II. *En considerant la matiere subtile dans les corps élastiques, je fais voir qu'elle est composée d'une infinité de petites spheres très-fluides, qui produisent tous les ressorts de l'Univers, & que l'on nomme petits Tourbillons.*

C'est le sujet des trois derniers Chapitres.

*Il faut imaginer en lisant ce Traité, que deux corps étant*



suspendus à un fil, viennent à se rencontrer directement avec des forces égales. Directement, c'est-à-dire, que leurs centres de gravité se meuvent sur une ligne droite, qui passe par les points où ils doivent commencer à se toucher. Avec des forces égales, c'est-à-dire, avec des vitesses égales, lorsque les masses sont égales ; & avec des vitesses qui soient en raison inverse des masses, lorsque les masses sont inégales. Pour une plus grande facilité, on peut supposer que les deux corps qui se choquent, sont des sphères égales, & qu'ils ont toutes leurs parties homogènes, ou de même nature.

## CHAPITRE I.

## De la matiere qui produit le ressort.

- I. Les corps durs ne rejaillissent pas, précisément parce qu'ils sont durs. II. Les corps ne rejailliroient pas, s'ils étoient inflexibles. III. Les corps ne rejailliroient pas, s'ils n'avoient du ressort. IV. Le ressort est produit par un corps mis en mouvement. V. Ce corps mis en mouvement est un fluide. VI. Ce fluide sort des corps à ressort au premier tems du choc, & y rentre au second. VII. Ce fluide qui sort & qui rentre, n'est pas de l'Air. VIII. C'est une matiere dont l'Air emprunte sa fluidité & sa force : c'est la matiere subtile.
- V. Loix du choc. Art. 12. 13. 14. & 15.

**L**Es corps les plus durs étant ordinairement ceux qui après le choc rejaillissent (a) ou retournent en arriere avec le plus de force ; on feroit assez porté à croire que les corps ne rejaillissent, que parce qu'ils sont durs.

I. Les corps durs ne rejaillissent pas, précisément parce qu'ils sont durs.

Pour se désabuser, il suffit de faire attention qu'il y a

(a) Après le P. Malebranche, je me sers indifferemment de ces deux expressions dans le même sens.



dans la Nature des corps assez flexibles, tels que sont des ballons, qui rejaillissent avec autant de force, que la plupart de ceux qui passent pour les plus durs : & que la Nature, qui suivant toujours des loix très-simples, employe souvent les mêmes causes, pour produire des effets differens ; n'employe jamais des causes différentes, pour produire des effets semblables.

Les corps ne rejaillissent donc pas, précisément parce qu'ils sont durs. Ce n'est pas assez dire. Faisons voir qu'ils ne rejailliroient pas, s'ils étoient parfaitement *durs* ou *inflexibles*.

## II.

*Les corps ne  
rejailliroient  
pas s'ils étoient  
inflexibles.*

Les deux points du contact ne pourroient s'approcher ni s'éloigner des centres des spherés ; autrement elles seroient flexibles dans ces deux points, contre la supposition. Ainsi les points du contact, les centres, & tous les autres points des spherés, agiroient dans le même instant. Chaque sphere seroit donc poussée dans le même instant par deux forces égales, vers deux côtez directement opposez ; à droite par sa force primitive, & à gauche par la force primitive de l'autre sphere. Deux forces égales & directement contraires qui agissent dans le même instant, ne doivent-elles pas se détruire dans cet instant ? & peuvent-elles renaître dans l'instant qui suit, s'il ne survient quelque nouvelle cause ?

Or ici quelle nouvelle cause de mouvement peut survenir ? Les deux spherés sont dans un repos respectif, puisque leurs forces primitives sont détruites. Les parties de chaque sphere sont aussi dans un repos respectif, puisque les corps sont supposez inflexibles. \* Le repos a-t-il jamais produit du mouvement ?

\* V. la Recherche de la vérité. Liv. 6. Ch. dernier.

## III.

*Les corps ne  
rejailliroient  
pas, s'ils n'a-  
voient du res-  
sort.*

IL faut distinguer deux tems très-courts dans la durée du choc des corps qui ont ce que l'on appelle *ressort*, ou *vertu élastique* ; sçavoir, le tems de la *compression*, & celui de la *restitution*.



Dans le premier tems, *les ressorts se bandent* ; c'est-à-dire, que les points du contact s'approchent du centre de chaque sphere. Dans le second, *les ressorts se débandent* ; c'est-à-dire, que les points du contact cessant d'être comprimés, s'éloignent du centre dont ils s'étoient approchez.

Ces deux actions contraires & successives sont sensibles dans les corps qui ne sont pas fort durs, par exemple, dans des ballons enflés d'Air ; elles sont imperceptibles dans les corps qui paroissent très-durs, comme sont l'Acier, le Fer, l'Aimant, le Verre, l'Yvoire, &c. mais elles n'en ont pas moins de réalité. L'esprit les apperçoit non-seulement par une analogie fondée sur des \* experiences incontestables ; mais encore indépendamment de toute experience, dans l'idée claire de deux corps qui rejaillissent après s'être choquez.

\* V. la percussion des corps de M. Mariotte  
Partie I. Prop.  
xiv.

En effet sans cette double action, dans laquelle consiste ce que l'on appelle *ressort*, comment concevoir que deux corps homogènes qui se sont choquez avec des forces égales, puissent retourner en arriere ?

Si le point du contact ne s'approchoit du centre de chaque sphere dans le premier tems du choc ; nous avons fait voir dans l'article précédent, que les deux spheres ne rejailliroient pas : & si le point du contact après s'être approché du centre de chaque sphere, ne s'en écartoit pas à la fin du choc ; les deux spheres qui étoient jointes à l'instant que la compression a cessé, demeureroient encore jointes dans l'instant suivant, comme des corps *mous*.

Car alors d'où pourroit provenir la separation des deux spheres, ou leur mouvement en arriere ? Seroit-ce des parties comprimées ? Si elles ne se rétablissent pas, elles demeurent en repos, & sont par conséquent sans force. Seroit-ce des forces primitives ? Elles ne subsistent plus dans l'instant que les mouvemens en arriere vont commencer.

Il est donc évident que deux spheres homogènes qui



se sont choquées avec des forces égales, ne rejailliroient pas; si le point du contact de chaque sphere ne s'éloignoit du centre de cette sphere dans le second tems du choc, après s'en être approché dans le premier; en un mot si ces spheres n'avoient du ressort, cette force inconnue dont il s'agit d'*expliquer probablement la cause physique*.

IV.  
Le ressort est  
produit par un  
corps mis en  
mouvement.

DIRE que cette cause est une *qualité occulte*, ce n'est pas l'*expliquer*. Dire que c'est le *vide absolu*, ce n'est pas l'*expliquer probablement*. Dire que c'est *Dieu* même, ce n'est pas l'*expliquer physiquement*.

Si la Toute-puissance de *Dieu*, comme le disent quelques Auteurs, étoit la seule cause physique des effets naturels, il suffiroit de dire, pour les expliquer tous en un mot, *Dieu les veut*, & alors la Physique seroit bien facile.

*Expliquer un effet naturel*, c'est expliquer les loix invariables suivant lesquelles, lorsque *Dieu veut* cet effet, il fait que des corps agissent sur d'autres, afin qu'il soit produit. J'ai donc eu raison de dire dans les *Loix du choc*\*, que la cause physique du ressort n'est pas *Dieu* même, ni aucune autre intelligence; que c'est un corps; mais un corps mis en mouvement, puisque les corps n'ont de force qu'autant qu'ils ont de mouvement.

V.  
Ce corps mis  
en mouvement  
est un fluide.

CEs corps mis en mouvement qui produisent le ressort dans deux corps durs qui se choquent, ne sont pas leurs parties solides; puisque leurs parties solides sont dans un repos mutuel dans l'instant que la restitution va commencer. Ce sont donc leurs parties fluides.

\* Liv. VI. de  
la Methode,  
Ch. IX.

On ne peut se dispenser de tirer cette consequence, si l'on ne veut raisonner que sur des idées claires; car dans un corps élastique, l'esprit n'aperçoit que ces deux choses; des parties solides, & des parties fluides. Si quelqu'un croit y appercevoir de *petits liens*, je le renvoie au Livre de la recherche de la verité\*; après lui avoir



fait remarquer, que si ces prétendus liens sont parfaitement durs, ils ne peuvent produire de mouvement en arriere ; & que s'ils sont flexibles, ils doivent être composez de parties solides & fluides : & qu'ainsi j'ai eu raison de dire dans *les Loix du choc* \*, que les parties solides & les parties fluides d'un corps élastique, sont les deux choses & les seules choses qui puissent produire le mouvement en arriere. Or les parties solides ne le produisent pas. Ce sont donc les parties de quelque fluide ; d'un fluide qui sort des corps au premier tems du choc, & y rentre au second.

\* Art. 14.

Pour le mieux concevoir, imaginons que l'on mette un ballon sous un poid de cinquante livres ; les parties diametralement opposées, se rapprocheront sensiblement ; sa peau conservera sous une autre figure à peu près la même surface qu'elle avoit auparavant ; mais le volume du fluide ou des fluides qu'il contenoit, diminuëra beaucoup.

Ainsi lorsqu'un ballon est comprimé, il en sort de la matiere fluide. Cela est sensible lorsque la compression est considerable, & n'est pas moins certain, lorsqu'elle est très-foible. On en sera convaincu si l'on fait attention qu'entre les figures *isoperimetres*, la spherique est la plus grande.

Si l'on vient à retirer le poid qui pressoit le ballon, le même fluide qui en étoit sorti, y rentre aussi-tôt après, & le ballon reprend en très-peu de tems sa premiere figure.

Il en est à peu près de même de deux ballons qui se choquent, & par analogie, de tous les corps durs. Lorsque les parties voisines des points du contact s'applatissent au premier tems du choc, il sort de chaque corps de la matiere fluide ; & lorsque ces mêmes parties se rétablissent, la même quantité de matiere fluide qui étoit sortie de ces corps, ou à peu près, y rentre successivement. N'est-il pas évident que c'est ce

## VI.

*Ce fluide sort des corps à mesure qu'ils se rapprochent, & y rentre au second choc.*



fluide (quel qu'il puisse être) qui par sa sortie & sa rentrée, produit les ressorts, ou au moins que ce fluide les facilite, & contribué à leur production? Mais je vais m'expliquer plus clairement.

VII.  
Ce fluide qui  
sort & qui ren-  
tre, n'est pas de  
l'Air.

\* Art. 15.

J'Ai considéré dans les *Loix du choc* \*, les parties de l'Air comme de petites lames spirales, ou comme de petits flocons de laine; & maintenant, après des Auteurs celebres, je les considère comme des petits ballons; car qu'importe ici de quelle maniere on les considère?

Si délicates que puissent être les pellicules de ces petits ballons, ce ne sont pas elles qui traversent si facilement les pores de la peau du ballon (a). C'est sans doute la matiere fluide qui les remplit & qui les inonde de toute part. Ainsi cette matiere plus fluide que l'Air, est au moins necessaire à la production du ressort. Mais elle ne le produit pas par cette raison seule, qu'elle est plus fluide que l'Air. Ni l'Air, ni ce fluide plus parfait que l'Air, ne rentreroient pas dans un ballon, par cette raison seule, qu'ils sont assez fluides pour y rentrer.

Car lorsque la restitution va commencer, la matiere fluide qui est dans le ballon, est plus comprimée que celle qui l'environne. Mais les corps les plus fluides, comme tous les autres, ne doivent pas aller vers le côté où ils seroient plus pressés. Il est donc necessaire que la matiere qui produit le ressort (celle qui reste dans le ballon à la fin de la compression) ait pour le produire une force (b) propre à cet effet; mais une force qu'elle n'emprunte d'aucun autre fluide. Car si elle l'empruntoit d'un autre fluide, ce ne seroit pas elle, mais cet autre fluide qui

(a) L'Air n'entre pas dans un ballon, s'il n'y est contraint par une force extérieure: l'eau y entre plus facilement que l'Air. Voyez sur cette matiere les experiences de M. de *Reaumur*, dans les *Memoires de l'Academie* 1714. p. 55.

(b) Il ne s'agit pas encore ici d'expliquer en quoi consiste cette force. Cet examen regarde les trois derniers Chapitres de ce Traité.

seroit



feroit la cause physique de la force élastique.

Or dans le ballon que je considere ici, je ne vois que des pellicules & de la matiere subtile. La matiere subtile emprunte-t-elle son mouvement des pellicules ? N'est-ce pas elle au contraire qui leur communique le sien ? C'est donc elle qui est la cause physique du ressort d'un ballon, & à plus forte raison de tous les autres corps qui ont plus de consistance, & dont les ressorts sont plus parfaits.

**I**L est donc au moins très-vraisemblable, que ce fluide qui produit le ressort des corps durs, par exemple, de deux boules de verre, qui en sort dans le premier tems du choc, & qui y rentre dans le second ; est le même que celui qui passe avec tant de facilité par les pores du *recipient de la machine Pneumatique*, lequel est aussi de verre ; qui entre sous le *recipient* lorsque l'Air en sort, & qui en sort lorsque l'Air y rentre : Que ce fluide est le même que celui qui par des espaces immenses transforme presque dans un moment l'action de la lumière, depuis les Astres jusqu'à nous : Que c'est cette matiere \* que le commun des hommes regarde peut-être comme chimérique ; mais que la plus saine partie des Philosophes admet aujourd'hui, comme la source de tous les mouvemens, & par là de tous les changemens, & de toutes les varietez de la Nature ; en un mot comme le ressort de la machine du Monde.

Mais j'ai promis de laisser dans ce Traité toutes ces vrai-semblances, qui sont tirées de considerations étrangères aux effets naturels du choc. Si je les ai employées dans les premières propositions des *Loix du choc*, ce n'étoit que comme en passant, & pour faire entrer insensiblement les Lecteurs dans mes pensées.

Je veux ignorer ici tout ce que les Physiciens modernes ont écrit de la matiere subtile ou de l'Ether. La matiere subtile est un fluide dont l'Air emprunte & sa fluidité & sa force ; ou mieux encore, c'est un fluide qui sort des corps élastiques dans le premier tems du choc, & qui y rentre

## VIII.

*C'est une matiere dont l'Air emprunte sa fluidité & sa force ; c'est la matiere subtile.*

\* C'est ainsi que s'exprime M. de Mairan dans sa Dissertation sur la Glace. P. 3. seconde édition.



dans le second ; & qui par cette double action produit le bandement & le débandement des ressorts. C'est l'idée sous laquelle je me la représente, pour me renfermer dans les bornes que je me suis prescrites.

Les effets de la force élastique qui nous sont assez connus, nous conduiront beaucoup mieux que des conjectures hasardées, & des suppositions arbitraires, à une connoissance assez distincte de la matiere qui les produit, & de la mechainique très-délicate qu'elle employe pour les produire.

## CHAPITRE II.

### De la fluidité de la matiere subtile.

V. Loix du choc. Art. 17. 18. 19. 20. 21. I. Preuve de la très-grande fluidité de la matiere subtile, tirée des promptes vibrations des corps durs. II. Un ressort infiniment prompt, ne pourroit être produit que par une matiere infiniment fluide. III. Les ressorts qui sont dans la Nature, sont produits par un fluide que l'on peut supposer parfait. IV. La matiere subtile est homogene, & également fluide dans tous les corps, quoiqu'elle n'y produise pas des ressorts également prompts. V. Elle ne doit laisser aucun vuide dans l'Univers, ni faire aucune résistance. VI. Elle est composée de corpuscules indéfiniment petits, & divisibles à l'infini.

I.  
Preuve de la très-grande fluidité de la matiere subtile, tirée des promptes vibrations des corps durs.

\* V. Loix du choc. Art. 17.



Es vibrations réitérées que j'ai fait considerer \* dans un bloc de marbre, lorsqu'on vient à le frapper, pourroient suffire pour donner au Lecteur qui veut réfléchir, une idée assez juste de la fluidité de la matiere qui produit le ressort. Mais pour nous représenter ici les vibrations des corps durs d'une maniere plus sensible, imaginons les dans quelque corps élastique qui soit sonore, par exemple, dans une Cloche.



Un seul coup de Cloche se fait entendre dans toute l'étendue d'une grande Ville, & au delà. Lorsque je l'entends, mes oreilles sont frappées; & elles ne peuvent être frappées que par les petits corps qui les touchent immédiatement. C'est-à-dire, que la masse de l'Air, à l'occasion d'un seul coup de Cloche, est agitée dans une sphere qui pourroit comprendre toute une grande Ville. Cette agitation de l'Air est l'effet des *frémissemens* imperceptibles, ou des *vibrations* très-promptes de toutes les parties de la Cloche. Enfin chaque vibration est l'effet de l'action très-prompte de la matiere qui produit le resfort.

Lorsque la Cloche est choquée par son battant, il en sort de la matiere subtile; & il n'en sort à chaque demi-vibration, qu'une quantité insensible. Cette petite quantité de matiere subtile qui sort successivement, est la somme d'un nombre indéfini de corpuscules, qui dans chaque instant sortent de chaque pore de la Cloche. Plusieurs millions de millions de ces corpuscules réunis tous ensemble, égaleroient-ils un seul petit grain de sable? égaleroient-ils un de ces petits animaux (a) que nos yeux armez des meilleurs Microscopes, apperçoivent dans des liqueurs préparées?

Dès que le battant cesse de toucher la Cloche, les corpuscules qui étoient sortis de chaque pore, commencent à y rentrer; & y rentrent tous, ou presque tous successivement dans un tems très-court. Cette premiere vibration causée par la sortie & la rentrée des corpuscules

(a) Ces petits animaux ne sont pas des corpuscules durs. Ils ont des membres très-flexibles, des pieds, des yeux, des membranes transparentes qui laissent souvent voir des intestins, &c. quelquefois même un cœur qui par de fréquentes vibrations, entretient les mouvemens de ces petites machines vivantes. Ces vibrations & ces mouvemens ne supposent-ils pas dans ces animaux comme dans les hommes, des arteres, une liqueur qui coule dans ces arteres, &c. Cette liqueur qui est de la substance de l'animal, n'emprunte-t-elle pas sa fluidité de la matiere subtile? Que de reflexions je laisse ici à faire au Lecteur, pour ne pas perdre de vûe mon sujet!



de la matiere subtile, est (comme je l'ai expliqué dans la Piece) suivie d'une seconde vibration, d'une troisième, & ainsi de suite à l'indéfini.

A chaque vibration les corpuscules sortent & rentrent. Mais avec quelle facilité ! Avec quelle promptitude ! Toutes ces vibrations sans nombre, ne sont occasionnées que par un seul coup du battant de la Cloche ; & l'on diroit que toutes ensemble commencent & finissent en même tems.

L'esprit humain osera-t-il donner des bornes à la fluidité d'une matiere qui produit tous ces effets ? Et ne me fera-t-il pas permis de supposer dans un Traité Physique, que cette fluidité tient de l'infini, ou qu'elle est parfaite ? Ce n'est pas une supposition arbitraire. Je demande qu'elle me soit accordée.

## II.

*Qu'un ressort infiniment prompt ne pourroit être produit que par une matiere infiniment fluide.*

\* Dans l'Avertissement de la Piece qui a remporté le Prix en 1724.

Mais d'ailleurs pouvois-je résoudre la Question proposée par l'Academie, sans être forcé de faire cette supposition. L'Academie demande, qu'elle est la cause physique des ressorts parfaits ? Elle les suppose tels ; & elle a soin d'insinuer, que \* *l'on ne doit pas s'embarrasser s'ils existent*. Ne devois-je pas répondre, comme je l'ai fait, que la cause d'un ressort parfait, seroit un fluide parfait ; ou bien pour ôter toute ambiguïté, que la fluidité parfaite seroit une des proprietés de la matiere qui produiroit des ressorts parfaits ?

On pourra se convaincre que cette réponse est celle que je devois faire à la question proposée ; si l'on fait attention que la perfection des ressorts consiste non-seulement dans leurs forces, mais encore dans leur promptitude. Les ressorts sont parfaits en force, lorsqu'ils se débloquent avec des forces égales à celles qui les ont bandés ; & ils ne sont parfaits en promptitude, que lorsqu'ils se bandent en un seul instant, & qu'ils se débloquent dans un autre. Il est impossible qu'ils puissent se bander & se débloquent dans le même instant ; parce qu'il est impossible que dans le même instant les parties des



deux corps où se fait le choc, se meuvent dans deux sens contraires. Mais ces ressorts ne feroient pas parfaits en promptitude, s'il leur falloit seulement deux instans pour se débander; parce que l'on pourroit concevoir d'autres corps dont le choc ne dureroit en tout que deux instans. Ces ressorts n'auroient donc pas la plus grande perfection qu'il seroit possible de concevoir. Il est donc évident que le choc de deux corps à ressorts parfaits en force & en promptitude, ne doit durer en tout que deux instans. Donc la matiere subtile doit en sortir & y rentrer en deux instans. Donc elle doit y couler pendant le choc avec une promptitude infinie. Donc elle est infiniment fluide; puisqu'une matiere infiniment fluide ne pourroit pas couler avec plus de promptitude. Donc pour résoudre la question proposée, il falloit répondre sans balancer, comme je l'ai fait, que la matiere qui causeroit les ressorts parfaits, seroit infiniment fluide.

Faisons maintenant une attention plus particuliere à l'état de la question que nous examinons, & aux vûes generales de l'Academie dans les questions qu'elle propose. Ses vûes generales \* regardent l'Astronomie-Physique; & dans notre question même, elle demande l'explication d'une cause physique. Elle souhaite donc que sans negliger les idées Metaphysiques, on s'attache principalement à considerer la nature telle qu'elle est en effet.

Je conviens qu'il n'y a dans la Nature aucun ressort infiniment prompt, en prenant ce mot *infiniment* dans toute la rigueur Mathematique; & même il ne me paroît pas difficile de le prouver. Aussi cè n'est pas dans ce sens que je dis ici, & que j'ai dit ailleurs \*, que la matiere subtile est infiniment fluide, ou qu'elle est un fluide parfait. Mais je dis que sa fluidité approche indéfiniment de la perfection; & qu'en consequence pour pouvoir raisonner avec quelque justesse sur les effets na-

## III.

*Les ressorts qui sont dans la Nature, sont produits par un fluide que l'on peut supposer parfait.*

\* V. L'annonce des Prix de l'Academie.

\* V. Loix du choc. Art. 17.



turels, & pour en découvrir les causes, il doit être permis à un Physicien de la supposer infiniment fluide. Je dis qu'elle est indéfiniment plus fluide que l'Air & que toutes les autres matieres fluides qui nous sont connues : Je le dis, & je crois l'avoir suffisamment prouvé ; les reflexions que les Lecteurs auront faites sans doute, en lisant l'Article premier de ce Chapitre, suffiront pour les convaincre de cette verité.

Nous pouvons donc supposer que le rapport de la fluidité de l'Eau, par exemple, à celle de l'Ether, est si petit, qu'il doit être permis de le regarder comme nul, parce qu'il est insensible ; quoiqu'il soit réel, & aussi réel que le rapport d'un grain de sable à la Terre. Dieu le connoît, parce qu'il connoît le rapport exact de toutes les grandeurs & de toutes les perfections des êtres qu'il a créés, & qu'il conserve par sa Toute-puissance, & par les loix immuables de sa Sagesse infinie. Le rapport de la fluidité de l'Eau à celle de l'Ether, pourroit être exprimé par une fraction dont le numerateur seroit l'unité, ou un nombre quelconque, & le dénominateur un très-grand nombre, qui seroit, par exemple, de cent chiffres écrits tout de suite, ou de mille chiffres, de dix mille chiffres, &c. Dieu, sans aucun doute, connoît le nombre que ces chiffres expriment ; l'esprit humain qui est très-borné, ne le connoît pas, & il tenteroit envain de le vouloir connoître ; il doit le regarder comme infiniment grand, quoiqu'il soit fini en lui-même : Que dis-je ? quoiqu'il soit infiniment petit par rapport au nombre infini des connoissances de Dieu, & des siècles de son éternelle durée.

IV.  
*La matiere  
subtile est homo-  
gene & égale-  
ment fluide dans  
tous les corps,  
quoiqu'elle n'y*

**M**Ais, dira-t-on, si la matiere subtile est infiniment fluide, comme je le prétends ; celle qui est renfermée dans un ballon, sera aussi fluide que celle qui est renfermée dans une boule solide de verre. Pourquoi donc celle-ci produit-elle un ressort plus prompt que celle-là ? Je réponds, que c'est principalement parce que dans



un ballon la double action de la matiere subtile ( je veux dire , sa sortie & sa rentrée dans les deux tems du choc ) est nécessairement retardée de quelques instans par divers mouvemens que le choc cause entre les corpuscules d'Air qui sont renfermez dans le ballon , & qui par leur fluidité changent sensiblement de situations respectives. Au lieu que la double action de la matiere subtile , n'est pas sensiblement retardée dans une boule de verre , par le mouvement de ses parties propres ; puisqu'elles ne se separent pas les unes des autres , & que leurs situations respectives demeurent sensiblement les mêmes.

*produise pas des  
ressorts égale-  
ment prompts.*

En general , & toutes choses étant d'ailleurs égales , les corps ont des ressorts plus ou moins prompts , à proportion qu'ils ont plus ou moins de consistance. Cependant la matiere qui les produit tous , est homogene & infiniment fluide , puisqu'elle communique à une matiere subtile , homogene & infiniment fluide.

Si je vois une éponge plongée dans de l'eau , j'ai tout lieu de penser que l'eau qui remplit les vuides de cette éponge , & celle qui l'environne , sont deux matieres homogenes ; parce que celle - la communique à celle - ci ; qu'elle en sort si je presse l'éponge entre mes mains , & qu'elle y rentre dès que je cesse de la presser. De même lorsque je presse un ballon entre mes mains , il en sort de la matiere subtile , & il y en rentre lorsque je cesse de le presser. N'ai-je pas tout lieu de conclure que la matiere subtile qui est dans le ballon , & celle qui l'environne , sont homogenes ?

Maintenant si je mets une boule solide de verre , à la place qu'occupoit le ballon , la matiere subtile qui est dans cette boule , ne communiquera-t-elle pas de la même maniere à la matiere subtile du dehors ? & ne dois-je pas encore conclure que la matiere subtile de la boule de verre , est de même nature que celle qui l'environne ; qu'elle est par consequent de même nature que celle qui est dans le ballon & dans tous les autres corps ; en un



mot, que toute la matiere subtile, qui remplit les espaces vuides de corps grossiers, est homogene ? Donc elle est également fluide dans tous les corps. Je ne dis pas qu'elle y coule également, mais qu'elle y peut couler également. Donc si on m'accorde qu'il y ait dans l'Univers un seul corps où elle soit indéfiniment fluide (& peut-on raisonnablement me le contester ?) j'en conclurai sans aucune peine, que cette matiere est indéfiniment fluide dans tous les corps ; & qu'en consequence il doit être permis de la supposer infiniment fluide.

V.

*Elle ne doit  
laisser aucun  
vide dans l'U-  
nivers, ni faire  
aucune résistan-  
ce.*

C'est-à-dire, en termes équivalens, que la matiere subtile a la facilité de couler dans tous les corps avec toute la promptitude qui est nécessaire, afin que dans les changemens qui leurs surviennent, elle puisse n'y laisser aucun vuide, & en remplir exactement les moindres pores. C'est-à-dire, qu'allant toujours vers où elle est poussée, & à proportion qu'elle est plus poussée, elle doit ceder sans aucune résistance, aux impressions des autres corps. Je dis sans aucune résistance, & dans la rigueur je devrois dire, avec une résistance indéfiniment petite, & que l'on peut en consequence considerer comme infiniment petite, ou comme nulle, par rapport aux résistances des autres fluides.

L'Air du dehors entre dans une chambre, & en sort par la fenêtre, lorsqu'elle est ouverte, ou qu'elle n'est fermée que d'un treillis de fil d'archal. Mais l'Air n'est pas assez fluide pour passer au travers des vitres de cette fenêtre. La matiere subtile traverse sans aucune peine, & les vitres & les murailles de la chambre ; elle y passe avec plus de facilité, que l'Air ne passe par l'ouverture de la fenêtre.

VI.

*Elle est compo-  
sée de corpuscu-  
les indéfiniment  
petits & divisi-  
bles à l'infini.*

IL s'ensuit que les corpuscules de la matiere subtile doivent être indéfiniment petits ; qu'ils ne peuvent avoir de dureté que par la compression de ceux qui les environnent, & qu'ils peuvent encore, suivant les differens besoins,



besoins, être divisez & sub-divisez avec une très-grande facilité en d'autres corpuscules plus petits, & cela à l'infini.

Je suppose ici, & dans *les Loix du choc* \*, que la matiere est divisible à l'infini. Et comment ne le suppose-rais-je pas ? c'est une verité sur laquelle les Philosophes les plus illustres, tant anciens que modernes, se trouvent réunis, & qui ne dépend en effet que des premieres notions des corps naturels. C'est le premier pas qu'il faut faire en Physique. Je n'entreprendrai point de le faciliter à ceux qui ne l'ont pas encore franchi ; & je declare que je n'écris pas pour ces personnes qui s'arrêtant à chicanner sur les choses les plus claires & les plus incontestables, s'obstinent contre l'évidence même à vouloir admettre dans la nature des atômes ou des points enflés ; en un mot qui ne voudroient pas reconnoître, ou au moins supposer avec moi, la divisibilité de la matiere à l'infini.

\* Art. 2<sup>e</sup>





## CHAPITRE III.

## De la force de la matiere subtile.

V. Loix du  
choc. Art. 16.  
& 24.

I. *Il y a dans l'Univers des ressorts que l'on peut supposer parfaits.* II. *La matiere subtile a assez de force pour rendre tous les ressorts parfaits.* III. *Cette force de la matiere subtile est dans les corps, même lorsqu'ils sont en repos.* IV. *Cette force de la matiere subtile est dans les corps durs, quoiqu'ils soient fragiles.* V. *La matiere subtile qui est renfermée dans une boule à ressort, a une force indéfinie, ou comme infinie.* VI. *La matiere subtile qui remplit l'Univers, est très-comprimée & très-agitée dans toutes ses parties.* VII. *La force & la fluidité de la matiere subtile, ne peuvent subsister l'une sans l'autre.* VIII. *Exemple sensible qui confirme & éclaircit tout ce qui précède.* IX. *On ne sent pas la force de la matiere subtile, parce que toutes ses parties se contrebalancent.*

I.  
Il y a dans  
l'Univers des  
ressorts que l'on  
peut supposer  
parfaits.



L'ACADEMIE dans la question qui fait le sujet de la premiere Partie des Loix du choc, & que je continuë d'examiner dans ce Traité, demande la cause physique des ressorts parfaits. Or comment résoudre une question, si l'on ne suppose comme réels & existans dans la Nature, des effets dont on demande la cause physique ?

Nous pouvons donc supposer qu'il y a dans l'Univers des corps dont les ressorts se débloquent avec toute la force avec laquelle ils ont été bandez ; ou des corps qui reprennent exactement au second tems du choc la même figure qu'ils avoient avant le choc ; ou enfin des corps qui s'étant choquez avec des forces égales, rejaillissent avec des forces égales à leurs forces primitives ; en un mot des ressorts parfaits en force.



Cette supposition que nous donne l'Academie, n'est pas arbitraire ; puisque nous observons dans la nature des ressorts qui ne sont pas fort éloignés de la perfection ; & que d'ailleurs nous sçavons qu'il y a, soit au-dedans des corps, soit au dehors, diverses *imperfections*, ou pour parler plus clairement, divers *obstacles* qui doivent naturellement diminuer l'effet de l'action de la matiere subtile.

Par exemple, deux boules de Marbre perdent environ la douzième partie de leurs forces primitives ; c'est-à-dire, que s'étant choquées avec des forces égales de douze degrez, elles rejaillissent avec onze degrez de force. Deux boules d'Yvoire perdent environ la quatorzième partie de leurs forces primitives. Deux boules solides de Verre n'en perdent qu'environ la seizième partie. A-t-on éprouvé la force élastique de tous les corps ? & n'a-t-on pas lieu de conjecturer qu'il y en a dans l'Univers, qui approchent encore indéfiniment plus de la perfection ?

Mais sans hasarder aucune conjecture, ne nous suffit-il pas de remarquer, soit au-dedans des corps, soit au-dehors, diverses causes de la diminution de leurs forces ? Comptons parmi les obstacles \* interieurs, la fragilité des corps physiques, le mélange des parties heterogenes qui entrent dans la composition de leurs masses, le mélange des fluides grossiers qui s'insinuent dans leurs pores avec la matiere subtile. Comptons parmi les obstacles extérieurs, la résistance que l'Air fait au mouvement des corps, la matiere glutineuse qui couvre leurs surfaces, l'imperfection des machines dont on se sert pour les faire choquer, la difficulté que l'on trouve à les faire choquer directement, le poids & l'agitation des fils de suspension, enfin les moindres frottemens, soit des corps, soit des fils. Faisons reflexion que tous ces obstacles, soit interieurs, soit extérieurs, & autres qu'il est facile d'imaginer, concourent pour diminuer les forces en arriere, & les faire paroître moindres

\* V. le Chapitre VI. de ce Traité.



qu'elles sont en effet. Ne sont-ils donc pas capables tous ensemble, de consumer la seizième partie du mouvement primitif de deux boules de verre? Qu'il me soit permis de le supposer ici, comme je l'ai fait dans le *Memoire \* des Loix du choc.*

\* Art. II.

II.

*La matiere  
subtile a assez  
de force pour  
rendre tous les  
ressorts parfaits.*

Maintenant pour nous former une idée juste de la force de la matiere qui produit les ressorts; on voit assez qu'il faut faire abstraction de toutes les causes qui sont capables de les affoiblir. Ainsi les forces que les ressorts en se débandant, communiquent aux deux boules de Verre que nous considerons, & que nous supposons toujours se choquer avec des forces égales, sont précisément égales à leurs forces primitives. Car les forces primitives sont entièrement détruites, lorsque les ressorts sont entièrement bandez. Donc toutes les forces que les boules ont après le choc, renaissent par la force seule des ressorts, ou du fluide qui produit les ressorts, c'est-à-dire, par l'action seule de la matiere subtile. Donc la matiere subtile fait renaître par son action toute seule des forces égales aux forces primitives de ces deux boules. Une seizième partie de cette action, ou à peu-près, est employée à vaincre les obstacles dont nous avons parlé dans l'article precedent, & le reste à mouvoir les corps en arriere.

En rejetant donc sur les causes qui sont étrangères à la matiere qui produit les ressorts, tout ce qu'ils ont d'imperfection; il est clair qu'elle doit avoir une force capable de les rendre parfaits, ou de faire renaître en eux des forces égales à leurs forces primitives.

III.

*Cette force de  
la matiere sub-  
tile est dans les  
corps durs, lors  
même qu'ils sont  
en repos.*

ON dira peut-être que cette force de la matiere subtile dépend des forces primitives. Mais le dira-t-on avec quelque air de vrai-semblance?

La matiere subtile est poussée par les forces primitives du point d'attouchement de chaque boule vers son centre de gravité, & par sa fluidité naturelle elle suit cette direction. Ensuite pour relever les ressorts, elle agit du centre



de gravité vers le point d'attouchement. Deux forces qui agissent dans des sens contraires, dépendent-elles l'une de l'autre, comme un effet doit dépendre de sa cause ?

N'en doutons pas, cette force est indépendante des forces primitives. Il est vrai qu'elle se *déploie*, pour ainsi dire, à l'occasion du choc ; plus ou moins, à proportion qu'il est plus ou moins grand. Mais elle ne vient pas du choc, puisqu'elle agit dans un sens tout opposé à l'impression qu'elle a reçue à son occasion. Elle est donc dans les boules indépendamment du choc. Elle y étoit avant le choc, dans le temps même qu'elles étoient en repos.

Si l'on demande ici en quoi consiste cette force, on sort de la question de ce Chapitre, pour prévenir celles des suivans. Il nous suffit ici d'avoir prouvé que la matiere subtile a une force, qui seroit capable de faire rejaillir des boules de verre (*si elles ne se brisoient pas*) avec des forces égales, ou presque égales, & toujours proportionnées à leurs forces primitives.

Mais, dira-t-on, ces boules de verre *se briseront*, si on vient à augmenter leurs forces primitives jusqu'à un certain point : Et alors leurs parties séparées les unes des autres, rejailliront avec des forces qui seront beaucoup moindres que leurs forces primitives.

Je réponds que la fragilité des corps est un des obstacles dont je fais & dont je dois faire ici abstraction ; & que d'ailleurs elle ne fait que confirmer la très-grande force de la matiere subtile. Car si les parties d'un corps très-dur se séparent les unes des autres à l'occasion de quelque choc violent ; ce n'est pas que la matiere subtile n'ait assez de force pour les conserver dans l'union ; mais au contraire, c'est qu'elle a une très-grande force pour les séparer, lorsque les regles de l'équilibre le demandent.

Une même quantité de matiere subtile peut être appliquée, ou successivement, ou en même tems, à des actions différentes. Les effets varient à l'infini, & la force

## IV.

*Cette force de la matiere subtile est dans les corps durs, quoiqu'ils soient fragiles.*



est toujours la même, ou pour mieux dire, elle tend toujours à être la même.

On a tout lieu de penser, que c'est la matiere subtile qui rend les corps durs, fragiles, transparens, liquides, élastiques; & qu'elle contribuë principalement à les distinguer les uns des autres, par les différentes proprietéz qu'elle leur communique. Mais on a tort d'opposer ces proprietéz les unes aux autres. La fragilité & l'élasticité du verre naissent apparemment de la même cause. La force que la matiere subtile employe à séparer & à écarter les parties de deux corps lorsqu'ils se brisent, est égale à celle qu'elle employeroit à faire rejaillir les deux mêmes corps, s'ils ne se brisoient pas, & à vaincre tous les obstacles dont nous avons parlé dans l'Article I.

Ainsi afin de juger de la force que doit avoir la matiere subtile pour relever les ressorts, il faut considerer les corps dans un choc où ils ne se brisent pas. Si dans ce choc ils rejaillissent avec des forces égales aux forces primitives; c'est uniquement de la matiere subtile que leur vient cette force. S'ils se choquent une seconde fois avec des forces cent fois plus petites que dans le premier choc; la matiere subtile les fera rejaillir avec des forces cent fois plus petites que dans le premier choc. Si dans un troisième choc ils se rencontrent avec des forces cent fois plus grandes que dans le premier; la force que la matiere subtile emploiera, soit pour les faire rejaillir, soit pour les briser, sera cent fois plus grande que dans le premier choc. Ainsi de quelque maniere que l'on considere les choses, l'action ou la réaction de la matiere subtile, sera toujours égale aux forces primitives.

V.

*La matiere subtile qui est renfermée dans une boule à ressort, a une force indéfinie, ou comme infinie.*

C'Est pourquoi si l'on suppose que les forces primitives de deux corps durs, augmentent à l'infini; la force que la matiere subtile emploiera, soit pour relever leurs ressorts, soit pour séparer leurs parties, deviendra indéfiniment grande. Or nous avons fait voir que la matiere sub



tile avoit cette force avant le choc & indépendamment du choc \*. Donc une quantité finie de matiere subtile, telle que peut être celle qui est renfermée dans une boule de Verre; a reçu & conserve par l'impression toute-puissante de l'Auteur de la Nature, une force assez grande pour égaler des forces que l'on peut supposer augmenter à l'infini.

\* Art. III.

SI l'on me permet donc de supposer qu'il y ait dans l'Univers un seul corps parfaitement élastique, je vais faire voir par un enchaînement de principes, que l'Univers est rempli d'une matiere infiniment comprimée & agitée dans toutes ses parties. En remettant ensuite toutes choses dans l'état physique, on concluëra de soi-même, que la force de la matiere subtile est indéfiniment grande.

VI.  
*La matiere subtile qui remplit l'Univers, est très-comprimée & très-agitée dans toutes ses parties.*

En effet la matiere subtile qui est renfermée dans un corps que l'on suppose parfaitement élastique, telle que pourroit être une boule solide de verre, a une force capable de contrebalancer les plus grandes forces qui soient dans la Nature. Elle a donc une force que l'on peut supposer infinie. Or une matiere qui a en même tems & une force infinie, & une fluidité parfaite, s'échapperoit infailliblement au de là de ses bornes ( je veux dire au-de-là des bornes de la boule qui la contient ) si elle n'y étoit contenuë par une force infinie; car une force finie ne contiendrait jamais dans ses bornes une matiere d'une force infinie.

Il est donc nécessaire que la couche de matiere subtile qui enveloppe immédiatement la surface de la boule que nous considérons, la comprime avec une force infinie. Il est donc nécessaire, par les mêmes raisons, que cette premiere couche soit infiniment comprimée par la seconde qui suit, la seconde par la troisième, & ainsi de suite à l'infini. Il est donc nécessaire enfin que toutes les couches de la matiere subtile qui enveloppent cette boule ( dont nous pouvons considérer ici le centre comme ce-



lui de l'Univers) soient infiniment comprimées: Que par conséquent toute la matiere subtile qui remplit l'Univers soit comprimée dans toutes ses parties par une force infinie: Que par conséquent elle ait dans toutes ses parties une force qui réponde à celle qui la comprime; qui réponde en quelque sorte à la Toute-puissance de celui qui la comprime en la maniere & suivant les directions qu'il lui plaît.

## VII.

*La force & la fluidité de la matiere subtile, ne peuvent subsister l'une sans l'autre.*

Bien loin que la fluidité & la force de la matiere subtile soient opposées entr'elles, il est facile de faire voir qu'elles dépendent l'une de l'autre, & qu'elles ne peuvent subsister l'une sans l'autre.

I. Les corps créez n'étant pas infiniment durs, n'auroient pû se choquer à chaque instant avec de très-grandes forces, sans se diviser peu à peu en d'autres plus petits, & ceux-ci en d'autres encore plus petits, & par conséquent sans former peu à peu une matiere indéfiniment fluide. Ainsi une matiere fluide indéfiniment agitée, est indéfiniment fluide. Car si elle n'est pas indéfiniment fluide dans le tems de sa création, elle le deviendra dans la suite, en continuant d'être agitée avec la même force.

II. Les corpuscules d'une matiere fluide qui ne seroient pas agitez avec une très-grande force, ne tarderoient pas de s'unir les uns avec les autres, & de former de petits amas, qui venant à se grossir, se réuniroient avec le tems dans un seul corps solide. Plus ces corpuscules seront petits, & plus, toutes choses égales, ils se réuniront facilement en un seul corps, si le mouvement qui les agite vient à cesser. Un exemple fera mieux entendre ma pensée, & fournira en même tems une nouvelle preuve de la très-grande force de la matiere subtile.

## VIII.

*Exemple sensible qui confirme & éclaircit tout ce qui précède.*

Dans ce Traité j'ai souvent pris pour exemple deux boules solides de Verre, comme je l'avois fait dans le *Memoire des Loix du choc*; parce que cet exemple m'a paru



paru plus propre qu'aucun autre, à développer mes pensées, & à donner lieu au Lecteur de réfléchir sur mes principes. C'est dans ces mêmes vûes que je choisis encore ici le Verre pour exemple, en le considerant dans sa formation.

On sçait que le Verre se fait assez ordinairement avec des cailloux blancs & reluisans. Si l'on brise un de ces cailloux à grands coups de marteau, ou même avec le secours des machines les plus commodes, que les hommes ayent pû inventer, pour pulveriser les corps durs ; tout ce que l'on pourra faire, quelque tems que l'on y emploie, sera de changer ce caillou en un tas de fine poussiere, ou en un monceau de sable. Les grains de ce sable, quoiqu'à peine sensibles, laissent de larges passages, non-seulement à l'Ether, mais encore à l'Air, ou à quelque autre fluide. Quoiqu'ils paroissent se toucher, ils demeureront néanmoins separez les uns des autres ; & ce ne fera qu'avec le tems qu'ils pourront se réunir en une seule masse, qui peut-être redeviendra caillou.

Mais si l'on met les parties de ce caillou ou ces grains de sable dans un fourneau de Verrerie ; en peu de tems chaque petit grain de sable, étant fortement agité par le Feu, qui consiste (a) dans l'action de la matiere subtile, se trouvera divisé en plusieurs milliers, ou peut-être en plusieurs millions de corpuscules, qui deviendront bientôt les parties integrantes du Verre.

(a) J'espere trouver occasion de le faire voir ailleurs. Pour en convaincre le Lecteur, il suffira peut-être de lui faire remarquer ici ; Que le Feu allumé dans un Magazin à poudre par une seule étincelle, est capable de le faire sauter en moins d'un clin d'œil, & par le bruit seul qu'il cause, de faire trembler toute une Ville, abattre des maisons, & jeter tous les habitans dans la consternation. Où étoit cette force si formidable, un instant avant que l'étincelle parut, & que le Feu à son occasion eut pris à la poudre du Magazin. Etoit-ce dans les parties grossieres des grains de la poudre à canon ? Elles étoient toutes dans un repos respectif. Cette force étoit sans doute dans la matiere subtile qui les enveloppoit, & en remplissoit les pores. C'est donc cette matiere qui produit le Feu, & qui lui donne toute la force qu'il peut avoir.



Ces corpuscules confiderez dans le fourneau, formeront un fluide. C'est-à-dire, qu'ils seront séparés les uns des autres, tant que la matiere subtile dont les corpuscules doivent être encore indéfiniment plus petits que ceux dont nous parlons, continuëra de couler entr'eux, dans une très-grande abondance, & de les pousser les uns contre les autres en tous les sens imaginables. Car dans les fourneaux de *reverbere clos*, dont on se sert dans les Verreries, le feu se refléchit & frappe la matiere du Verre & le vaisseau qui le contient, pardeffus & tout autour.

Les parties integrantes du Verre se réuniront en peu de tems, lorsque la matiere subtile qui les a séparées, & qui les a tenu séparées, venant à sortir, permettra qu'ils puissent se toucher tous, ou presque tous dans quelques-uns de leurs points physiques; c'est-à-dire, lorsqu'étant ôtez du fourneau, la cause de leur mouvement & de leur separation cessera, ou diminuëra sensiblement.

Alors la matiere subtile qui dans le fourneau trouvoit une infinité d'obstacles, par les mouvemens divers des corpuscules qu'elle avoit désunis & agitez, coulera sans aucune résistance entre ces corpuscules, qui étant réunis dans une seule masse, seront dans un repos respectif.

Cette masse aura des proprietéz très-differentes de celles du caillou. Car outre sa transparence & sa fragilité dont il ne s'agit point ici, & dont il n'est pas difficile de connoître la cause, elle aura plus de consistance & de dureté; & (ce qui regarde particulièrement mon sujet) elle aura un ressort & plus fort & plus prompt.

*Il me vient ici une foule de reflexions: mais je les laisse encore à faire aux Lecteurs attentifs, non-seulement dans la crainte de leur faire perdre mon sujet de vûë; mais encore, pour ne pas leur ôter le plaisir de trouver d'eux-mêmes (en raisonnant sur le petit détail de cet Article) la confirmation de tout ce que j'ai dit dans ce Chapitre & dans le précédent, & de tout ce que j'ai à dire dans le reste de ce Traité. Ils*



rencontreront peut-être dans cet examen quelques difficultez. Mais s'ils veulent se donner la peine de les approfondir, j'espère qu'ils les verront se dissiper peu à peu, & même se tourner en preuves. En voici une à laquelle je ne puis me dispenser de répondre, parce que l'idée des Tourbillons dépend de sa solution.

LE Feu, dira-t-on, a une force qui se fait sentir, & la matiere subtile qui produit le ressort, & dans laquelle nous marchons; bien loin de se faire sentir, ne fait pas même la moindre résistance à nos mouvemens, suivant les principes du Chapitre précédent. Comment concevoir qu'elle ait une force infiniment grande, & qu'elle ne diffère pas essentiellement de la matiere du Feu? Voici ma réponse.

Les parties de la matiere subtile qui sont appliquées à produire ce que l'on appelle Feu, ne sont en équilibre ni entr'elles, ni avec celles qui les environnent: Soit qu'elles soient toutes poussées rapidement dans un même sens, vers lequel les corpuscules qui les environnent ne tendent pas: Soit qu'elles soient poussées avec beaucoup de force les unes contre les autres en differens sens par des causes étrangères: Ce qu'il ne s'agit pas d'examiner ici. Il n'est donc pas surprenant que la matiere subtile fasse sentir sa force, ou pour mieux dire, une partie de sa force, lorsqu'elle produit le Feu.

\* Au contraire toutes les parties de la matiere subtile qui remplit les corps élastiques ou qui les environne, se contrebalancent, se maintiennent dans l'équilibre, tendent à s'y conserver, & s'y remettent très-facilement, lorsque la cause qui les en a un peu tirées vient à cesser. Car, pour me servir des termes expressifs du P. Malebranche \*, si cette matiere se mouvoit en même sens, tous les corps qu'elle environne, seroient transportez dans son cours avec plus de vitesse que la Foudre; car la vitesse de la Foudre, aussi-bien que celle d'un boulet de canon, a pour cause primitive celle

## IX.

On ne sent pas la force de la matiere subtile, parce que toutes ses parties se contrebalancent

\* Ceci sera expliqué dans le Chap. suivant, Art. IV.

\* V. la Recherche de la vérité. Eclaircissement xvi. dernière édition.



de la matiere étherée : Et cela par la même raison que la Terre, l'Air, les Villes, &c. sont emportez en vingt-quatre heures par le grand Tourbillon qui nous environne.

Mais comment les parties de la matiere subtile peuvent-elles se maintenir en équilibre, & cependant conserver des forces indéfiniment grandes ? C'est le sujet du Chapitre suivant.

## C H A P I T R E IV.

### De l'idée des Tourbillons.

V. Loix du choc. Art. 22. 23. 27. & 28.

- I. Idées de M. Descartes & du P. Malebranche sur les Tourbillons. II. Tourbillons rendus sensibles par le Mercure. III. Notion des forces centrifuges des Tourbillons. IV. Les corpuscules du fluide qui produit le ressort, décrivent de très-petits cercles avec une très-grande vitesse. V. La matiere subtile est composée d'une infinité de Tourbillons, ou de sphares très-fluides, de toutes sortes de grandeurs, qui se contrebalancent par leurs forces centrifuges. VI. Idée des corpuscules dont les Tourbillons sont composés. VII. Tous les points de la surface d'un même Tourbillon, ont des forces centrifuges égales. VIII. Les Tourbillons se touchent également dans tous les points de leurs surfaces aux poles comme ailleurs.

I.  
Idées de M.  
Descartes &  
du P. Male-  
branche sur les  
Tourbillons.



ON ne peut se dispenser d'admettre dans l'Univers une matiere infiniment fluide & agitée dans toutes ses parties. J'ai tâché de le prouver dans les deux Chapitres précédens, en considérant les seuls effets du choc ; & j'ai tout lieu de croire que les considerations que l'on pourra faire sur les autres effets naturels, ne feront que confirmer ces principes.

Or de ces principes il est aisé de tirer cette consequen-



ce: Que toutes les parties de la matiere subtile qui remplit l'Univers, se résistant reciproquement par leurs mouvemens divers & particuliers, doivent se diviser sans cesse, & former divers Tourbillons de figure spherique, qui se contrebalancent, & dans ceux-ci d'autres encore plus petits, & même encore d'autres moins durables dans les intervalles concaves, que laissent entr'eux les Tourbillons qui se touchent \*.

Je crois avoir montré suffisamment la justesse de cette consequence dans *les Loix du choc*, & je vais essayer dans ce Chapitre, en la mettant encore dans un plus grand jour, de faire voir que l'idée de M. *Descartes* sur les grands Tourbillons, & du P. *Malebranche* sur les petits, ne sont pas des idées purement Metaphysiques, ni des suppositions arbitraires.

*Celle du P. Malebranche est copiée*, dit M. de Fontenelle \*, *d'après des choses incontestables chez les Cartesiens, & que les autres Philosophes ne peuvent contester sans tomber dans d'étranges pensées.* Je l'ai exprimé \* dans les propres termes de son Auteur; je ne pouvois mieux faire. Aussi j'espère que les Lecteurs ne trouveront rien qui ne soit bien exact dans l'Article auquel je les renvoie.

*C'est une idée qui a été très-familier à ce grand inventeur*, dit encore M. de Fontenelle dans l'endroit cité, *& qu'il n'a pas poussée aussi loin qu'il l'auroit dû.*

J'entreprends d'y suppléer. Cette idée féconde, & plus encore la *methode* de son Auteur, me conduiront dans cette recherche. Et où ne conduit pas une idée claire, lorsqu'on a soin de la comparer à des principes démontrés, & d'en tirer toutes les consequences!

L'idée des Tourbillons, & sur-tout des plus petits, de ceux, par exemple, qui occupent les pores imperceptibles des corps élastiques; doit paroître très-abstraite à ceux qui ne sont pas accoutumés à beaucoup réfléchir, & chimerique à ceux qui se sont fait un système de ne chercher dans la Physique, que ce qui frappe les sens. Mais si en renonçant à tous les préjugés, on veut faire

\* C'est l'idée du P. *Malebranche*.

V. l'Eclaircissement xvi. de la Recherche de la vérité.

\* Dans l'Hist. de l'Académie, Année 1715. p. 109.

\* V. *Loix du choc*. Art. 27.



attention à cette idée , j'ai tout lieu d'espérer qu'on la trouvera conforme à la vérité, & aux loix invariables de la Nature.

Les effets naturels sont sensibles, mais leurs causes sont très-cachées. C'est peu de dire que l'idée des Tourbillons se dérobe aux sens & à l'imagination ; l'esprit a besoin de toute son attention, pour ne pas la perdre de vûe, lorsqu'il croit l'apercevoir. Peu s'en faut, en écrivant ce Traité, qu'elle ne m'échappe, après l'avoir méditée long-tems, & à ce que je crois bien conçûe.

II.

*Tourbillons  
rendus sensibles  
par le Mercure.  
du  
choc. Art. 23.*

Pour tâcher de me rendre cette idée plus familiere, je fis quelques experiences sur le Mercure, en composant le *Memoire des Loix du choc* ; & je les employai dans une de mes Remarques \*, parce qu'elles me parurent propres à surmonter plusieurs difficultez que me suggeroient les sens & l'imagination.

Quelques jours après le jugement de l'Academie, en revoyant cette Remarque, il me vint en pensée de verser une goutte de Mercure dans une boule de Verre creuse, de quatre pouces de diametre ou environ, après l'avoir remplie d'eau. Le succès surpassa mon attente, dans un grand nombre d'experiences que je fis à cette occasion.

Mon dessein dans cet Article, n'est pas de persuader le Lecteur par ces experiences, que je me contente de lui indiquer de la possibilité, de la réalité, & des propriétés des Tourbillons ; mais de lui tracer grossierement le plan des choses que j'ai dessein de lui faire apercevoir dans ce Traité préliminaire, & dans ceux qui suivront ; & de le disposer à ne pas rejeter des idées physiques, sans les avoir examinées avec toute l'attention qu'elles semblent mériter.

Après avoir versé dans la boule creuse quelques gouttes de Mercure, d'environ la grosseur d'un pois ; il ne s'agit que de remuer cette boule en divers sens, à diverses reprises, avec differens degrez de mouvement ; & d'e-



xaminer attentivement les effets qui resultent de chaque operation. La boule de Verre grossissant les objets, servira comme de Microscope, pour observer plus distinctement les divers changemens qui arriveront au Mercure dans chaque operation.

I. Il sera facile d'examiner la rondeur spherique des Tourbillons, & sur-tout des plus petits, qui seront rendus sensibles sous la figure du Mercure; l'applatissment & la compression que souffrent les plus grands; & l'équilibre qui regne entre tous.

II. On pourra observer qu'en sécoüant la boule, un seul Tourbillon de Mercure se rompt sans peine en cent autres, qui commencent à se réunir, lorsque le mouvement qui a causé leur separation, vient à cesser.

III. On aura lieu d'examiner par quelle Mecanique un petit Tourbillon compris entre deux grands, a assez de force pour les contrebalancer.

IV. Pourquoi lorsqu'il survient quelque mouvement, le petit Tourbillon s'incorpore très-promptement à l'un des deux grands qui le comprimoient, & va rapidement s'enfoncer jusqu'à son axe.

V. Pourquoi il arrive quelquefois, mais plus rarement, que le petit Tourbillon se glisse avec une grande vitesse entre les deux grands qui se réunissent, & souvent s'incorporent à cette occasion.

VI. D'où vient cet ordre uniforme, suivant lequel les Tourbillons de Mercure de differens volumes, viennent se ranger autour de leur centre commun, lorsqu'on les fait tourner en rond.

VII. Quelle pourroit être la cause de ces *boüillonemens* & *tournoyemens* rapides des corpuscules du Mercure, que l'on remarque facilement sur les grands Tourbillons vers leurs poles qui sont dans le milieu de leurs surfaces; après qu'on les a agitez, ou en rond, ou en divers sens.

VIII. Enfin je suppose que l'on examinera toutes ces particularitez & autres, avec les yeux d'un Physicien



qui raisonne avant l'expérience, qui raisonne encore après, & qui ne s'en tient pas à une seule; car une seule pourroit séduire: Que sur toutes choses, on aura bien égard à l'imperfection des Tourbillons du Mercure, à leur pesanteur, à leurs frottemens contre les parois du Verre, à la résistance de l'Eau qui les inonde, à la grossièreté de leurs parties integrantes; en un mot aux différences infinies qui distinguent un fluide très-imparfait, de celui dont tous les autres doivent emprunter & leur fluidité & leur force. Peut-être qu'après cela on cessera de traiter de chimeriques les Tourbillons grands & petits, dont des Auteurs très-illustres nous ont donné les premières idées.

III.  
Notion des  
forces centrifuges  
des Tourbillons.

MAIS il ne suffit pas d'avoir représenté aux yeux imparfaitement, sous une image sensible, les Tourbillons de l'Ether, il faut en prouver la réalité: Et avant toutes choses il est nécessaire de se former une idée juste de ce que l'on appelle *Force centrifuge*.

C'est l'effort avec lequel un corps tend à s'écarter du centre d'un cercle qu'il décrit. *La force centrifuge d'un Tourbillon*, dans un de ses points physiques, est celle qu'il a pour s'écarter du centre de ce Tourbillon. Rendons cela sensible par un exemple.

Une pierre que je fais circuler avec une fronde, tend à chaque instant à s'échapper par la tangente du cercle qu'elle décrit; & c'est par cette tangente qu'elle s'échappe en effet. Mais de plus (& c'est en quoi consiste sa force centrifuge) elle fait effort contre ma main pour s'en écarter à chaque instant, dans la direction de la corde qui la retient.

Si je diminuë la vitesse circulaire, sans diminuer la longueur de la corde, il est clair que la force centrifuge diminuëra. Si au contraire je diminuë la corde sans changer la vitesse circulaire, il est évident que la force centrifuge augmentera.

Ainsi en supposant qu'un même corps, ou des corps égaux



égaux (car on a coutume de supposer des corps égaux, lorsque l'on compare les forces centrifuges) font leurs revolutions avec des vîtesſes égales ; il eſt évident que les forces centrifuges augmentent, lorsque les diſtances aux centres diminuent ; & qu'au contraire les forces centrifuges diminuent, lorsque les diſtances aux centres augmentent.

Ce que je viens de prouver ici par de ſimples raifonnemens, eſt une ſuite évidente du Principe III. *des Loix du choc* \*, lequel eſt démontré dans pluſieurs ouvrages, entr'autres à la fin de la *Recherche de la verité*, de la dernière édition.

\* Art. 7.

J'aurai lieu d'expliquer & d'étendre ce Principe dans les Traitez ſuivans, où il ſera ſouvent employé. Dans celui-ci la ſimple notion des forces centrifuges que je viens de donner, doit ſuffire au Lecteur ; & il s'agit de l'appliquer dans le reſte de ce Traité, aux corpuscules de la matiere qui produit le reſſort.

**D**Eux corps homogenes à reſſort parfait, ou preſque parfait, qui ſe ſont choquez directement avec des forces égales, rejailliffent avec forces égales, ou preſque égales, & toujours proportionnelles à leurs forces primitives, en quelque point qu'ils ſe choquent, & quels que ſoient d'ailleurs leurs volumes, ou les rapports de leurs volumes. Ils ont donc une égale force élaſtique dans toutes leurs parties ſenſibles.

C'eſt pourquoi la matiere ſubtile qui produit cette force, agit également en tous les ſens. Elle ne tend donc pas plus vers l'Orient, que vers l'Occident, vers le Zenith, que vers le Nadir. Si elle circuloit d'Orient, par exemple, à l'Occident, avec beaucoup plus de vîteſſe que la Terre, elle emporteroit dans ſon cours rapide un corps élaſtique, qu'elle traverseroit avec cette vîteſſe. Car quoique par ſa fluidité naturelle elle dût dans ce cas, traverser les pores de ce corps, ſans y trouver aucune réſiſtance ; elle communiqueroit cependant aux parties

E

#### IV.

*Les corpuscules du fluide qui produit le reſſort, décrivent de très-petits cercles avec une très-grande vîteſſe.*



de la masse de ce corps, au moins une partie de la force avec laquelle elle les choqueroit : De la même maniere que le *Vent* ou l'*Air* agité traverse des toiles, qui neanmoins reçoivent l'action du vent, & la communiquent à la machine d'un Moulin, ou au corps d'un Vaisseau.

Mais supposons pour un moment, que toute la matiere subtile qui est dans un corps élastique, le traverse avec beaucoup de rapidité, en allant, par exemple, de l'Orient vers l'Occident : Lorsque ce corps sera choqué à sa partie Orientale, comment son ressort pourra-t-il se débander ? Le point du contact qui a été poussé vers l'Occident dans la compression, doit être repoussé vers l'Orient dans le tems de la restitution. Pourroit-on attribuer la cause de ce dernier mouvement à la matiere subtile, qui dans cette supposition est dirigée vers l'Occident, soit par son mouvement propre, soit par le mouvement du point du contact ?

Quelque supposition que l'on fasse, les corpuscules de la matiere subtile qui produit le ressort, n'auront pas un mouvement direct dans le même sens. Mais ont-ils un mouvement direct dans tous les sens ? Sortent-ils d'un corps élastique par tous ses pores, en s'éloignant de son centre de gravité avec toute la force indéfinie qui leur convient ? Non, sans doute, puisqu'ils doivent être en équilibre avec ceux qui enveloppent ce corps, & le compriment. Ils tendent donc seulement à sortir de ce corps ; & ils n'en sortent pas en effet, si ce n'est à l'occasion de quelque choc, ou de quelque changement extérieur.

Or cette tendance, qui est toujours constante & uniforme, ne peut être que l'effet d'un mouvement circulaire : C'est la force centrifuge qui résulte de ce mouvement. Ainsi ces corpuscules doivent décrire de très-petits cercles, & ils doivent les décrire avec de très-grandes vîteses, pour remplir tous leurs mouvemens, & former ensemble des forces capables de contrebalancer les plus grandes qui soient dans l'Univers.

*Si ces principes revoltent l'imagination, c'est parce que les*



sens ne lui offrent pas d'objets qui fassent leurs revolutions dans de si petits cercles avec tant de promptitude. Mais ce ne sont ni les sens ni l'imagination, qu'il faut consulter dans la recherche des veritez. C'est l'esprit pur lui seul qui doit les apercevoir ; & l'esprit pur voit clairement que les corpuscules de l'Ether étant très-petits & très-agitez, peuvent & doivent faire leurs revolutions aussi facilement dans un petit cercle, que dans un grand.

A l'égard des mouvemens circulaires, on en trouve des exemples sensibles dans les fluides agitez : Ces mouvemens sont communs dans la Nature. On en voit sur les Mers & sur les Rivières. Le Feu en produit de très-grands dans les liquides. L'Air poussé en divers sens, tourne en rond avec la poussiere qu'il entraine dans son cours. Le fluide qui environne la Terre, la fait non-seulement tourner \* sur son centre en vingt-quatre heures ; mais outre cela lui fait parcourir chaque année plus de deux cens millions de lieues, dans une orbite à peu près circulaire. Saturne & Jupiter ( ces corps mille fois plus gros que la Terre ) leurs Satellites & toutes les autres Planetes, emportées par un fluide dans des orbites qui approchent assez du cercle, font leurs revolutions suivant des regles invariables (a).

\* Je me sçayme  
toujours dans  
ces Traitez,  
suivant l'idée  
de Copernic.

LES mêmes raisons qui prouvent que les corpuscules de la matiere subtile, doivent décrire des cercles, prouvent aussi qu'ils doivent former des spherès très-fluides, ou des Tourbillons de toutes sortes de grandeurs ; des

V.

La matiere  
subtile est com-  
posée d'une infi-  
nité de Tourbil-  
lons, ou de  
spherès très-flui-  
des, de toutes  
sortes de gran-  
deurs, qui se  
contrebalancent  
par leurs forces  
centrifuges.

(a) Les tems des revolutions de deux Planetes qui tournent autour d'un même centre étant connus ; on a des lors le rapport de leurs distances à leur centre : Et cela par une regle qui depuis un siecle qu'elle est connue par les Observations de Kepler, s'est toujours trouvée conforme aux Observations de Mrs Cassini & des autres Astronomes, & qui est une suite évidente de mes Principes, comme j'espère le faire voir ailleurs. Il suffit, par exemple, que l'on sçache que la Terre fait environ trente revolutions autour du Soleil, pendant que Saturne en fait une seule ; on en conclura par la regle de Kepler (qu'il ne s'agit pas d'expliquer ici) que Saturne est environ dix fois plus éloigné du Soleil que la Terre.



spheres que l'on pourroit supposer parfaites dans le même sens que la matiere subtile est un fluide parfait, & en faisant d'ailleurs abstraction de toute cause étrangere à cette matiere.

En effet il est nécessaire que les corpuscules de la matiere subtile, puissent en même tems avoir des mouvemens divers & même contraires; & que cependant ces mouvemens ne diminuent pas; car si ces corpuscules perdoient à chaque instant un seul petit degré de leurs forces, en peu de tems ils perdroyent toutes leurs forces, en peu de tems l'Univers seroit détruit.

Il faut donc concevoir que ces corpuscules puissent, sans se choquer, se résister mutuellement par leurs forces centrifuges; de telle sorte que de deux corpuscules qui se touchent, l'un ne l'emporte pas sur l'autre; car si l'un l'emporte sur l'autre, il n'y aura plus d'équilibre. Et comment allier toutes ces idées, si l'on ne reconnoît que la matiere subtile est composée d'une infinité de Tourbillons, ou de spheres très-fluides de toutes sortes de grandeurs, qui remplissent l'Univers, & se contrebalancent par leurs forces centrifuges?

\* V. Loix du  
choc. Art. 22.

Ajoutez à cela (comme je l'ai déjà remarqué ailleurs\*) que les angles, les élévations, les enfoncemens, en un mot toutes les irregularitez qui se trouvent dans les figures qui ne sont pas spheriques, causeroient sans cesse quelque obstacle & quelque diminution au mouvement d'une matiere, qui étant indéfiniment fluide & agitée, doit avoir toutes les facilitez possibles, pour couler & se mouvoir en tous les sens.

Donc, en faisant abstraction de toutes compressions, & autres causes étrangères à la matiere subtile, les Tourbillons, & sur-tout les plus petits, dont il s'agit dans ce Traité, doivent être de figure spherique, & doivent tendre à conserver cette figure qui leur convient.

\* V. Mem. de  
l'Acad. 1722.  
p. 49.

M. de Mairan \*, dans son excellent Memoire de la Reflexion des corps, prouve (comme je l'ai remarqué dans l'Article que je viens de citer) que le corps qui fait le sujet de



*la lumiere, consiste en de veritables globules. Ainsi deux voies très-differentes semblent se réunir, pour nous conduire à une même consequence, & confirmer nos Principes.*

IL ne s'agit pas ici d'examiner si ces globules sont des corpuscules durs, ou si ce sont de petits Tourbillons. Il me suffit de faire remarquer que le plus petit des Tourbillons, comme le plus grand, doit être composé d'un nombre indéfini de corpuscules très-agitez, & chaque corpuscule d'un nombre indéfini de très-petites parties qui sont dans un repos respectif, sans être engagées les unes dans les autres; & qui ne sont pas des atomes, parce qu'une infinité d'atomes ou de néants d'étendue, ne formeroient jamais une étendue. Sans approfondir cette idée, je crois pouvoir en tirer les consequences qui suivent.

I. Les parties d'un corpuscule de la matiere subtile, se separent très-facilement, lorsqu'il est plus pressé d'un côté que d'un autre; parce que le repos n'a pas de force pour résister au mouvement.

II. Un corpuscule de la matiere subtile est de figure spherique, lorsqu'il est également pressé de tous côtés.

III. Un corpuscule a des figures irregulieres, lorsque les pressions sont inégales, & qu'elles ne sont pas assez inégales, pour separer ses parties.

IV. Un corpuscule est comme infiniment dur dans l'instant qu'il est également pressé; & si dans l'instant qui suit, l'égalité des pressions cesse, il peut devenir indéfiniment mou, ou indéfiniment fluide.

V. Suivant les differens besoins, un corpuscule peut être divisé en un million d'autres; & un million de corpuscules peuvent se réunir, pour en former un seul.

CHaque Tourbillon est environné d'un nombre indéfini d'autres Tourbillons de toutes sortes de grandeurs, & il peut changer à chaque instant de situation à leur égard. Celui qui en touche maintenant un autre vers

## VI.

*Idee des corpuscules dont les Tourbillons sont composez.*

## VII.

*Tous les points de la surface d'un même Tourbillon, ont des forces centrifuges égales.*



son équateur, pourra bien-tôt le toucher vers son pôle. Si un Tourbillon n'avoit pas une égale force centrifuge en tous ses points, comment dans toutes les situations différentes qu'il peut avoir à l'égard des Tourbillons qui le compriment dans toute sa surface, pourroit-il se faire qu'il les contrebalaçât tous, & qu'il conservât la figure sphérique qui lui convient ?

Il est donc clair que les points de la surface d'un Tourbillon, ne doivent pas faire leurs revolutions en même tems, de la même maniere que les points de la surface d'une boule, tournent en même tems autour de son axe. Si cela étoit, les corpuscules qui circulent vers l'équateur, auroient beaucoup plus de force centrifuge que tous les autres, & ceux qui circulent vers les poles n'en auroient point ou très-peu. Ceux-ci seroient donc repoussez vers le centre du Tourbillon, sans aucune résistance de leur part ; & ceux-là s'écarteroient du même centre avec beaucoup de force. Que deviendrait le Tourbillon ?

Deslors que l'on admet l'idée des Tourbillons (& peut-on se dispenser de l'admettre ?) il faut, sans balancer, reconnoître cette verité qui en est une suite évidente, sçavoir, que toutes les parties de la surface d'un même Tourbillon, doivent avoir une égale force centrifuge, pour résister également aux impressions des Tourbillons voisins qui les pressent également, & pour se maintenir avec eux dans un exact équilibre.

Il ne s'agit pas ici d'examiner d'où peut provenir cette égalité de forces centrifuges, & comment l'équilibre des Tourbillons peut se maintenir. Cet examen important fera le sujet d'un de mes Traitez.

## VIII.

*Les Tourbillons se touchent également dans tous les points de leurs surfaces, aux poles comme ailleurs.*

Rien n'empêche donc que les Tourbillons ne puissent se toucher aussi-bien à leurs poles qu'à leurs équateurs ; soit, 1°. qu'ils tournent dans le même sens ; soit, 2°. qu'ils tournent en sens contraire. Quelque respect que j'aie pour M. Descartes, je ne puis croire sur sa parole,



que les Tourbillons doivent s'incorporer dans le premier cas, & se détruire dans le second. Je m'en tiens à mes Principes que je viens de déduire de ceux de ce très-illustre Auteur.

Les mêmes raisons qui prouvent qu'il y a de grands Tourbillons, prouvent qu'il y en a de petits; & si l'on admet l'idée des Tourbillons grands & petits, ce sont des sphares de toutes sortes de grandeurs, qui remplissent l'Univers, qui se touchent dans tous les points physiques de leurs surfaces; enfin qui peuvent se toucher aux poles comme par tout ailleurs, puisqu'ils ont autant de forces centrifuges à leurs poles, que dans le reste de leurs surfaces.

Tous ces principes sont des conséquences que je déduis de l'idée seule des Tourbillons: Et l'idée des Tourbillons n'est pas une idée purement Metaphysique; j'ai prouvé qu'il faut la reconnoître dans la Nature.

En considerant les corps élastiques, j'y ai trouvé de petits Tourbillons; & en considerant les petits Tourbillons dans tous les corps élastiques, je vais maintenant y chercher la cause physique des ressorts, soit parfaits, soit imparfaits.





## CHAPITRE V.

Des petits Tourbillons considerez dans les corps  
à ressort parfait.

V. Loix du  
hoc. Art. 34.  
35. & 36.

I. Description d'un corps à ressort parfait. II. Changemens qui arrivent aux petits Tourbillons, lorsque les corps qui les contiennent sont comprimez. III. La matiere subtile sort des corps au premier tems du choc, sans faire aucune résistance, par un effet de sa fluidité naturelle. IV. La matiere subtile rentre dans les corps dont elle étoit sortie, par un effet de la force centrifuge de ses petits Tourbillons. V. C'est par un effet de cette même force, que les corps parfaitement élastiques qui se sont choquez avec des forces égales, retournent en arriere avec des forces égales à leurs forces primitives.

I.  
Description  
d'un corps à res-  
sort parfait.



ENT objets que l'on a sans cesse sous les yeux, une éponge, par exemple, une mie de pain, le dedans d'un os; sur-tout si l'on a soin de les regarder de près avec un Microscope, peuvent fournir à l'imagination des images imparfaites, mais sensibles de toutes les choses que je vais essayer de décrire dans cet Article, & de faire appercevoir à l'esprit pur.

Toutes les parties integrantes d'un corps élastique, sont réunies ensemble dans quelques-uns de leurs points, lignes ou surfaces, & sont séparées dans le reste par un nombre indéfini de pores & de petits canaux. Les pores sont ordinairement spheriques, parce que peu à peu ils doivent avoir été arrondis par le mouvement des Tourbillons de la matiere subtile. Je conviens cependant qu'ils peuvent avoir d'autres figures, par exemple, des figures cylindriques, elliptiques, &c. Mais pour m'exprimer plus clairement, je supposerai que tous les pores d'un corps,



corps à ressort parfait, sont exactement spheriques.

Chaque pore contient un ou plusieurs Tourbillons; & les pores communiquent entr'eux & au dehors par plusieurs canaux qui doivent être assez étroits, pour ne donner passage à aucun autre fluide, qu'à la matiere subtile: Et c'est de là principalement que dépend la perfection des ressorts.

Les tourbillons inondent de toutes parts les parties du solide, & par leurs forces centrifuges leur donnent de la consistance, & les unissent ensemble. *Quand les particules grossieres, dit M. de Fontenelle\*, sont en repos les unes auprès des autres, & se touchent immédiatement; elles sont comprimées en tous sens par les petits Tourbillons qui les environnent, & auxquelles elles ne résistent par aucune force; & de là vient la dureté des corps.*

\* Dans l'Hist.  
de l'Academie,  
Année 1715.  
P. 110

Je ne repete pas ici ce que j'ai dit dans les *Loix du choc\**, touchant la dureté des corps, & la promptitude des ressorts. On doit voir que je n'y ai rien dit que d'exact, & on le verra encore mieux dans les Traitez suivans.

\* Art. 34. & 35.

Les parties integrantes des corps à ressort, sont elles-mêmes de petits corps à ressort, lesquels ont encore leurs parties integrantes: Ces *secondes parties integrantes* (s'il m'est permis de m'exprimer ainsi) ont encore leurs pores, leurs canaux, leurs Tourbillons, toutes ces choses proportionnées à leur petitesse: Ces *secondes parties* sont composées de *troisiemes parties integrantes, &c.* Car puisque l'on m'a accordé des corpuscules, soit solides, soit fluides, divisibles à l'infini, je ne pense pas que l'on puisse me contester un corps mixte, partie solide, partie fluide, en un mot un corps à ressort qui soit divisible à l'infini ou à l'indéfini, en d'autres petits corps à ressort.

Je pourrois ajouter quelques traits à cette description, qui est fort ressemblante à celle de la Piece qui a remporté le Prix: Mais je ne crois pas en oublier aucun qui soit essentiel, ou auquel il ne soit facile de suppléer avec un peu d'attention.



II.

*Ce angemens  
qui arrivent aux  
petits Tourbil-  
lons, lorsque les  
corps qui les  
contiennent sont  
comprimez.*

IL ne peut arriver de changement dans les parties foli-  
des d'un corps élastique, que les petits Tourbillons qui  
sont cachez dans ses pores, ne changent aussi de figure  
& de volume : Soit qu'ils s'appatissent en forme de sphe-  
roïdes elliptiques, vers les parties qui sont les plus com-  
primées, & s'allongent dans les autres : Soit qu'ils se di-  
visent en plusieurs Tourbillons plus petits.

I. Concevons qu'un petit Tourbillon étant compri-  
mé dans quelque corps élastique à l'occasion du choc,  
prenne la figure du pore qui le contient ; c'est-à-dire,  
qu'il devienne à peu près un spherôide elliptique, de  
sphere qu'il étoit auparavant : Un corpuscule qui passera  
par l'extremité du petit diametre du spherôide, n'aura  
pas moins de vitesse pendant le tems de la compression,  
qu'il en avoit dans l'instant qui l'a precedé. Il sembleroit  
même qu'il devroit en avoir davantage, par la même  
raison, que les endroits du lit d'une riviere qui sont  
les plus étroits, sont ceux où l'Eau coule avec plus de  
rapidité. Mais quoiqu'il en soit, il est clair que la com-  
pression, dans le cas que j'examine ici, ne diminuë pas  
la vitesse du corpuscule, & qu'elle diminuë sa distance  
au centre de sa circulation. D'où il s'ensuit évidemment  
\* qu'elle augmente sa force centrifuge. Ainsi cette force  
augmente dans le sens que le Tourbillon est applati ; &  
il est facile de prouver qu'au contraire elle diminuë,  
dans le sens qu'il est allongé.

\* V. Chap. IV.  
Art. III.

II. Concevons que la compression soit assez conside-  
rable pour rompre un petit Tourbillon, & le séparer  
en plusieurs autres : il sera facile de faire voir en raison-  
nant toujours sur les mêmes principes, que la force cen-  
trifuge des corpuscules qui circulent sur la surface de  
chaque petit Tourbillon, ne sera pas moindre que celle des  
corpuscules qui circuloient avant la compression sur la  
surface du Tourbillon, dont ceux-ci étoient les parties.

Ainsi de quelque maniere qu'on le prenne, il est clair  
que la force centrifuge des Tourbillons augmente dans  
le sens que leurs diametres diminuent, & qu'elle dimi-  
nuë dans le sens qu'ils augmentent.



C'est le sens \* du Corollaire I. de la Proposition VI. J'ai dit à la fin de l'Avertissement qui la precede, que l'Article 30. me suffisoit pour résoudre la question proposée ; c'est ce qu'on va bientôt voir \*. J'ai ajouté dans le même Avertissement, qu'il est facile de prouver l'Article 30. par l'Art. 7. Mes Juges l'ont vû d'abord. La plupart des Lecteurs auroient pû y trouver des difficultez : J'ai crû devoir les applanir. Mais j'espere mettre encore tous ces Principes en un plus grand jour, dans un Traité qui est destiné pour la Proposition VI. & celles qui y ont rapport.

\* 7<sup>e</sup>. Loix du choc. Art. 30.

\* Art. IV.

Lorsque deux corps à ressort se choquent, ils se communiquent leurs mouvemens primitifs successivement dans un tems très-court. Ainsi les pores doivent successivement s'applatir dans le sens qu'ils sont comprimez, & s'allonger dans l'autre : Ils doivent continuer de s'allonger & de s'applatir jusqu'à l'instant précis que les deux corps, après avoir perdu toutes leurs forces primitives par ces compressions mutuelles, ayent leurs ressorts entièrement bandez. Cependant la matiere subtile, par un effet de sa fluidité naturelle, doit céder au mouvement qui lui est communiqué, & à mesure qu'il lui est communiqué, ou ( ce qui revient au même ) à mesure que les pores changent de figure.

Pour prévenir une objection que l'on pourroit me faire, je prie le Lecteur de remarquer, que je dis ici, & dans les *Loix du choc*, suivant mes Principes, que la matiere subtile sort des corps solides sans aucune résistance dans le tems de la compression. D'où il s'ensuit qu'aucune partie de la force primitive du choquant, n'est employée à chasser la matiere subtile du choqué. La force primitive d'un corps est employée à pousser successivement dans sa direction les parties solides de l'autre corps : Elle y est employée toute entiere, lorsque les ressorts de deux corps sont parfaits, comme on le suppose ici.

Il sort des corps qui se choquent quelques corpuscu-

### III.

*La matiere subtile sort des corps au premier tems du choc, sans faire aucune résistance, par un effet de sa fluidité naturelle.*



les de matiere subtile, & il en sort plus ou moins des mêmes corps, suivant que leurs parties solides sont plus ou moins comprimées. Mais encore une fois, il ne se fait aucune dépense de force pour faire sortir cette matiere; parce qu'elle est parfaitement fluide.

*Lorsque vous vous promenez, vous poussez devant vous la matiere subtile, & des pellicules, ou de petits flocons, je veux dire les parties propres de l'Air. Ces petits flocons ou pellicules vous font quelque résistance, sur-tout s'ils sont agitez dans un sens contraire à votre direction, c'est-à-dire, lorsqu'il fait du vent, & qu'il vous est contraire. Mais la matiere subtile, dans quelque sens que vous marchiez, ne vous fait aucune résistance; ou si elle en fait, elle est indéfiniment plus petite que celle que font les flocons ou pellicules d'Air.*

*En faisant donc abstraction de la résistance de l'Air, c'est-à-dire, en supposant que vous n'êtes environné que de matiere subtile; lorsque vous marcherez, vous ne ferez pas une double dépense de force, l'une pour marcher, & l'autre pour traverser la matiere subtile. Vous remuerez vos membres, & la matiere subtile cedera à leurs mouvemens sans aucune résistance. Appliquez vous-même la comparaison.*

## IV.

*La matiere subtile rentre dans les corps dont elle étoit sortie, par un effet de la force centrifuge de ses petits Tourbillons.*

LA matiere subtile qui est sortie des corps dans le premier tems du choc par sa fluidité naturelle, doit y rentrer dans le second par la force centrifuge des petits Tourbillons qui restent dans les pores des corps élastiques. Je vais tâcher de le faire voir avec le plus de netteté & de précision qu'il me sera possible.

A l'instant que la compression cesse ou a cessé, (car ces deux expressions sont équivalentes) les parties integrantes des deux corps sont dans un repos mutuel, & tous les Tourbillons tant *extérieurs qu'intérieurs*, c'est-à-dire, soit ceux qui environnent ces corps, soit ceux qui sont au dedans, gardent un exact équilibre. Car si les parties solides continuoient encore de se déranger, & les Tourbillons intérieurs de sortir, & d'éloigner les extérieurs des centres de gravité des deux corps, les corps



se comprimeront encore contre la supposition.

Comment donc la restitution pourroit-elle differer d'un seul instant ? Les forces centrifuges des Tourbillons extérieurs, sont précisément les mêmes qu'auparavant la compression ; \* celles des Tourbillons intérieurs sont augmentées dans le sens qu'ils sont retrécis, & elles sont diminuées dans le sens qu'ils sont allongez. Ainsi au dehors rien ne peut mettre obstacle au rétablissement ; & tout y concourt au dedans. Les corpuscules qui passent par les petits diametres de chaque Tourbillon ; changé en spheroïde elliptique, ont plus de forces centrifuges, que ceux qui passent par les grands diametres. Ceux-ci doivent donc agir plus fortement que ceux-là contre les parois des pores qu'ils occupent. Les pores doivent donc commencer à s'élargir dans le sens qu'ils ont été retrécis, & à se retrécir dans le sens qu'ils ont été élargis. En un mot tous les pores, & par conséquent tous les Tourbillons qu'ils contiennent, doivent commencer à reprendre & la figure & le volume qu'ils avoient avant la compression ; & par conséquent la matiere subtile doit commencer à rentrer dans les pores qu'elle avoit abandonnez en partie.

**M**Ais deslors que la matiere subtile commence à rentrer dans les pores, elle doit par les mêmes raisons continuer d'y rentrer successivement. Elle y rentre, mais dans un ordre renversé de celui suivant lequel elle en est sortie ; & à mesure qu'elle rentre, chaque pore doit reprendre sa premiere figure ; & toutes les parties integrantes doivent en consequence se rétablir dans leur premier état.

Or à chaque instant de la restitution, les deux corps acquièrent les mêmes degrez de forces qu'ils avoient perdu dans chaque instant correspondant de la compression. Ainsi dans l'instant précis que les parties comprimées sont entierement rétablies, les corps ont acquis les mêmes degrez de forces qu'ils avoient perdu à la fin

V.  
*C'est par un effet de cette même force, que les corps parfaitement élastiques qui se sont choquez avec des forces égales, retournent en arriere avec des forces égales à leurs forces primitives.*



de la compression. Mais ils avoient perdu toutes leurs forces primitives à la fin de la compression. Donc à la fin de la restitution ils ont recouvré toutes leurs forces primitives.

Ainsi deux corps qui se sont choquez avec des forces égales, doivent rejaillir avec des forces précisément égales à leurs forces primitives, par un effet de la force centrifuge des petits Tourbillons ; lorsque cet effet est entier, c'est-à-dire, lorsqu'il n'est empêché en aucune maniere par les divers obstacles qui pourroient se trouver, soit dans ces corps, soit au-dehors : en un mot lorsqu'ils sont parfaits en force.

## CHAPITRE VI.

Des petits Tourbillons considerez dans les corps à ressort imparfait.

V. Loix du  
choc. Art. 37.  
38. 44. 45. 46.  
47.

I. *Diverses causes des imperfections des ressorts.* II. *Premiere cause des imperfections des ressorts : Le mélange des fluides dans un corps élastique.* III. *Seconde cause des imperfections des ressorts : La fragilité des corps physiques.* IV. *Les corps durs à ressort imparfait, doivent rejaillir avec des forces proportionnées à leurs forces primitives, à cause des forces centrifuges des petits Tourbillons.* V. *Les Loix du choc sont déduites de l'idée des petits Tourbillons, de telle sorte qu'elles en sont indépendantes.* VI. *Conclusion de ce Traité.*

I.  
Diverses cau-  
ses des imperfe-  
ctions des res-  
sorts.



PRE'S avoir considéré les ressorts dans un état de perfection, que peut-être aucun d'eux n'a dans la Nature ; il me reste à les considérer dans tous les differens degrez d'imperfections qu'ils peuvent avoir, & qu'ils ont en effet.



La grandeur, la figure, les divers arrangemens & proprietez, soit des parties integrantes des corps élastiques, soit de leurs pores & de leurs canaux ; toutes ces choses & autres, prises séparément ou jointes ensemble, dans toutes les combinaisons possibles, produisent ces varietez infinies que l'on observe dans les ressorts, & contribuent à les rendre plus ou moins parfaits soit en force, soit en promptitude.

Sans entrer dans la discussion immense de toutes les causes des imperfections des ressorts ; il me suffira d'expliquer ici en peu de mots, celles de ces causes qui sont les plus ordinaires & les plus generales. Je les réduis aux deux suivantes.

**L**A premiere est que la plupart des corps solides ont des canaux assez larges pour donner quelque passage à l'Air, ou à quelqu'autre fluide imparfait. On conçoit sans peine que les mouvemens des parties d'un fluide grossier, doivent apporter divers obstacles, soit à la sortie, soit à la rentrée de la matiere subtile ; & que ces obstacles augmentent à proportion des mouvemens qui les causent, à proportion des forces primitives qui causent ou qui augmentent ces mouvemens. D'où il arrive que l'action des petits Tourbillons est retardée de quelques instans, lorsque ces corps se choquent ; & qu'en conséquence leurs ressorts ne sont pas parfaits en promptitude.

Ajoutez à cela que dans le premier tems du choc, il peut sortir de ces corps quelque quantité du fluide grossier qu'ils contiennent ; que cette quantité du fluide grossier a rapport à la force de la compression ; & qu'elle ne rentre pas dans ces corps au second tems du choc, ou qu'elle n'y rentre pas entierement. D'où il s'ensuit que ces corps ne doivent pas se rétablir entierement, & que par consequent leurs ressorts ne sont pas parfaits en force.

## II.

*Premiere cause des imperfections des ressorts : Le mélange des fluides dans un corps élastique.*



## III.

*Seconde cause des imperfections des ressorts : La fragilité des corps physiques.*

LA seconde cause des imperfections des ressorts, vient de la fragilité des corps physiques. Le Verre, par exemple, qui est si dur, si transparent, &c. est fragile. C'est un défaut, ou plutôt c'est une des propriétés qui le distinguent du Bronze, & de plusieurs autres corps. Si à tant de propriétés, qui dans le Verre facilitent l'action des petits Tourbillons, on pouvoit y ajouter celle d'être aussi peu fragile que le Bronze, il auroit sans doute plus de force élastique.

En effet si un très-grand coup peut briser une boule de Verre en des milliers de parties sensibles, un petit coup en brisera quelques parties insensibles. Quelques-unes se détacheront entièrement de sa surface ; d'autres en bien plus grand nombre, demeureront après ce petit choc dans chaque pore de cette boule, sans avoir aucune liaison avec les autres parties integrantes, dont elles ont été une fois séparées. La quantité de ces parties insensibles que l'esprit pur apperçoit à peine (parce que ce ne sont que des *indéfiniment petits du premier, du second, du troisième genre, &c.*) doit croître à proportion des forces comprimantes qui les déplacent. Ainsi dans l'instant que la restitution finit, tous les pores doivent demeurer un peu aplatis dans le sens qu'ils ont été comprimez.

Cet aplatissement que souffrent les pores des premières, des secondes, des troisièmes parties integrantes, &c. (lequel n'est qu'un indéfiniment petit du premier, du second, du troisième genre, &c.) est plus considérable vers le point d'attouchement, & diminué dans toutes les autres parties du solide, à proportion qu'elles en sont plus éloignées. La somme de tous ces très-petits aplatissemens, ne donne sur chaque boule vers le point du contact qu'un petit cercle, qui ne devient sensible, que lorsque les forces primitives sont considérables.

On peut faire choquer cent fois de suite deux mêmes boules d'Ivoire, par exemple, sans qu'on remarque de différences



différences sensibles dans leurs forces élastiques. Tant il est vrai que les dérangemens que le choc cause dans les corps durs, sont insensibles.

Maintenant il est facile d'expliquer physiquement, d'où vient, par exemple, que deux boules solides de Verre qui se sont choquées en sens contraires avec seize degrez de force, rejaillissent avec la plus grande partie de leurs forces primitives, & qu'elles n'en perdent que la seizième partie, ou environ.

Cela provient, sans doute, de ce qu'à la fin de la restitution, tous les pores demeurent un peu aplatis, dans le même état qu'ils l'étoient vers le commencement de la compression, lorsque les corps avoient déjà perdu un degrez de leur force. Ainsi dans l'instant que la restitution finit, ils doivent avoir recouvré leurs forces primitives moins un degrez, & par conséquent retourner en arriere avec quinze degrez de force.

C'est pourquoi deux corps durs qui se sont choquez avec des forces égales, doivent rejaillir avec des forces presque égales, & toujours proportionnées à leurs forces primitives, par un effet de la force centrifuge des petits Tourbillons, lorsque cet effet n'est pas entier ; c'est-à-dire, lorsqu'il est empêché en partie, soit par le mouvement d'un fluide grossier qui est renfermé dans ces corps, soit par leur fragilité, soit enfin par divers autres obstacles qui se trouvent dans les corps élastiques.

Maintenant pour appliquer la solution de ce seul cas de la question generale des Loix du choc des corps à ressort, à tous les autres cas possibles, il faut avoir une idée de ce que j'entends par le *rapport élastique* d'un corps. C'est le rapport de la force avec laquelle son ressort se débände, à celle qui l'a bandé. Par exemple, si deux corps se choquent avec des forces égales, & que l'on observe la vitesse primitive d'un de ces corps, & celle qu'il a après le choc : le rapport de celle-ci à celle-là, sera son rapport élastique ; parce que la force qu'il avoit

## I V.

*Les corps durs à ressort imparfait, doivent rejaillir avec des forces proportionnées à leurs forces primitives, à cause des forces centrifuges des petits Tourbillons.*



avant le choc, se détruit pendant que les ressorts se bandent ; & que par conséquent celle qu'il a après le choc lui vient uniquement de l'action des ressorts, ou des forces centrifuges des petits Tourbillons qui la produisent.

Si avec le secours de quelque machine, on fait choquer plusieurs fois deux corps, en leur donnant à chaque expérience différens degrez de vitesse ; on trouvera toujours que leurs rapports élastiques sont sensiblement égaux : Soit qu'ils ayent des masses égales ou inégales : Soit que l'un des corps soit en repos avant le choc, ou qu'ils soient l'un & l'autre en mouvement : Soit qu'ils ayent des mouvemens égaux ou inégaux ; contraires ou de même part : Soit que ces corps soient homogènes ou hétérogènes ; sphériques ou non sphériques ; semblables ou dissemblables : Soit que leurs ressorts soient prompts ou lents : Soit enfin que ces mêmes ressorts soient des plus accomplis dans tous les genres, ou qu'ils soient des plus imparfaits. En un mot dans tous les cas, les rapports élastiques seront égaux ; c'est-à-dire, que si dans un choc deux corps quelconques, perdent, par exemple, la douzième partie de leur force primitive ; dans un autre choc, ils perdront encore la douzième partie de leur force primitive.

*La machine de M. Mariotte suffit pour faire toutes ces expériences ; mais il est facile d'en construire une beaucoup plus parfaite, & plus commode. Je donnerai dans un Traité exprès la construction & l'usage de celle dont je me sers depuis long-tems, avec le détail des expériences que j'ai faites sur plusieurs sortes de corps, & de mes réflexions sur ces expériences. Dans la Piece qui a remporté le Prix, je n'ai employé qu'un seul Article \* à la pratique des expériences. Mais j'avois affaire à l'Académie. La plupart des Lecteurs ont besoin d'un plus grand détail, lequel servira d'ailleurs à confirmer l'idée des petits Tourbillons, & tous mes principes.*

\* C'est l'Article 80.

Il est vrai que lorsque deux corps n'ont pas beaucoup de consistance, ou qu'ils ont des ressorts fort lents ; on



remarque quelquefois une différence assez sensible dans leurs rapports élastiques. Mais il est facile de juger qu'alors cette différence vient principalement de ce que ces corps dans la durée du choc, parcourent ensemble un espace, qui par rapport à celui qu'ils parcourent séparément avant & après le choc, devient assez considérable pour mériter qu'on y ait égard.

Pour ôter toute difficulté, je suppose \* dans la seconde Partie de la Piece ; 1°. Que les deux corps qui se choquent, ont toutes leurs parties homogenes, ou ( ce qui revient à peu près au même dans la pratique ) qu'ils se choquent toujours précisément dans les mêmes points ; 2°. \* Que ce petit espace que le centre de gravité des corps, ou leurs points d'attouchement parcourent dans la durée du choc, est absolument insensible. Dans ces cas le rapport élastique des corps qui serviront aux experiences, sera toujours sensiblement constant. \* Art. 37. \* Art. 40. & 81.

Ce rapport toujours exact que l'on observe dans la Nature entre les forces qui font débander un ressort, & celles qui le font bander, pourra s'expliquer sans aucune peine ; si l'on veut concevoir avec moi qu'il y ait dans la Nature une force constante, uniforme, assez grande pour pouvoir toujours être proportionnée à toutes les forces des corps qui se choquent, & à tous les effets naturels qui résultent de leurs percussions, & qui varient à l'infini suivant les differens rapports que l'esprit apperçoit entre l'unité & zero.

Car le rapport élastique d'un ressort parfait est l'unité, celui d'un corps parfaitement dur, ou parfaitement mou est zero, celui des ressorts imparfaits peut être exprimé par le nombre infini de fractions qui sont comprises entre l'unité, & une fraction infiniment ou indéfiniment petite.

Cette force qui dans tous ces differens rapports tient routes choses en équilibre, qui ne l'emporte pas sur les plus petites forces, & qui contrebalance les plus grandes ; ne peut être autre chose, à ce qu'il me paroît, que



celle des petits Tourbillons de la matière subtile ; & je crois l'avoir suffisamment prouvé.

Ce ne sont après tout que des conjectures que je serai toujours prêt d'abandonner, si j'en trouve de mieux fondées ; c'est-à-dire, si l'on explique plus probablement que je ne l'ai fait, la cause d'une force qui puisse faire débâter les ressorts, soit parfaits, soit imparfaits, suivant des proportions toujours exactes. Je crois qu'il est très-probable, que cette force dépend de celle des petits Tourbillons. D'autres auront d'autres sentimens. Il suffira qu'ils les exposent clairement ; s'ils me paroissent plus probables, je me sens très-disposé à les embrasser.

V.  
*Les Loix du  
choc sont dédui-  
tes de l'idée des  
petits Tourbil-  
lons, de telle  
sorte qu'elles en  
sont indépen-  
dantes.*

**J**E dis plus. Que cette force qui produit le mouvement en arrière dans le choc des corps solides, dépende de celle des petits Tourbillons, ou de quelque autre telle que l'on voudra ; Que ce soit la dureté des corps, leurs forces primitives, leurs petits liens, leurs formes substantielles, &c ; Que ce soit le vuide absolu, la fluidité de la matière subtile, les lames spirales de l'Air, ou ses petits flocons, ou enfin ses pellicules ; En un mot, que ce soit une force quelconque, qui soit bien connue du Lecteur : J'avoue que je ne la connois pas encore pour cause physique ; mais je suis content, pourvu que l'on m'accorde que cette force quelconque est constante ; qu'elle est capable de se prêter à tous les effets du choc, & de les produire suivant des rapports invariables ; je n'en demande pas davantage pour la seconde Partie de la *Piece* qui a remporté le Prix.

Cette seule supposition que l'on m'accorde, me suffit pour trouver les loix générales du choc de tous les corps qui sont, ou qui peuvent être dans la Nature, pour rendre ces loix aussi incontestables que le sont les vérités géométriques, & pour les exprimer par des Formules qui sous des expressions très-simples, présentent la solution de toutes les questions Physico-Mathématiques, que l'on peut faire touchant les loix du choc des corps à ressort parfait ou imparfait.



Ainsi les Loix du choc, ou mes Formules generales qui les expriment, sont déduites de l'explication de la cause physique du ressort, comme le demande l'Academie; puis-que j'ai prouvé dans la Partie physique de la Piece qui a remporté le Prix, & dans ce Traité, par des raisons qui pourront paroître convaincantes à des esprits attentifs; qu'il y a dans l'Univers une force constante, qui fait que les ressorts se débandent avec des forces égales ou proportionnées à celles qui les ont bandées; & que cette force constante n'est autre chose que la force centrifuge des petits Tourbillons. D'où j'ai déduit la Loy IV. \* sçavoir, *Que le rapport élastique est constant dans les corps de même nature.*

\* 7<sup>e</sup>. Loix du choc. Art. 47.

Cependant ces loix sont tellement déduites de mon explication, que dans un sens elles en sont indépendantes. Car quelque supposition que l'on fasse, quelque système que l'on embrasse, de quelque nature que soient les corps solides qui se choquent; les quatre Loix \* d'où sont tirées mes Formules \*, se trouveront toujours conformes à la vérité.

\* Art. 44. 45. 46. & 47.

\* Art. 54.

Il sera toujours vrai de dire, suivant la premiere Loy, que deux corps qui se choquent, ne doivent cesser de se comprimer que dans l'instant que celui qui alloit le plus vite avant le choc, cesse d'aller le plus vite; & que par consequent dans l'instant que la compression cesse, les deux corps se sont tellement communiqué de leurs mouvemens, qu'ils tendent à aller de compagnie, & qu'ils iroient en effet de compagnie, s'il ne survenoît une nouvelle cause.

Il sera toujours vrai de dire suivant la seconde & la troisieme Loi, que la réaction est égale à l'action, ou que le choquant perd autant de force que le choqué en gagne, soit dans le premier, soit dans le second tems du choc.

Il sera toujours vrai de dire, suivant la quatrieme Loy, que le rapport élastique des corps de même nature est constant; soit encore une fois, que cette égalité de



rapport soit causée par la force constante des petits Tourbillons , soit par une qualité occulte , ou par un je ne sçais quoi.

En effet s'il y avoit quelques corps dans l'Univers dont le rapport élastique ne fut pas constant , il seroit bien inutile de chercher les loix de leur mouvement , puisqu'ils n'en auroient pas d'invariables.

VI.  
Conclusion de  
ce Traité.

AVant de finir ce Traité , j'ai quelques remarques à faire faire au Lecteur , touchant les bornes & l'étendue que je me suis crû obligé de donner au sujet que j'ai eu à traiter dans la Piece.

L'Academie demande expressement *les Loix du choc des corps à ressort parfait ou imparfait* ; elle n'ajoute pas , *soit par rapport à leur force , soit par rapport à leur promptitude*.

La promptitude des ressorts est une de leurs perfections , comme je l'ai fait remarquer dans le Chapitre II. Ainsi elle n'est pas étrangere au sujet proposé ; mais elle n'en fait pas le principal. Dans les Ouvrages imprimez ( au moins dans ceux que j'ai lûs ) où l'on explique les loix du choc des corps élastiques , on ne parle que de la force de leurs ressorts , & l'on ne considere pas leur promptitude. La premiere consideration est indépendante de la seconde ; & doit paroître beaucoup plus essentielle.

\* V. Loix du  
choc. Art. 35.

Les bornes d'un Memoire ne me permettant pas de traiter ces deux questions ; je n'ai pas balancé de me restreindre à la premiere , & j'ai eu soin d'en avertir \*. C'est par de semblables raisons que je n'ai point parlé du choc indirect. Je n'aurois pas répondu à ce qu'il y a de principal & de plus essentiel dans la question proposée ; si j'eusse omis les loix du choc des corps à ressort imparfait , puisque l'Academie les demande en termes formels ; que d'ailleurs cette question n'avoit pas été traitée jusqu'ici , au moins à fond ; & qu'enfin elle paroît être d'une grande utilité dans la Physique , où il



faut considerer les corps dans tous les degrez d'imperfection qu'ils ont , ou qu'ils peuvent avoir dans la Nature.

Les loix du choc des corps , soit parfaitement élastiques , soit parfaitement durs , sont expliquées au long dans plusieurs Ouvrages. Elles sont cependant exprimées très-generalement dans de simples Corollaires de mes Formules ; & ces Formules ne sont déduites que d'un petit nombre de Principes qui ne peuvent être contestez.

Il ne s'agit pas ici d'expliquer ces Formules. Ceux qui ont les premieres teintures du calcul litteral , les entendront sans aucune peine dans la *Piece* qui a remporté le Prix. Un Volume entier ne suffiroit pas pour developper , dans des Discours suivis , toutes les veritez qu'une seule Formule réunit en moins d'une ligne , & presente à l'esprit très-distinctement.

Après la lecture de ce Traité , on entendra sans aucune peine le Memoire *des Loix du choc* , à l'exception peut-être de la Proposition VI. qui sera le sujet d'un de mes Traitez. J'ai expliqué dans celui-ci la cause physique du ressort indépendamment de cette Proposition , en me bornant aux vûes que j'avois deux jours avant de finir la *Piece* qui a remporté le Prix. Cette Proposition a augmenté mes vûes sur cette matiere , & m'a donné lieu de faire plusieurs reflexions , dont avec le tems je ferai part au Public.

En tournant cette Proposition en tous les sens , je tâcherai de faire voir , que bien loin d'être contraire à la Regle de *Kepler* , comme on seroit d'abord porté à le croire , elle en est ou la consequence ou le principe : Qu'elle est conforme aux Loix de la Nature , & aux principes de Mechanique & de Géometrie ; Que de cette Proposition & de la Regle de *Kepler* jointes ensemble , resulte l'équilibre des Tourbillons ; cet ordre uniforme que nous observons dans l'Univers ; & peut-être enfin plusieurs effets naturels qui doivent nous faire sentir



à chaque instant la Toute-puissance & la Sagesse infinie de celui qui les opere, comme il lui plaît, suivant des regles invariables.

*Deus dedit his quoque finem.*

F I N.

Page 45. ligne 4. qu'adparavant, lisez, qu'avant.

Page 46. dernière ligne du Chap. V. lorsqu'ils sont parfaits en force, lisez, lorsque les ressorts sont parfaits en force.

---

*Le même Jombert vend la Piece qui a remporté le Prix en 1726. & une Piece qui a pour titre, Discours sur les Loix de la communication du Mouvement, qui a mérité les Eloges de l'Academie Royale des Sciences aux années 1724. & 1726. & qui a concouru à l'occasion des Prix distribuez dans lescdites années, par M. Jean Bernoulli, Professeur des Mathematiques à Basle & Membre des Academies Royales des Sciences de France, d'Angleterre & de Prusse.*







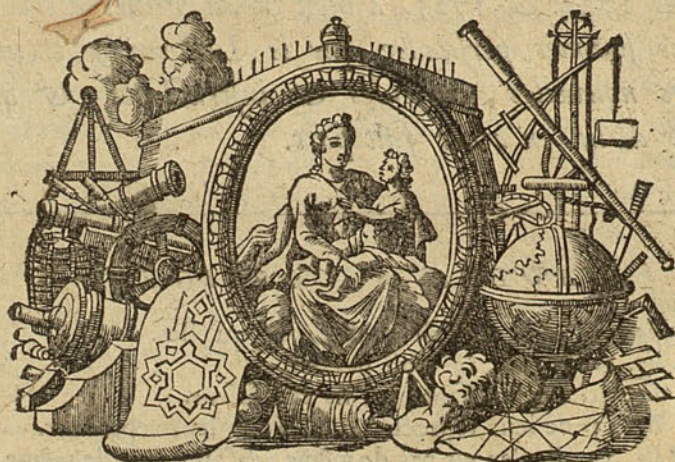




# DISCOURS SUR LES LOIX DE LA COMMUNICATION DU MOUVEMENT,

Qui a mérité les Eloges de l'Académie Royale des Sciences  
aux années 1724. & 1726. & qui a concouru à l'occasion  
des Prix distribuez dans lesdites années.

Par M. JEAN BERNOULLI, Professeur des Mathématiques  
à Basle, & Membre des Académies Royales des Sciences de  
France, d'Angleterre & de Prusse.



A PARIS, rue saint Jacques,  
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la rue des Mathurins,  
à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXVII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROT.



## LE LIBRAIRE AU LECTEUR.

**C**OMME l'Academie Royale des Sciences a parlé avantageusement & avec éloge, de l'Ouvrage de M. Bernoulli, dans l'Avertissement qu'Elle a mis à la tête de la Piece de M. Mac-laurin, & de celle du Pere Maziere; M. Bernoulli n'a pas fait difficulté de consentir que la sienne fût publiée. Nous la publions donc aujourd'hui, & avec d'autant plus de confiance, que l'illustre Academie a paru elle-même souhaiter que cet Ouvrage vit le jour, & que les excellentes choses qu'Elle y avoit remarquées, ne fussent pas perduës pour le Public. L'impression a été faite d'après le Manuscrit envoyé à cette Compagnie pour le Prix; & l'un des Juges nommez par Elle aux années 1724. & 1725. a bien voulu veiller à cette impression. Nous sommes persuadés que le Lecteur y trouvera des Recherches nouvelles, curieuses & instructives, & qu'il nous sçaura gré de lui en avoir fait part.

---

### FAUTES A CORRIGER.

**P** Age 46. ligne 9. Art. 7. voir quels, lisez qu'elles.

Page 47. lig. 6. n'a pas, lisez n'ait pas été.

lig. 11. ils choisissent, lisez ils choisisissent.

lig. 13. de leur reprocher, lisez de le leur reprocher.

lig. 19. il n'en est pas de même, lisez il en est de même.

même lig. quel que soit, lisez quelle que soit.



# LETTRE

A MESSIEURS DE L'ACADEMIE  
Royale des Sciences, servant de Preface  
au Discours suivant.



MESSIEURS,

*L'Auteur de ce Discours sur la communication du Mouvement, a l'honneur de vous le presenter ; il l'a composé à l'occasion de la premiere des Questions qu'il vous a plu de proposer aux Sçavans de l'Europe. Messieurs Huguens, Mariotte, Wren, Wallis, & quelques autres habiles Mathematiciens, ont écrit solidement sur cette matiere, & nous ont laissé des regles, suivant lesquelles les corps doivent se communiquer leur mouvement ; mais peu satisfait de tirer par une espece d'induction la regle generale des cas les plus simples, l'Auteur s'est prescrit une methode differente de la leur, & en même tems plus naturelle. Il remonte à la source, & embrassant toute l'etendue de son sujet, c'est sur les principes même de la Mechanique qu'il établit la regle generale de laquelle il déduit ensuite, comme autant de Corollaires, les regles particulieres à chaque cas.*

*On n'a eu jusqu'ici qu'une idée assez confuse de la force des corps en mouvement, à qui M. de Leibnitz a donné le nom de Force vive. L'Auteur s'est non-seulement attaché à mettre cette matiere dans son jour, & à faire sentir en quoi consiste la difficulté élevée entre ce grand homme, & ceux d'un parti opposé, mais encore à prouver par des demonstrations directes & toutes nouvelles, une verité que M. de Leibnitz lui-même, n'a*



jamais prouvée qu'indirectement : sçavoir, que la force vive d'un corps n'est pas proportionnelle à sa simple vitesse, comme on l'a crû communément, mais au quarré de sa vitesse : & il espere qu'après ce qu'il en dit ici, personne ne doutera plus de la vérité de cette proposition. Aussi non content de déterminer ce qui doit arriver à deux corps qui se choquent, soit directement, soit obliquement, l'Auteur détermine ce qui résulte du choc d'un corps, qui en rencontre deux ou plusieurs autres à la fois, selon différentes directions : Problème si épineux que personne n'avoit encore entrepris de le résoudre. Et comment en seroit-on venu à bout ? puisque sa résolution suppose une connoissance exacte de la theorie des forces vives.

Cette theorie ouvre un chemin facile à plusieurs veritez importantes. Elle a fourni à l'Auteur une résolution du Problème précédent, qui paroît avoir quelque chose de singulier ; la maniere de déterminer la perte actuelle des vitesses dans un milieu résistant, & un moyen aisé de trouver le centre d'oscillation dans les Pendules composées. Au reste c'est à vous, MESSIEURS, à juger si cet Ouvrage répond à l'attente de son Auteur. Plein d'estime & de considération pour votre illustre Corps ; il le regarde comme un Tribunal sans apel, au jugement duquel on défere d'autant plus volontiers, que toute l'Europe sçait qu'un esprit de discernement & d'équité, regne dans vos sçavantes Décisions.

L'Auteur oseroit-il se flatter, MESSIEURS, que vos suffrages lui seront favorables ? On se persuade aisément ce qui fait plaisir ; quel que puisse être cependant le succès de son entreprise, il fera toujours infiniment plus de cas de l'honneur de votre approbation, que de la récompense qui y est attachée.

S'il lui restoit encore quelque chose à desirer, ce seroit, MESSIEURS, de pouvoir vous convaincre de la parfaite considération, & du devouement sincere avec lesquels il a l'honneur d'être,

MESSIEURS,

Votre très-humble & très-obéissant  
serviteur,






# DISCOURS

## SUR LES LOIX DE LA COMMUNICATION DU MOUVEMENT,

Contenant la solution de la premiere Question  
proposée par Messieurs de l'Academie Royale  
des Sciences, pour l'année 1724.

### CHAPITRE PREMIER.

*De la dureté des Corps : Définition de la dureté selon  
les différentes idées qu'on peut en avoir.*

I.  L'ACADEMIE Royale des Sciences ayant  
proposé deux Prix pour les années 1724.  
& 1726. qui seront distribuez à ceux qui,  
au jugement de cette celebre Compagnie,  
auront le mieux réussi à résoudre deux  
Questions différentes, j'ai crû que son invitation s'adres-  
sant à toutes les Nations, il m'étoit permis d'essayer mes  
forces sur un sujet, où je ne courois d'autre risque que  
celui d'employer en vain une partie de mon tems & de  
ma peine à composer ce Discours : ce que je dis seule-  
ment par raport à l'utilité qui pourroit m'en revenir ;



car quel qu'en soit d'ailleurs le succès, j'aurai du moins la satisfaction d'avoir fait de nouvelles découvertes, auxquelles je n'aurois peut-être jamais pensé sans cela.

2. Un prix de 2500 liv. est destiné à celui qui résoudra la première Question, conçue en ces termes :

» Quelles sont les loix suivant lesquelles un corps parfaitement dur, mis en mouvement, en meut un autre de même nature, soit en repos, soit en mouvement, qu'il rencontre, soit dans le vuide, soit dans le plein.

3. Mais avant de m'engager dans la recherche de cette Question, je commencerai par expliquer ce que j'entends par le mot de *dureté*. C'est le sort des termes qui servent à exprimer le sujet de quelque sensation, de ne nous donner qu'une idée vive & confuse de l'objet qui la fait naître.

Eclaircissions donc un mot équivoque par lui-même, & par les diverses idées qu'on y a attachées ; & après avoir défini ce que nous entendons par *dureté*, il sera aisé de nous former de ce mot une idée nette & précise.

Le Philosophe & le Geometre soigneux de conserver à leurs démonstrations la clarté & l'évidence, doivent éviter avec soin toute maniere de parler ambiguë.

4. Le nom de *dureté* est un de ces termes qui ne signifient pas la même chose, même chez les Philosophes. Je ne m'amuserai point ici à examiner les différentes idées qu'on y a attachées en divers tems, ce seroit m'écarter de mon sujet. Je me contenterai d'indiquer en peu de mots, l'idée que la plupart des Philosophes se sont formés de la *dureté*. On croit communement qu'un corps est dur, lorsque ses parties étant en repos les unes auprès des autres, leur liaison ne peut être interrompue que par une force extérieure, & que cette *dureté* est d'autant plus parfaite, qu'il faut une plus grande force pour en séparer les parties. Selon cette idée, un corps seroit parfaitement dur, dans le sens d'une perfection absolue, lorsque ses parties ne pourroient être séparées par aucun effort fini, quelque grand qu'on le suposât. Les partisans



des Atomes ont attribué une dureté de cette nature à leurs Corpuscules Elementaires : idée qui paroît être la véritable , lorsque l'on ne considère les choses que superficiellement ; mais qu'on s'aperçoit bien-tôt renfermer une contradiction manifeste pour peu qu'on l'aprofondisse.

5. En effet un pareil principe de dureté ne sçauroit exister ; c'est une chimere qui repugne à cette loy generale que la nature observe constamment dans toutes ses operations ; je parle de cet ordre immuable & perpetuel , établi depuis la création de l'Univers , qu'on peut appeller **LOY DE CONTINUITE**, en vertu de laquelle tout ce qui s'exécute , s'exécute par des degrez infiniment petits. Il semble que le bon sens dicte , qu'aucun changement ne peut se faire par fault , *natura non operatur per saltum* ; rien ne peut passer d'une extremité à l'autre , sans passer par tous les degrez du milieu. Et quelle connexion concevrait-on entre deux extremités opposées indépendamment de toute communication de ce qui est entre deux ? Si la nature pouvoit passer d'un extrême à l'autre , par exemple , du repos au mouvement , du mouvement au repos , ou d'un mouvement en un sens , à un mouvement en sens contraire , sans passer par tous les mouvemens insensibles qui conduisent de l'un à l'autre ; il faudroit que le premier état fut détruit , sans que la nature scût à quel nouvel état elle doit se déterminer ; car enfin par quelle raison en choisiroit-elle un par préférence , & dont on ne pût demander , pourquoi celui-ci plutôt que celui-là ? puisque n'y ayant aucune liaison necessaire entre ces deux états ; point de passage du mouvement au repos , du repos au mouvement , ou d'un mouvement à un mouvement opposé ; aucune raison ne la détermineroit à produire une chose plutôt que toute autre.

6. Je veux qu'on aperçoive dans la nature des effets si prompts , qu'on ne remarque aucun intervalle entre le commencement & la fin de leurs actions ; s'ensuit-il delà qu'il n'y en ait aucun ? & tous ceux qui sont con-



vaincus que tous les genres de quantité sont divisibles à l'infini, auront-ils de la peine à diviser la plus insensible durée en un nombre infini de petites parties, & à y placer tous les degrez possibles de vitesse, depuis le repos jusqu'à un mouvement déterminé, par exemple, depuis le commencement d'un éclair, jusqu'à son entier évanouissement ?

7. Concluons donc que la dureté prise dans le sens vulgaire, est absolument impossible, & ne peut subsister avec la loy de continuité. Un peu de reflexion mettra cette verité dans son jour. Supposons que deux corps durs en ce sens, & parfaitement égaux, se rencontrent directement avec des vitesses égales, je dis qu'ils doivent de toute nécessité ou s'arrêter tout court en se choquant, ou rebrousser chemin après s'être choquez ; il impliquerait que des corps durs se penetraissent ; mais ces corps ne sçauroient s'arrêter tout court, sans passer subitement du mouvement au repos, de l'être au non être, ce qui repugne à la loy de continuité : ni réfléchir dans le second cas, qu'ils ne changent tout d'un coup leurs vitesses affirmatives, en une vitesse negative, sans avoir parcouru auparavant toutes les diminutions successives de la premiere vitesse, jusqu'à sa destruction totale, & de la remonter par de pareilles augmentations, en une vitesse en sens contraire ; ce qui est également opposé à cette loy.

8. Et certes ces raisons sont telles, qu'il ne me paroît pas possible que la dureté prise dans le sens que nous venons de refuter, puisse quadrer avec les loix fondamentales de la nature : aussi rejettai-je les prétendus atômes parfaitement solides, que quelques Philosophes ont admis ; ce sont des corpuscules imaginaires qui n'ont de réalité que dans l'opinion de leurs partisans.

9. Mais après avoir détruit la fausse idée qu'on se forme ordinairement de la dureté, il est juste de lui en substituer une nouvelle, propre à expliquer d'une maniere intelligible, les phenomenes que nous connoissons, & sur



tout les loix de la communication du mouvement.

Pour cela je conçois d'abord la matiere, en tant que matiere, comme étant parfaitement fluide de sa nature; enforte qu'aucunes de ses particules, quelques petites qu'on les suppose, n'ont aucune cohesion necessaire entr'elles; mais telles cependant que ces mêmes parties ont pû s'amasser en de petites molecules élémentaires dont se font formez les corps sensibles de différentes qualitez, les uns liquides, les autres mous, & d'autres plus ou moins durs, selon les differens concours, les différentes figures, & les divers mouvemens de ces molecules élémentaires, & des particules qui passant par leurs interstices, les tiennent ou separez comme dans les fluides, ou qui les compriment plus ou moins fortement, forment des corps que le Vulgaire, qui n'en juge que par les sens, nomme *durs*, à proportion de la resitance que les parties de ces corps oposent à la force qui tend à les separer.

10. Et qu'on ne me demande point une raison Physique de la compression de ces molecules élémentaires, & de celle des corps durs & sensibles qu'ils composent. Mon but n'a point été de m'engager dans cette recherche; j'explique simplement ici ce que j'entens par le mot de *dureté*; & j'en donne une idée propre à rendre raison des proprietes connues de la communication du mouvement, & à découvrir celles qui ne sont point encore connues, & que l'experience pourra verifier; & c'est aussi tout ce que l'Academie exige de moi dans cette occasion.

11. Cette compression d'une matiere étrangere qui environne les corps sensibles, & leurs molecules élémentaires, peut être si grandes par la structure particuliere de quelques-uns de ces corps, qu'il faut employer un degré de force très-violent, non-seulement pour en separer entierement les parties, mais à leur faire simplement changer de figure; tels sont, par exemple, la plupart des métaux, qui quoique très-difficile à être divisez, cedent pourtant au marteau, & s'aplatissent. Ces sortes de corps sont durs, mais d'une dureté imparfaite, en ce qu'après



avoir perdu leur premiere figure, ils ne reprennent pas celle qu'ils avoient avant d'avoir subi la force qui l'a changée.

12. Il est d'autres corps dont les particules sont si adherentes les unes aux autres, soit que cela vienne d'une compression étrangere, ou de quelqu'autre cause, qu'outre la difficulté qu'on trouve à les briser, ils recouvrent sur le champ leur premiere situation, si quelque force exterieure les contraint de se plier, dès que la force qui les contraignoit cesse d'agir sur eux, les corps comparez à ceux de la premiere sorte, ont plus de dureté qu'eux.

13. Je n'entre point à présent dans la cause Physique de cette derniere espece de dureté, il me suffit de sçavoir qu'il y a des corps capables de ressort, ou doüez d'une vertu élastique; je ne nie pourtant pas que cet effet puisse provenir de l'effort d'une matiere subtile, qui agissant sur les pores retrecis des corps élastiques, presse les parois de ces pores, & s'efforce de les remettre dans leur premier état.

14. Figurons-nous, par exemple, un ballon rempli d'un air condensé; à ne considerer cet air qu'en lui-même, c'est sans doute une matiere fluide: cependant dès qu'il est renfermé dans un ballon, il fait avec ce ballon un corps dur, parce qu'étant comprimé par une force exterieure, & ne pouvant échaper par aucun endroit, il résiste à cette force, & rend au ballon sa premiere figure, dès que la force qui le comprimoit cesse d'agir. Augmentons à présent la densité de l'air renfermé dans ce ballon, jusqu'à un degré immense de résistance, en sorte qu'il faille une force extrême pour comprimer ce ballon: je ne vois pas, à en juger par les sens, en quoi un pareil ballon differeroit des corps qu'on appelle durs.

15. Concevons enfin un nombre infini de petits balons pleins d'un air extrêmement condensé, renfermé sous une envelope commune, & suposons que chaque portion de cet amas, quelque petite qu'elle puisse être, est elle-même renfermée sous sa propre envelope, nous aurons  
une



une idée de ce que j'appelle dureté dans les corps. Les petits ballons répondront aux molécules élémentaires ; & les envelopes tant celles qui renferment une portion de cet amas, que la masse même, tiendront lieu dans cet exemple d'un fluide ambiant, qui par son activité presseroit & comprimerait en tout sens la masse entière, & chacune de ses plus petites particules. Donnons à présent un degré immense d'élasticité à l'air contenu dans ces petits ballons, & nous verrons que leur masse entière, ni aucune portion de cette masse, ne pourra plus être comprimée sensiblement, par une force nouvelle finie, quelque grande qu'on la suppose. Je dis *sensiblement*, car la résistance élastique de l'air n'est jamais absolument invincible, quand même elle seroit infinie. On retomberoit autrement dans le cas d'une dureté imaginaire, toute force qui agit sur un ressort, quelque fortement tendu qu'il soit, le bande davantage, & l'oblige de plier encore un peu, quand même la différence en seroit tout-à-fait imperceptible, & cette différence devient infiniment petite, lorsqu'un effort fini agit sur un ressort d'une force infinie.

16. Un corps sera donc dur conformément à l'idée que nous venons de donner de la dureté, lorsque ses parties sensibles changeant difficilement de situation : un ressort très-prompt & très élastique rend leur première situation dans un tems insensible aux parties de ce corps, qui ont été tant soit peu pliées par le choc d'un autre corps ; cette élasticité est parfaite lorsque toutes les parties pliées reprennent leur premier état : elle est imparfaite lorsque quelques-unes de ces parties n'y retournent plus. On peut donner le nom de roideur à l'élasticité parfaite, cette roideur peut être finie ou infinie, & elle est d'autant plus grande qu'il faut un effort plus considérable pour comprimer ce corps à un degré donné ; la roideur est infinie dans un corps, ou ce corps est infiniment roide lorsqu'il faut une pression infinie pour comprimer ce corps à un degré fini, ou une pression finie pour le



compresser à un degré infiniment petit.

17. Quoiqu'à proprement parler, il n'y ait point de corps dans la nature qui soient infiniment roides, il y en a pourtant un grand nombre qui le sont à un point, qu'une pression immense les comprime à peine sensiblement. Ainsi, par exemple, une boule d'acier supporte un poids de mille livres, sans changer sensiblement de figure. Il est vrai que ces mêmes corps cedent facilement lorsqu'on les réduit en plaques minces; & l'expérience montre que rien n'est plus aisé à plier qu'une lame d'acier. Mais aussi on doit attribuer cette grande facilité à l'action du levier, chaque point d'un corps étendu en long tenant lieu d'hypomochlion, en sorte que le moment de la force appliquée aux extrêmités de ce corps, est comme infini, par rapport à la résistance des parties très proches de ce point.

18. J'entendrai donc toujours dans la suite de ce discours, par corps durs, des corps roides; & quoiqu'il n'y ait point de corps parfaitement durs, puisque leur dureté devrait consister dans une roideur actuellement infinie, je ne laisserai pas de considérer comme tels ceux qui ont une roideur extrême, & d'autant plus que les corps parfaitement élastiques observent les mêmes loix dans la communication du mouvement, que si leur élasticité étoit ou pouvoit être actuellement infinie; car ces loix dépendent uniquement de l'élasticité parfaite, en vertu de laquelle les corps se redressent parfaitement, après un choc souffert, indépendamment de la promptitude avec laquelle se fait ce redressement, ou cette restitution à leur premier état.

19. Je supposerai même d'abord des corps durs, dans le sens vulgaire des Philosophes, quelque répugnance qu'il y ait entre ce système & la loi de continuité, ausquels au deffaut d'une élasticité naturelle, j'appliquerai par dehors des ressorts artificiels, & cela seulement pour rendre plus intelligibles les démonstrations des effets qui résultent du choc des corps naturellement élastiques.



## CHAPITRE II.

*Comment le Mouvement se détruit & se reproduit par la force du ressort. Egalité de l'action & de la réaction. Solution de quelques Problèmes.*

## H I P O T H E S E.

1. **T**out corps mû dans le vuide continuera toujours à se mouvoir avec la même vitesse, & dans la même ligne droite qu'il a commencé à parcourir, à moins qu'il ne rencontre un obstacle qui l'empêche ou le détourne.

Cette proposition est un de ces axiomes reconnus de tout le monde, & qui par cela même n'ont aucun besoin de preuve.

## P R O P O S I T I O N.

2. Un corps dur pris dans l'une ou l'autre signification, rencontrant directement avec une vitesse déterminée un ressort d'une élasticité parfaite, dont un bout est appuyé contre un plan inébranlable, ou contre un point fixe, sera repoussé selon la même direction & avec la même vitesse.

Cette Proposition est claire, & sa vérité saute aux yeux pour peu d'attention qu'on fasse à la nature de l'action & de la réaction qui sont toujours égales entre elles; car dans le premier instant que le corps atteint le ressort débandé, ce ressort est contraint de se resserrer, & par là il acquiert un peu de force, au moyen de laquelle le ressort résiste un peu au corps, & lui ôte par conséquent un peu de sa vitesse. Dans le second instant le corps comprimant encore un peu le ressort, celui-ci reçoit un nouveau petit degré de force, & fait encore perdre au corps quelque peu de sa vitesse; & cela continué ainsi



par tous les degrez infiniment petits , jusqu'à ce que la vîtesse du corps étant éteinte , il ait communiqué toute sa force au ressort , par un nombre infini de diminutions élémentaires ou infinimens petites. Mais dès que le corps est parvenu au repos , le ressort commence à se débander & à lui rendre successivement dans un ordre renversé de temps , ces mêmes élémens de vîtesse qu'il lui avoit ôté ; en sorte que la perte du dernier élément de vîtesse , sera réparée dans le premier instant ; celle du pénultième dans le second instant ; celle de l'antépénultième dans le troisième , & ainsi de suite , jusqu'à ce que le ressort étant entierement débandé , le corps aura regagné sa première vîtesse , mais en un sens contraire. *C. Q. F. D.*

## S C H O L I E I.

3. Je ne crois pas que cette proposition puisse se prouver autrement , c'est en quoi consiste l'égalité de l'action & de la réaction. Toute action se fait successivement & par élémens , quelque petite que paroisse la durée de l'action entière. Ainsi le choc de deux corps qui paroît commencer & finir dans le même instant , ne laisse pas d'être d'une durée , qui , à parler proprement , & en des termes de Geometrie , a ses élémens , je veux dire un nombre infini de parties infiniment petites.

## S C H O L I E II.

4. Rien n'oblige de supposer un ressort tout-à-fait lâche ou débandé avant le choc , on peut au contraire le supposer déjà bandé par un degré de force déterminé , & retenu par quelque arrêt , pourvu que la situation de cet arrêt soit telle , qu'elle laisse au ressort la liberté d'être plus fortement bandé , & de retourner à son premier état sans sortir du degré de tension dans lequel cet arrêt le retient : ceci étant une fois admis , je ne vois pas pourquoi la démonstration précédente ne pourroit pas s'appliquer également au cas suivant.

FIG. I. 5. *ABMN*, est un cylindre creux fermé en *AB*, &



ouvert en  $MN$ , dont la partie  $ABDE$  est remplie d'un air condensé qui faisant effort pour se dilater, en est empêché par le diaphragme mobile  $DE$ , lequel pressé par l'effort de l'air enfermé, ne peut ni céder, ni se mouvoir vers l'ouverture  $MN$ , à cause de l'obstacle  $CC$ , quoiqu'il puisse être repoussé vers le fond  $BA$ ; supposons à présent une boule  $G$ , qui se mouvant dans la cavité du cylindre, tende vers le diaphragme  $DE$ , avec une vitesse donnée  $GE$ , je dis que la vitesse de cette boule commencera à diminuer par degrez, dès qu'elle aura choqué le diaphragme  $DE$ , pendant que la densité de l'air enfermé augmentera à proportion du mouvement de ce diaphragme vers  $AB$ , jusqu'à ce que ce diaphragme étant enfin parvenu à une certaine situation  $d, e$ , la vitesse de la boule soit entièrement anéantie. Mais il est évident que la boule  $G$  se trouvant dans un état de repos, l'air condensé dans l'espace  $ABde$ , reprendra le dessus, & repoussera le diaphragme & la boule vers  $MN$ , avec une acceleration tout-à-fait égale à la \* retardation que cette boule a souffert, en s'enfonçant de  $DE$  en  $de$ , & que le diaphragme  $de$ , étant d'ailleurs retenu en  $DE$  par l'obstacle  $CC$ , la boule  $G$  doit le quitter en  $DE$ , & rebrousser chemin contre  $MN$ , avec sa première vitesse  $EG$ .

6. La maniere de déterminer par le calcul, la loi de la retardation de la boule  $G$ , lorsqu'elle commence à pénétrer dans l'espace  $ABDE$ , ou de son acceleration, lorsqu'ayant atteint le plan  $de$ , elle commence à rebrousser chemin; renferme deux cas qu'il est à propos d'examiner à part: dans le premier où l'on suppose l'air extrêmement condensé, son élasticité peut être si grande, ou la vitesse de la boule  $G$  si petite, que l'espace  $DE$  qu'elle parcourt, n'est pas comparable, ou n'a aucune raison sensible à l'espace total  $DA$ : dans le second cas, l'air  $AD$  n'est pas assez comprimé fortement, ou la boule  $G$  a une vitesse trop grande pour que l'espace  $De$ , n'ait pas un ra-

\* J'entends par retardation, l'effet que produit le retardement, considéré comme cause.



port sensible à la totalité de l'espace  $DA$ .

7. Dans le premier cas, la retardation & l'accélération seront uniformes par rapport aux tems, ainsi qu'elle se remarque dans les corps pesants qui montent ou qui descendent perpendiculairement par l'action de leur pesanteur; car de même que la pesanteur étant une fois constante & invariable, ajoute ou ôte au mobile un petit degré de vitesse dans chaque instant, ainsi la résistance de l'air enfermé dans l'espace  $ABDE$ , que la boule  $G$  doit vaincre en pénétrant jusqu'en  $de$ , est invariable pendant tout le tems que cette boule parcourt l'espace  $De$ ; car la partie  $Ed$  du cylindre  $EB$ , ayant par la supposition une raison infiniment petite au cylindre entier  $EB$ , il est visible que l'élasticité de l'air réduit dans l'espace  $eB$ , ne peut pas être sensiblement plus grande qu'elle étoit avant sa réduction, pendant qu'elle occupoit encore l'espace  $EB$ ; concluons donc que la force de l'élasticité résiste uniformément dans ce cas, & repousse la boule  $G$ , de même que la pesanteur résiste aux corps pesants, & les repousse quand ils montent.

8. Dans le second cas, la retardation de la boule  $G$  en s'approchant du fonds  $AB$ , ou son accélération en s'en éloignant, n'est plus uniforme, parce que l'air étant plus comprimé à mesure que la boule pousse le diaphragme vers le fond  $AB$ , il est évident que cet air acquiert plus de force pour retarder ou accélérer le mouvement de la boule quand il est plus condensé que quand il l'est moins; on ne peut donc déterminer la loi de cette retardation, ou de cette accélération, qu'on ne suppose auparavant, ou qu'on ne connoisse la proportion qui regne entre les accroissemens, de l'élasticité de l'air & ses densitez. Des expériences souvent répétées ont prouvé que l'élasticité de l'air, lorsqu'on fait abstraction de ses autres qualitez, est sensiblement proportionnelle à sa densité, & que par conséquent la force avec laquelle il résiste, quand la boule est en  $DE$ , est à la force dont il résiste, lorsque cette boule est en  $de$ , com-



me la densité que l'air a lorsqu'il occupe l'espace  $AD$ , est à sa densité, lorsqu'il occupe l'espace  $Ad$ , ou ce qui revient au même, ces efforts sont en raison reciproques du cylindre  $Ad$ , au cylindre  $AD$ , ou comme  $Ae$ , est à  $AE$  prenant donc  $AE = a$ , & la variable  $AF = x$ ; ce qui reste de vitesse à la boule  $G$ , ou ce qu'elle en a acquis lorsqu'elle est parvenue en  $F$ , soit en allant vers le fonds, soit en revenant  $= v$ : la force ou la résistance de l'air sera  $= \frac{1}{x}$ , & par conséquent conformément à ce que j'enseignerai au Chapitre 13, où on verra une methode generale de déterminer les vitesses des corps mûs contre des forces qui résistent; l'élément de la vitesse  $dv$ , sera  $= \frac{dx}{xv}$ . Donc  $v dv = \frac{dx}{x}$ , donc  $\frac{1}{2} vv = lx$ , j'entends par  $lx$  le logarithme de  $x$ , & dans le cas où  $x$  devient  $= a$ , on aura  $\frac{1}{2} vv = la$ . Ainsi le quarré de la vitesse au point  $F$  est au quarré de la vitesse au point,  $E$  comme le logarithme de  $AF$  est au logarithme de  $AE$ , les vitesses elles-mêmes sont donc en raison sous-doublée des logarithmes des intervalles qui sont entre la boule  $G$  & le fond  $AB$ , il faut remarquer que le point  $e$  étant le terme jusqu'où la boule peut avancer, & où sa vitesse se réduit à rien; la ligne  $Ae$  doit être prise pour l'unité, afin que son logarithme soit  $= a$ .

9. On n'a fait aucune attention dans le calcul precedent, à la force de l'air extérieure qui agit sur le diaphragme  $DE$ ; mais supposons cette force, on en déterminera les vitesses par la même methode. Il n'y aura pour cela qu'à retrancher de la force de l'air condensé, celle avec laquelle l'air extérieur comprime la boule ou le diaphragme vers le fond  $AB$ , & considerer le reste, comme la force qui retarde ou accelere la vitesse de la boule: en voici le calcul: soit l'élasticité de l'air contenu dans le cylindre  $ABDE$ , dont la longueur est  $AE$ , égale à l'élasticité de l'air extérieur, le diaphragme  $DE$ , sera également pressé par l'air du dehors & par celui du dedans;



mais puisque j'ai exprimé la force de l'air condensé dans le cylindre, dont la longueur est  $AF$  par  $\frac{1}{x}$ ; la force de l'air contenu dans l'espace  $ABDE$ , égale à la force de l'air extérieur, qui presse la boule vers  $AB$ , sera  $= \frac{1}{a}$ , parce que ces deux forces sont en raison réciproque de  $AF$  à  $AE$ ; la force qui retarde ou qui accélère, sera donc exprimée par  $\frac{1}{x} - \frac{1}{a} = \frac{a-x}{ax}$  dont on tirera par la méthode précédente  $\frac{a-x}{ax} dx = dv$ , ou  $v dv = \frac{a-x}{ax} dx = \frac{dx}{x} - \frac{dx}{a}$ , & par conséquent  $\frac{1}{2} vv = lx - \frac{x^2}{a}$ , d'où je conclus que le quarré de la vitesse dans chaque point  $F$ , est comme le logarithme de  $AF$  diminué d'une partie toujours semblable de  $AF$ , & que le point  $e$ , dans lequel  $lx$  devient  $= \frac{x^2}{a}$ , est le terme où finit la vitesse de la boule, & où recommence son mouvement en sens contraire vers  $MN$ .

10. On auroit ici occasion, si le sujet le permettoit, de faire des reflexions sur la juste longueur qu'on doit donner aux pièces d'Artillerie, & aux canons de Mousquets, afin qu'ils portent le boulet ou la balle le plus loin qu'il est possible; je me contenterai d'indiquer ce qu'il y a de plus facile à concevoir.

On prouve par expérience que la poudre à canon renferme dans ses pores un air extrêmement comprimé, & dont la densité, & par conséquent aussi l'élasticité est plus de cent fois plus grande que la densité & l'élasticité de l'air commun, le feu étant mis à la poudre, ouvre de toutes parts les petites cellules qui retenoient cet air, lequel sortant rapidement, s'unit à une masse, & se dilate avec une impetuositè augmentée encore considérablement par la chaleur, qui comme on le sçait, contribue beaucoup à l'effort que l'air fait pour se dilater; c'est de cette dilatation aussi subite que violente, que dépendent ces prodigieux effets qu'on remarque dans la poudre enflammée. Appliquons ceci à un canon chargé, dès que la  
poudre



poudre à pris feu, l'air se dilate brusquement, & le boulet qu'il pousse commence à se mouvoir, avec une acceleration extrêmement précipitée, & qui ne finiroit même jamais, quelque longue que fut la piece, si l'air extérieur ne s'oposoit au mouvement du boulet. Une piece ne scauroit donc être trop longue, si on n'avoit égard qu'à la dilatation de l'air intérieur qui cherchant continuellement à s'étendre de plus en plus, accélèroit sans cesse le mouvement du boulet. Mais comme l'air extérieur opose aussi de son côté une force égale & uniforme au mouvement du boulet, qu'il s'efforce de repousser vers le fonds de la piece, il est visible que contrebalançant une partie de la force de l'air intérieur, il la rend inutile; de sorte que l'acceleration du boulet n'est causée que par l'excès de la force intérieure par dessus celle de l'air extérieur; cette acceleration cesse même, & dégénère en un mouvement retardé, dès que l'air intérieur est parvenu à un degré de consistance égal à celui de l'air extérieur. C'est dans ce moment que la vitesse du boulet est la plus grande; & c'est aussi jusques-là que la longueur de la piece devoit s'étendre, pour que le boulet ait au sortir de l'ame la plus grande vitesse possible.

II. Ce que nous venons de dire se confirme par l'équation précédente de la détermination de la vitesse

$\frac{a-x}{axv} dx = dv$ ; car par la methode de *maximis*, on doit supposer la différentielle de la vitesse  $dv = \text{à zero}$ , & l'on aura  $\frac{a-x}{axv} dx = 0$ , ce qui donne  $x = a$ , & par conséquent  $\frac{1}{x} = \frac{1}{a}$ ,

d'où il paroît que l'élasticité de l'air intérieur désigné par  $\frac{1}{x}$  doit être égale à  $\frac{1}{a}$ , qui désigne l'élasticité de l'air extérieur ou naturel: supposé donc que l'air contenu dans une charge de poudre au moment qu'il en sort, & qu'il remplit l'espace que cette poudre occupoit auparavant, est cent fois plus dense que l'air naturel: il s'ensuit que le canon devoit être pour le moins cent fois plus grand que cet espace-là, si on avoit égard à plusieurs circon-



stances particulieres, ausquelles on n'a point fait d'attention dans ce raisonnement. Telles sont, par exemple, le frottement du boulet, une partie de la poudre que la violence du coup porte hors du canon avant quelle ait pris feu : l'air même dilaté qui se dissipe inutilement par la lumiere, & en s'échappant par l'évent entre l'ame de la piece, & l'épaisseur du boulet, &c. toutes raisons qui diminuant considerablement l'effort de la poudre, empêchent qu'on ne donne aux canons la longueur excessive que leur assigne le calcul. Je n'entre point ici dans plusieurs autres considerations qui ne permettent pas de faire les pieces aussi longues qu'elles le devroient être, si on n'envisageoit que la force avec laquelle la poudre agit sur le boulet.

12. Disons un mot de l'arquebuse à vent, il est aisé de voir par ce que je viens d'expliquer, que la longueur de son canon sera la plus avantageuse, mesurée depuis l'endroit où repose la balle jusqu'à son embouchure ; si toute sa capacité est à celle de l'espace dans lequel est renfermé l'air condensé, comme le nombre de fois moins un, que cet air est plus dense que l'air naturel est à l'unité. Suposant donc que la densité de cet air renfermé, soit dix fois plus grande que la densité de l'air dans son état naturel ; la plus grande compression à laquelle l'air ait encore pu parvenir ; le canon devra avoir neuf plus de capacité, que l'espace qui contient l'air resserré par la pompe, afin que l'air condensé se trouve après sa dilatation, de même densité que l'air extérieur ; & qu'ainsi la balle ait acquis sa plus grande vitesse.

13. L'extrême longueur qu'on donne ordinairement aux Sarbacannes, est une preuve de ce que nous venons d'avancer : personne n'ignore que ce sont de longs tuyaux de bois, dont on se sert à chasser par la force du souffle, de petites balles de terre. La détermination de leur longueur, dépend de la quantité d'air que celui qui s'en sert peut souffler à la fois dans la Sarbacanne ; ce qu'on peut déterminer avec assez de précision, de la maniere sui-



vante : Prenez une vessie aplatie & humectée, au bout de laquelle vous adapterez un petit tuyau, de même ouverture que la Sarbacanne, faite entrer dans cette vessie d'un coup de souffle violent, tout l'air que vous pourrez ; & serrant ensuite le col de la vessie, ramassez cet air au fond de la vessie sans vous efforcer de le comprimer, soit enfin réduit le volume de cet air, égal en densité à l'air extérieur, en un cylindre d'une base égale à l'orifice de la Sarbacanne, la longueur de ce cylindre déterminera celle de la Sarbacanne. Il faut toujours se souvenir que je ne fais ici aucune attention au frottement de la balle, ni aux autres inconveniens qui peuvent diminuer l'effet de l'air quand il se dilate.

---

## CHAPITRE III.

*Ce que c'est que la vitesse virtuelle. Principe de l'équilibre appliqué à la production du mouvement, par l'entremise d'un ressort entre deux corps en repos.*

## DEFINITION I.

I. J'Appelle *vitesse virtuelle*, celles que deux ou plusieurs forces mises en équilibre acquièrent, quand on leur imprime un petit mouvement ; ou si ces forces sont déjà en mouvement. La *vitesse virtuelle* est l'élément de vitesse que chaque corps gagne ou perd d'une vitesse déjà acquise, dans un tems infiniment petit suivant sa direction.

## DEFINITION II.

La *force vive* est celle qui réside dans un corps lorsqu'il est dans un mouvement uniforme ; & la *force morte*, celle que reçoit un corps sans mouvement, lorsqu'il est sollicité & pressé de se mouvoir, ou à se mouvoir plus ou moins vite, lorsque ce corps est déjà en mouvement.

Cij



## HYPOTHESE I.

FIG. 2.

2. Deux agens sont en équilibre, ou ont des momens égaux. Lorsque leurs forces absolües sont en raison reciproque de leurs vîteses virtuelles, soit que les forces qui agissent l'une sur l'autre soient en mouvement, ou en repos, c'est un principe ordinaire de Statique & Mechanique, que je ne m'arreterai pas à démontrer, j'aime mieux l'employer à faire voir la maniere dont le mouvement se produit par la force d'une pression qui agit sans interruption, & sans autre opposition que celle qui vient de l'inertie du mobile.

3. Supposons deux corps en repos  $A$  &  $B$ , entre lesquels est un ressort bandé  $C$ , qui commençant à se débander, fasse un effort égal de part & d'autre, pour éloigner l'un de l'autre les corps  $A$  &  $B$ ; il est visible que chacun de ses corps opposera au mouvement du ressort par son inertie, une resistance proportionnelle à sa masse. Il faut donc, en vertu de l'hypothese prise de la Mechanique, que les deux efforts opposez du ressort, étant égaux, la force de l'inertie qui est en  $A$ , soit à la force de l'inertie qui est en  $B$ ; ou que la masse  $A$  soit à la masse  $B$  en raison reciproque, de ce que la vîtesse virtuelle du corps  $B$ , est à la vîtesse virtuelle du corps  $A$ ; & comme la chose continuë toujours pendant que le ressort en se dilatant accelere la vîtesse de ces corps, il est clair que leurs accelerations sont continuellement en raisons reciproques des masses  $A$  &  $B$ , ce qui forme une raison constante; & par consequent les vîteses acquises de part & d'autre dans le même tems, lesquelles ne sont autre chose que les sommes des vîteses virtuelles, produites successivement par l'effort du ressort, sont aussi dans la même raison, je veux dire que la vîtesse de  $B$  est à la vîtesse de  $A$  ::  $A$ ,  $B$ , d'où il suit que le ressort  $C$  étant entierement debandé, ou retenu par quelque obstacle qui l'empêche de se débander tout-à-fait, les deux corps  $A$  &  $B$ , continueront à se mouvoir avec



les dernières vîteses, acquises par l'impression successive du ressort.

## COROLLAIRE I.

4. On voit que le commun centre de gravité  $C$  des deux corps  $A$  &  $B$ , reste continuellement en repos, soit pendant que le ressort est en action, soit après l'entière separation de ces corps d'avec le ressort. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à diviser en  $C$  la longueur du ressort avant sa détente ; en sorte que  $AC. BC :: BA$ , il est manifeste, par ce qu'on a dit, que les corps  $A$  &  $B$ , étant parvenus en un certain tems en  $a$  &  $b$ , après la détente du ressort, on aura  $Cb. Ca :: A. B$ , donc le même point  $C$  sera encore le centre commun de gravité des corps  $A$  &  $B$ , transportez en  $a$  &  $b$ .

## COROLLAIRE II.

5. Soit après l'entière separation des corps d'avec le ressort, la vîtesse uniforme du mobile  $A=a$ , & la vîtesse du mobile  $B=b$ , on aura  $A. B :: b. a$ , & par conséquent  $aA=bB$ , d'où il s'ensuit que la quantité de mouvement qui n'est autre chose que le produit de la masse par la vîtesse, est égale de part & d'autre.

## COROLLAIRE III.

6. Comme les parties du ressort comprises entre  $C$  &  $B$ , en se débandant, sont employées uniquement à mouvoir le corps  $B$ , de même que toutes les parties du ressort comprises entre  $C$  &  $A$ , sont aussi uniquement employées à mouvoir le corps  $A$  : Il faut que la force vive du corps  $B$ , qui est l'effet total de la partie  $CB$  du ressort, soit à la force vive du corps  $A$ , qui est aussi l'effet total de l'autre partie  $CA$  du ressort ; comme la longueur  $CB$  est à la longueur  $CA$ , ou (§ 3.) comme la vîtesse du corps  $B$  est à la vîtesse du corps  $A$  ; ainsi quoique les deux quantitez de mouvement de ces deux corps soient égales, (§ 5.) il ne s'ensuit nullement que les quantitez de leurs



forces vives sont aussi égales, elles sont au contraire entr'elles, comme les produits de masses par les quarrés de leurs vîteses, ce que je prouve ainsi : Soit  $f$  la force vive du corps  $A$ , &  $F$  la force vive du corps  $B$ , on aura  $f, F :: a, b :: (Corrol. preced.) axaA. bxbB :: aaA. bbB$ , & partant en raison composée de  $A$  à  $B$ , & de  $aa$  à  $bb$  ; mais cette verité sera démontrée plus au long dans la suite, où nous aurons occasion d'examiner cette matiere à fond.

7. Suposons à présent que les deux corps parvenus en  $a$  &  $b$ , retournent avec leurs vîteses acquises vers le ressort debandé, il est aisé de voir (*Chap. 2. §. 2.*) qu'ils auront précisément autant de force qu'il leur en faut pour bander le ressort, & le remettre dans son premier état de compression, pendant que le centre de gravité  $C$  demeurera immobile comme auparavant ; & que si le ressort vient à se debander de nouveau, il repoussera le corps  $A$  &  $B$ , de la même maniere qu'il l'a fait la première fois. D'où il paroît que le ressort employe précisément autant de tems à se debander qu'il lui en faut pour être rebandé par le choc des corps après leur retour. Car puisque le centre  $C$  demeure immobile, il tient lieu d'un plan inébranlable, ou d'un point fixe, contre lequel s'appuyeroit d'un côté le ressort  $CA$ , & de l'autre le ressort  $CB$ , ainsi qu'il en doit arriver aux corps  $A$  &  $B$ , par raport à la vîtesse avec laquelle ils choquent les ressorts, comme on l'a montré dans l'article allegué.

8. Il s'ensuit encore que la vîtesse relative ou respective avec laquelle les corps s'aprochent mutuellement, avant que d'atteindre le ressort, est égale à la vîtesse respective avec laquelle ils s'éloignent l'un de l'autre, après avoir quitté le ressort.

9. Et puisqu'il est arbitraire de donner tant ou si peu d'étendue au ressort  $AB$  qu'on le juge à propos, on peut la suposer si petite, que les corps  $A$  &  $B$  soient censez se toucher au point  $C$ , lorsque par leurs concours ils auront bandé le ressort. Et si il est indifferent de préférer une sorte de ressorts à toute autre, il n'est pas moins per-



mis de s'en passer tout-à-fait, & de substituer deux corps parfaitement élastiques, aux corps *A* & *B*, qu'on avoit dépouillez de leur élasticité naturelle; par là on concevra aisément que l'effet qui resultera du choc de ces deux corps, doit être le même qu'auparavant, puisque les ressorts propres de ces corps, qui, au tems du concours, se confondent en un ressort commun, suppléent au défaut d'un ressort extérieur, d'où on concluera la vérité du Theorème suivant.

## THEOREME.

10. Si deux corps parfaitement élastiques d'une roideur finie ou infinie, se rencontrent directement en se mouvans l'un contre l'autre, avec des vîteses reciproquement proportionnelles à leurs masses: Je dis 1°. qu'après le choc chacun d'eux se mouvra en sens contraire, avec sa premiere vîtesse, & par consequent aussi avec sa premiere quantité de mouvement. 2°. Que leur vîtesse respective sera égale avant & après le choc. 3°. Et qu'enfin leur centre commun de gravité, demeurera aussi immobile après le choc, qu'il l'étoit avant que ces corps se choquassent.

11. Les regles de la communication du mouvement, sont renfermez comme tout autant de Corrollaires, dans le Theorème que nous venons d'établir d'une maniere nouvelle. Je prouverai ce que j'avance, qu'on me permette auparavant de proposer l'hypothese suivante que personne ne conteste.

## HYPOTHESE II.

12. Si deux ou plusieurs corps qui se meuvent sur un plan, ou dans une espace quelconque, viennent à se rencontrer & à se heurter les uns contre les autres, de telle maniere qu'on voudra; les mouvemens qui resulteront de leur choc, seront les mêmes entre eux, soit que le plan ou l'espace dans lequel sont ces corps, soit en repos; soit qu'il se meuve lui-même d'un mouvement uniforme,



& suivant une même direction ; car la force du choc, ou de l'action des corps les uns sur les autres , dépend uniquement de leurs vîteses respectives ; or il est visible que les vîteses respectives des corps ne changent pas avant le choc , soit que le plan ou l'espace qui les contient soit sans mouvement , soit qu'il se meuve uniformement , suivant une direction donnée ; les vîteses respectives seront donc encore les mêmes après le choc.

## COROLLAIRE.

13. Il s'ensuit delà , que si ce plan ou cet espace étant en repos , de même que le commun centre de gravité des corps qui s'y meuvent , il survient ensuite à ce plan ou à cet espace , un mouvement uniforme dans une direction donnée , le centre de gravité de ces corps se mouvra suivant la même direction , & avec la même vîtesse que le plan.

## CHAPITRE IV.

*Recherche de la Regle generale de la détermination du Mouvement.*

## PROBLEME.

1. Soient A & B , deux corps parfaitement roides qui se meuvent du même côté sur une ligne droite ; que le corps B precede avec la vîtesse  $b$  ; & que le corps A le suive avec une vîtesse  $a$  , plus grande que celle de B , en sorte qu'il le rattrape en quelque endroit de la ligne donnée. On demande quelles seront les vîteses de ces deux corps après le choc ?

2. Pour résoudre ce Problème general sous lequel sont compris tous les cas particuliers , il n'y a qu'à supposer que le mouvement de ces deux corps se fait sur un plan , lequel



quel a lui-même un mouvement uniforme vers le côté opposé, dont la vitesse est égale à celle qu'a le commun centre de gravité des corps  $A$  &  $B$ . De cette manière, ce centre n'aura point de vitesse par rapport aux objets qui sont en repos hors de ce plan, & les corps  $A$  &  $B$ , seront par ce même rapport dans le cas du Theorème general, (*Chap. 3. §. 10.*) je veux dire que leurs masses seront en raison réciproques de leurs vitesses. Chacun d'eux sera donc repoussé après le choc avec la même vitesse qu'il avoit avant le choc : Voici une manière aisée de résoudre ce Problème par le calcul.

3. Les vitesses  $a$  &  $b$ , vers le même côté sur le plan, multipliées par les masses  $A$  &  $B$ ; & la somme des produits, divisée par la somme des masses, donne par le principe de la Mécanique, la vitesse du centre commun de gravité sur ce même plan. Cette vitesse sera donc

$$= \frac{aA + bB}{A + B}; \text{ supposons à présent que le plan se meuve}$$

en arriere avec cette vitesse : il est clair que par rapport aux objets en repos hors du plan, la vitesse du

$$\text{corps } A \text{ sera } = a - \frac{aA + bB}{A + B} = \frac{aB - bB}{A + B} \text{ en avant, \& la vitesse}$$

$$\text{du corps } B \text{ sera } = \frac{aA + bB}{A + B} - b = \frac{aA - bA}{A + B} \text{ en arriere, mais}$$

$$\frac{aB - bB}{A + B} : \frac{aA - bA}{A + B} :: B. A. \text{ D'où il paroît que les vitesses}$$

avec lesquelles les corps se rencontrent directement en allant l'un contre l'autre, sont en raison reciproque de leurs masses. Ils se sépareront donc après le choc par le Theorème (*Chap. 3. §. 10.*) chacun avec sa premiere vitesse, ainsi le corps  $A$ , retournera en arriere avec la vitesse

$$\frac{aB - bB}{A + B}, \text{ \& le corps } B \text{ ira en avant, avec la vitesse}$$

$$\frac{aA - bA}{A + B}. \text{ Remettons à présent le plan dans son premier repos, ou ce qui revient à la même chose, rendons à cha-}$$



cun la commune vîtesse  $\frac{aA + bB}{A + B}$  en avant, qu'on leur avoit ôtée par la supposition, en imprimant la même vîtesse en arriere au plan, & alors le corps  $A$  aura après le choc une vîtesse  $\frac{aA + bB}{A + B}$  en avant, plus une vîtesse  $\frac{aB - bB}{A + B}$  en arriere; mais dans le langage des Algebristes, une vîtesse positive en arriere, est une vîtesse negative en avant. Donc la vîtesse en avant du corps  $A$  après le choc, fera  $\frac{aA + bB}{A + B} - \frac{aB - bB}{A + B} = \frac{aA - aB + 2bB}{A + B}$  & la vîtesse en avant du corps  $B$ , fera  $\frac{aA + bB}{A + B} + \frac{aA - bA}{A + B} = \frac{2aA - bA + bB}{A + B}$ . C. Q. F. T.

## SCHOLIE.

4. On doit remarquer trois cas differens qui peuvent arriver au corps  $A$  après le choc, car  $\frac{aA - aB + 2bB}{A + B}$  est affirmatif, negatif, ou égal à zero, selon que  $aA + 2bB$  est ou  $>$ , ou  $<$ , ou  $=$  à  $B$ . Dans le premier cas, le corps  $A$  continuëra son chemin: dans le second cas il reculera, & dans le troisiëme il s'arrêtera.

5. Cette regle est generale pour tous les corps qui vont du même sens avant de se choquer; mais il est aisé d'en tirer une autre qui serve pour tous les corps qui se meuvent en sens contraire, avant leur choc. On n'a pour cela qu'à supposer que  $b$ , où la vîtesse en avant du corps  $B$  est negative; car pour peu que l'on ait l'esprit algebrique, on conçoit aisement que se mouvoir negativement en avant, c'est se mouvoir positivement en arriere. Si l'on change donc dans la formule precedente, les signes qui sont devant la lettre  $b$ , il en resultera une expression pour les vîtesses qu'auront après leur choc les



corps  $A$  &  $B$  qui se rencontrent directement avec des vitesses opposées  $a$  &  $b$ , on aura donc la vitesse du corps  $A$  
$$= \frac{aA - aB - 2bB}{A + B}$$
, & la vitesse du corps  $B$  
$$= \frac{2aA + bA - bB}{A + B}$$
,

à les prendre toutes deux en avant, c'est-à-dire, selon la direction qu'avoit le corps  $A$  avant le choc; mais si l'une ou l'autre de ces formules ou toutes les deux, sont négatives, c'est une marque que l'une d'elles ou toutes les deux, expriment une direction contraire à celle qu'avoit le corps  $A$  avant le choc.

COROLLAIRE I.

6. On a conclu du Theorème (*Chap. 3. §. 10. & du Corol. §. 13.*) que la vitesse respective des deux corps  $A$  &  $B$ , demeure la même avant & après leur choc, soit qu'ils se meuvent en un même sens, soit qu'ils se meuvent en sens contraire, nos deux formules generales confirment cette verité; car 1°. si avant le choc leur mouvement tend du même côté, leur vitesse respective est  $a - b$ ; mais après qu'ils se sont choquez, la vitesse du corps  $B$ , comme la plus grande en avant, est 
$$= \frac{2aA - bA + bB}{A + B}$$
, & la vitesse du corps  $A$  comme la plus petite en avant, est 
$$= \frac{aA - aB + 2bB}{A + B}$$
, retranchant donc

cette formule de la premiere, il restera aussi

$$\frac{aA + aB - bA - bB}{A + B} = a - b.$$

2°. Si avant le choc les corps  $A$  &  $B$  ont des vitesses opposées, on aura  $a + b$  pour leur vitesse respective; or la difference de la formule 
$$\frac{aA - aB - 2bB}{A + B}$$
 à la formule 
$$\frac{2aA + bA - bB}{A + B}$$
, lesquelles expriment les vitesses en avant des corps  $A$  &  $B$ , après leur choc donne aussi 
$$\frac{aA + aB + bA + bB}{A + B} = a + b.$$



## COROLLAIRE II.

7. Le mouvement du centre commun de gravité des corps  $A$  &  $B$ , ne change par le choc, ni de direction, ni de vitesse: On l'a fait voir en supposant un mouvement dans le plan sur lequel ces deux corps se meuvent, & c'est aussi ce que nos formules montrent clairement; car dans le cas où  $A$  &  $B$  se meuvent tous deux en avant, nous avons démontré (§. 3.) que la vitesse de leur commun

centre de gravité est  $= \frac{aA + bB}{A + B}$ ; or en multipliant

les vitesses après le choc par les masses, & en divisant la somme des produits par la somme des masses, il vient

$$\frac{aAA + aAB + bAB + bBB}{AA + 2AB + BB} = \frac{aA + bB}{A + B} : \text{ \& dans le cas}$$

où  $A$  &  $B$  se meuvent en sens contraire, leur commun centre de gravité, aura pour vitesse  $\frac{aA - bB}{A + B}$ ; mais

les vitesses après la reflexion lesquelles sont  $\frac{aA - aB - 2bB}{A + B}$

&  $\frac{2aA + bA - bB}{A + B}$ ; toutes deux en avant, étant multipliées

par les masses, & ensuite la somme des produits, divisée par la somme des masses, on aura

$$\frac{aAA + aAB - bAB - bBB}{AA + 2AB + BB} = \frac{aA - bB}{A + B}.$$

## DEFINITION.

8. J'appelle *quantité de direction*, le produit de la vitesse du commun centre de gravité, par la somme des masses.

## THEOREME.

9. La quantité de direction demeure toujours la même, tant après qu'avant l'impulsion, cette quantité étant tou-



jours  $\frac{aA + bB}{A + B} \times A + B = aA + bB$ , le signe supérieur est affirmatif, designant le mouvement des corps en même sens ; & le signe inférieur est négatif, designant le mouvement en sens contraire. D'où il paroît que la quantité de mouvement ne se conserve pas toujours, comme on se l'imagine communément. Et en effet cette quantité ne se conserve qu'en deux cas, 1°. lorsque les corps se meuvent du même côté avant & après leur choc ; 2°. lorsque la quantité de la direction est nulle, où que le commun centre de gravité est sans mouvement, parce qu'alors les corps réfléchissent chacun avec sa première vitesse.

10. Notre méthode nous ayant conduit immédiatement à la règle générale, ce seroit perdre son tems que de l'appliquer à tous les cas particuliers, que les Auteurs ont été obligés de résoudre pour y pouvoir parvenir, & d'autant plus que le moindre Géometre est en état de le faire : il n'y a qu'à substituer dans nos formules générales, les valeurs selon les conditions du cas qu'on s'est proposé, je me contenterai d'en donner quelques exemples.

11. Les deux corps  $A$  &  $B$  étant supposés égaux, la vitesse du premier  $= a$ , & celle du second  $= b$  ; on demande ce qui doit arriver après l'impulsion, substituez par tout  $A$  à  $B$ , & vous verrez que la première formule  $\frac{aA - aB + 2bB}{A + B}$ , devient  $= \frac{aA - aA + 2bA}{A + A} = \frac{2bA}{2A} = b$ , &  $\frac{2aA - bA + bB}{A + B} = \frac{2aA - bA + bA}{A + A} = \frac{2aA}{2A} = a$  ; On trouvera de même que dans la seconde formule il vient  $\frac{aA - aB - 2bB}{A + B} = \frac{aA - aA - 2bA}{A + A} = \frac{-2bA}{2A} = -b$  ; &  $\frac{2aA + bA - bB}{A + B} = \frac{2aA + bA - bA}{A + A} = \frac{2aA}{2A} = a$  ; en sorte qu'il se fera toujours un échange de vitesse, soit que les corps



se meuvent en un même sens, ou en sens contraire, je veux dire qu'après la percussion le corps  $A$  prendra la vitesse du corps  $B$ , & le corps  $B$  celle du corps  $A$ , conformément aux regles que les Auteurs en ont donnez.

12. Les deux corps  $A$  &  $B$  ayant entre eux une raison quelconque; &  $B$  étant supposé en repos, on demande combien de vitesse chacun de ces deux corps aura après l'impulsion? On trouve en prenant dans les formules

$$b=0, \text{ que la vitesse du corps } A \text{ sera } = \frac{aA - AB}{A+B}, \text{ \& celle du corps } B = \frac{2aA}{A+B}.$$

13. Si suposant  $B$  en repos, &  $A$  en mouvement avec une vitesse donnée  $c$ , on suppose en suite  $A$  en repos, &  $B$  en mouvement, avec une vitesse égale; & qu'on souhaite de connoître la raison de la vitesse communiquée à  $B$  dans la premiere suposition, à la vitesse communiquée à  $A$ , dans la seconde suposition; on déterminera comme dans l'article precedent, la vitesse de  $B = \frac{2cA}{A+B}$ , & celle

de  $A = \frac{2cB}{A+B}$ ; mais il est clair que  $\frac{2cA}{A+B} \cdot \frac{2cB}{A+B} :: A \cdot B$ ; donc ces vitesses sont en raison des masses, ce que M. Huguens a aussi démontré dans son Traité, *De motu corporum ex percussione prop. 10.*

14. On remarquera ici en passant que quelque grand que soit le corps en mouvement, & quelque petit que soit le corps en repos, la vitesse que celui-ci acquerrera par le choc, sera toujours moindre que le double de la vitesse avec laquelle il est frappé par le grand. Car il est visible que  $\frac{2cA}{A+B} < 2c$ . Cependant si  $A$  étoit infiniment, ou incomparablement plus grand que  $B$ , alors  $\frac{2cA}{A+B}$  passeroit pour égal à  $\frac{2cA}{A+0} = \frac{2cA}{A} = 2c$ , c'est-à-dire, que la vitesse que recevrait le corps  $B$  seroit actuellement double de celle que le corps  $A$  avoit avant le choc; ainsi  $2c$  est



le terme dont on approche de plus en plus en augmentant à l'infini le corps *A*, ou en diminuant à l'infini le corps *B*.

15. Toutes les autres propositions que M. Huguens a démontrées à sa maniere dans le Traité dont nous venons de parler, se verifient aisément par nos formules generales, j'en excepte une faute où il est tombé à la page dernière, lorsqu'il dit : *Si corpora centum ex ordine dentur in proportione dupla, incipiat que motus à maximo, invenitur subducto calculo ad preceptum regulæ propositione nona tradita, sed in compendium redacta celeritas minimi ad celeritatem qua movebatur maximum proxime ea quæ 14760000000, ad, 1.* Car je trouve par le moyen des logarithmes qui est aparemment le *Compendium* dont a parlé M. Huguens, qu'il falloit dire *proxime ea quæ 2338500000000, ad 1.* De sorte que la veritable vîtesse de ce corps est plus de 150 fois plus grande que celle que cet Auteur lui assigne.

16. Le cas où deux corps se rencontrent obliquement n'exige point de regle particuliere, il suffit pour cela d'admettre la composition de mouvement, que personne ne fait difficulté de recevoir à present, si l'on souhaite donc de sçavoir ce qui resulte du choc de deux corps qui concourent selon deux directions differentes, ou qui se frappent non centralement, on n'a qu'à décomposer le mouvement de chacun de ces corps en deux autres mouvemens, dont l'un ait pour direction la tangente commune, tirée par le point où ces corps considerez comme spheriques, se rencontrent, & l'autre une direction perpendiculaire à la premiere, les perpendiculaires representeront un concours direct, compris dans la regle generale, pendant que les paralleles continueront après le choc sans aucun changement. On formera donc autour de ces directions laterales, deux nouveaux parallelogrammes; leurs diagonales donneront les determinations, & les vîtesses des corps après le choc.





## CHAPITRE V.

*De la force vive des corps qui sont en mouvement.*

1. JE me propose d'examiner dans ce Chapitre ce que la matiere du mouvement a de plus important, je parle de cette force des corps que M. de Leibnits apelloit *vive*, pour la distinguer d'une autre force à qui il avoit donné le nom de *force morte*, j'ai déjà eu occasion de définir au commencement de cet ouvrage (*Chap. III.*) ce que j'entends par force vive, & par force morte, & de déterminer en passant la veritable mesure de la force vive; mon but est à present d'expliquer à fonds la nature & les propriétés de cette force, & je l'entreprends d'autant plus volontiers qu'un grand nombre de Philosophes très-éclairés d'ailleurs, confondent encore ces deux forces, & n'ont pû être tirez de leur erreur.

2. Nous avons vû au Chapitre III. que la force morte consistoit dans un simple effort, & cet effort est tel qu'il peut subsister, quoiqu'un obstacle étranger l'empêche à tout moment de produire un mouvement local dans les corps, sur lesquels cet effort se déploie. Telle est par exemple la force de la pesanteur. Un corps pesant soutenu par une table horizontale, fait un effort continuel pour descendre, & il descendroit effectivement si la table ne lui oposoit un obstacle qui le retient, ainsi la pesanteur produit une force morte dans les corps dont l'effet n'est que momentané. Chaque instant la pesanteur imprime aux corps sur qui elle agit, un degré de vitesse infiniment petit, lequel est aussi-tôt absorbé par la résistance de l'obstacle. Ces petits degrez de vitesse périssent en naissant, & renaissent en périssant, & c'est dans cette réciprocation constante, dans ce retour de production & de destruction, en quoi consiste l'effort de la pesanteur quand elle est retenue par un obstacle invincible à qui nous avons donné le



le nom de force morte. Quant à l'obstacle, il reçoit de cette pression, lorsqu'il résiste à l'effort de la pesanteur une force toujours égale, & réciproque à celle avec laquelle cette même pesanteur agit sur lui; la force morte a cela de particulier, qu'elle ne produit aucun effet qui dure plus long-tems qu'elle: Dès que cette force cesse, tout cesse avec elle; & son effet ne survit jamais à son action. Si le corps pesant soutenu par la table perdoit tout-à-coup sa pesanteur, la table cesseroit dans le même instant d'être pressée.

3. Il n'en est pas de même de la force vive, sa nature est toute différente, elle ne peut ni naître, ni périr en un instant comme la force morte, il faut plus ou moins de tems pour produire une force vive dans un corps qui n'en avoit pas, il faut aussi du tems pour la détruire dans un corps qui en a; la force vive se produit successivement dans un corps, lorsque ce corps étant en repos, une pression quelconque appliquée à ce corps, lui imprime peu-à-peu, & par degrez, un mouvement local. On suppose qu'aucun obstacle ne l'empêche de se mouvoir. Ce mouvement s'acquiert par des degrez infiniment petits, & monte à une vitesse finie & déterminée, qui demeure uniforme dès que la cause qui a mis ce corps en mouvement cesse d'agir sur lui; ainsi la force vive produite dans un corps en un tems fini par une pression, qu'aucun obstacle n'a retenuë, est quelque chose de réel, elle est équivalente à cette partie de la cause qui s'est consumée en la produisant, puisque toute cause efficiente doit être égale à son effet pleinement exécuté.

4. Le corps qui reçoit cette force n'étant retenu par aucun obstacle, n'opose de résistance à cette force que celle qui dépend de son inertie, toujours proportionnelle à sa masse; desorte que les petits degrez de mouvement que la pression imprime successivement à ce corps s'y conservent, & s'accumulent jusqu'à produire enfin un mouvement local. On pourroit comparer la force vive effectuée par une pression continuelle qu'aucun obstacle n'empê-



che à une surface décrite par le mouvement d'une ligne ; ou à un solide décrit par le mouvement d'une surface ; il n'y a donc pas plus de comparaison à faire entre la simple pression ou la force morte & la force vive, qu'entre une ligne & une surface ; qu'entre une surface & un solide, ce sont des quantitez hétérogènes qui n'admettent point de comparaison.

5. Quelque soit la cause d'une pression, qui par la durée de son action produit enfin du mouvement, si elle est d'une quantité déterminée telle qu'un ressort bandé, par exemple, qui par sa détente emploie sa force à produire une vitesse actuelle, dans un corps qui n'en avoit point auparavant, je dis, & la chose est évidente, qu'à mesure que ce corps reçoit de nouveaux degrez de force, la cause qui les produit en doit perdre tout autant, jusqu'à ce que toute la force du ressort soit épuisée & transférée au corps dans lequel elle est comme ramassée par l'accumulation de tous les petits degrez qui y ont été produits successivement. C'est cette force, en tant qu'elle est dans le corps mis en mouvement par l'épuisement de la pression du ressort, qu'on doit appeler proprement *la force vive*, en vertu de laquelle le corps se transporte d'un lieu à un autre, avec une certaine vitesse, plus ou moins grande selon l'énergie du ressort.

6. On voit encore ici la grande différence qu'il y a entre la force vive, & la force morte. La seule pression ou la force morte que reçoit un obstacle immobile, par l'effort d'un ressort qui cherche à se débander, ne diminue en rien la force du ressort, bien loin de l'épuiser. L'air, par exemple, condensé dans un recipient, fait un effort continuel pour se dilater, sans jamais rien perdre de sa force, parce que les parois du recipient ne pouvant céder, ne font que soutenir sa pression, sans affaiblir l'élasticité de l'air, mais la force du ressort se consume, en donnant du mouvement à un corps, c'est-à-dire, en produisant une force vive, la production du moindre degré de cette force demande la perte ou la destruction d'un degré égal



de la force du ressort : l'un est la cause, & l'autre l'effet immédiat qui en résulte ; or la cause ne sçauroit perir en tout ou en partie, qu'elle ne se retrouve dans l'effet à la production duquel elle a été employée.

7. Je conclus de là que la force vive d'un corps qui a été produite par le débandement de quelque ressort, est capable de le rebander précisément au même degré de force que ce ressort avoit, & si on suppose que cette force vive est employée toute entière à bander deux, trois, ou plusieurs ressorts égaux entre eux, mais plus foibles que le précédent ; je dis que ce premier ressort peut produire un effet deux fois, trois fois, ou plusieurs fois plus grand qu'un de ces ressorts foibles. L'égalité qui regne entre l'effet & la cause efficiente, prouve ce que nous venons d'avancer.

8. C'est dans cette égalité que consiste la conservation des forces des corps qui sont en mouvement, puisqu'il est visible que la plus petite partie d'une cause positive, ne sçauroit se perdre qu'elle ne reproduise ailleurs un effet par lequel cette perte soit réparée.

9. Comme on a été long-tems dans la persuasion que la quantité de mouvement, où le produit de la masse d'un corps par sa vitesse, étoit la mesure de la force de ce corps, on a crû fausement qu'il étoit nécessaire qu'il y eût toujours un égal quantité de mouvement dans l'Univers.

10. L'origine de cette erreur, ainsi que je l'ai déjà insinué, vient de ce qu'on a confondu la nature des forces mortes, avec celle des forces vives ; car voyant que le principe fondamentale de la Statique, exige que dans l'équilibre des puissances, les momens soient en raison composée, des forces absolues, & de leurs vitesses virtuelles. On a étendu mal à propos ce principe plus loin qu'il ne falloit, en l'appliquant aussi aux forces des corps qui ont des vitesses actuelles.

11. Ce n'est que depuis trente ou quarante ans, que quelques personnes se sont aperçues que ces deux forces



sont d'une nature tout-à-fait différente, n'y ayant pas plus de raport entre elles, qu'entre une ligne & une surface, ou qu'entre une surface & un solide. M. de Leibnitz est le premier qui a remarqué que cette force n'étoit point égale au produit de la masse par la vîtesse, mais que sa mesure étoit le produit de la masse par le quarré de la vîtesse.

12. La nouveauté de ce sentiment lui attira des adversaires. M. de Leibnitz le prouva par le parfait accord qu'il y avoit entre son sentiment & la regle de Galilée, pour l'acceleration de la chute des corps pesans; regle generalement approuvée, & au moyen de laquelle M. de Leibnitz fit voir qu'un poids avec deux degrez de vîtesse, peut monter quatre fois plus haut, qu'avec un degre de vîtesse: neuf fois plus haut si il a trois degrez de vîtesse: seize fois plus haut si il en a quatre: enfin il montra que les hauteurs auxquelles les corps pesans sont capables de s'élever, sont toujours proportionnelles aux quarrés de leurs vîtesses. Il prétendoit que la hauteur à laquelle un poids peut monter, peut être prise pour la mesure de la force de ce poids; il concluait que la force vive d'un corps, étoit proportionnelle à sa masse multipliée par le quarré de sa vîtesse.

13. Mais les adversaires de M. de Leibnitz, ne lui passerent pas son hypothese touchant les hauteurs qu'il prétendoit être la mesure des forces. Ils formerent des instances, & soutinrent entre autres choses, qu'on ne devoit point negliger le tems que le poids employe à parcourir la hauteur à laquelle il monte. Qu'un poids, par exemple, qui avec une vîtesse double s'éleve à une hauteur quadruple, ne doit être censé avoir qu'une force double, parce qu'il employe un tems double à monter; ces Messieurs crurent être fondez à soutenir que dans l'estimation des forces, il falloit avoir égard non seulement aux hauteurs, mais aussi aux tems, persuadés que la force des corps étoit en raison composée, de la raison directe de la hauteur, & de la raison inverse du tems:



ils ne réfléchissoient pas que la considération du tems n'étoit d'aucune conséquence dans le sujet de leur dispute ; puisqu'il étoit facile de faire monter le corps pesant à différentes hauteurs en des tems égaux ; on n'a pour cela qu'à se servir d'une cycloïde renversée, dont on sçait que tous les arcs, à commencer depuis le point le plus bas sont *Isochrones*, ou parcourus en des tems égaux.

14. M. de Leibnitz répondit à ces objections, mais il ne gagna rien sur des esprits prévenus en faveur du sentiment commun & erroné, que la force des corps en mouvement étoit égale à la quantité de leur mouvement, c'est-à-dire, en raison des produits de leurs masses, par leurs simples vitesses. Ce fut en vain qu'il fit voir à ses adversaires, que si l'opinion qu'ils soutenoient avoit lieu, on pouvoit executer un mouvement perpetuel purement mechanique, ce qui, selon M. de Leibnitz, étoit absolument impossible ; ces adversaires aimerent mieux admettre la possibilité d'un mouvement perpetuel artificiel, que d'abandonner une opinion reçue depuis long-tems, pour en embrasser une nouvelle qu'ils regardoient comme une espece d'heresie en matiere de Physique.

15. Peu de tems avant la mort de M. de Leibnitz, son sentiment fut entierement rejeté en Angleterre, & traité même avec mépris. On s'attacha dans un Recueil de Lettres de M. C \* \* \* & de M. de Leibnitz, imprimées deux fois de suite avec des notes : On s'attacha, dis-je, à tourner en ridicule le sentiment de ce grand homme sur l'estime de la force vive, non sans une surprise extrême de la part de ceux qui reconnoissent la verité de ce sentiment.

16. Il est vrai que le nombre en est encore fort petit dans le reste de l'Europe : j'ai peut-être été le premier depuis environ vingt-huit ans, ce n'est pas que les preuves de M. de Leibnitz m'aient paruës assez fortes, pour me déterminer à embrasser son sentiment ; car j'avouë



qu'étant indirectes, & nullement tirées du fond de la matiere dont il s'agissoit, elles ne purent me convaincre, mais elles me donnerent occasion d'y penser ; & ce n'est qu'après une longue & serieuse meditation que je trouvai enfin le moyen de me convaincre moi-même, par des démonstrations directes, & au-dessus de toute exception. M. de Leibnitz à qui je le communiquai m'en sçut bon gré, aussi servirent-elles à lui attirer des sectateurs, & à ramener à son sentiment quelques-uns de ceux qui auparavant se trouvoient engagez dans une longue dispute avec lui, n'ayant pas été pleinement convaincus par ses raisonnemens.

17. A mon égard, j'embrasse avec plaisir l'occasion de faire part de mes découvertes *aux illustres Membres de l'Academie Royale des Sciences*, & me fais un honneur de soumettre mes lumieres à leur jugement : ce sont des Juges également éclairés & penetrans ; incapables de partialitez & de prévention, & dont l'équité seule regle les décisions ; je me flatte qu'ils voudront bien prendre la peine d'examiner avec soin, ce que j'ai l'honneur de leur proposer sur la veritable maniere d'estimer la quantité de la force des corps en mouvement. Cette question est épineuse, & elle demande une attention d'autant plus suivie, que des Philosophes mêmes, & des Mathematiciens d'un grand nom, s'y sont mépris. Si ce discours a le bonheur de plaire à mes Juges, j'y ajouterai plusieurs remarques utiles que la brieveté du tems ne m'a pas permis de communiquer ici ; la matiere est abondante & riche, elle meriteroit qu'on en fit un Traité complet. Voici en attendant ce que ce sujet renferme de plus essentiel.





## CHAPITRE VI.

*En quoi consiste la mesure des forces vives. Maniere de les comparer ensemble.*

1. JE continuerai à me servir de ressorts, comme du FIG. 3.  
 moyen le plus commode pour expliquer mes pensées sur la production & la force du mouvement. Supposons, pour fixer l'imagination, un ressort d'une figure déterminée  $ACB$ , dont les deux branches égales  $CA$  &  $CB$ , forment un angle  $ACB$ ; il est clair que lorsque ce ressort est bandé, les branches  $CA$  &  $CB$  font un effort continuel pour s'écarter l'une de l'autre, ou pour élargir l'ouverture  $ACB$ ; en sorte que si l'une des forces qui retiennent ce ressort dans un état de contrainte, ou qui compriment la jambe  $CA$  vers  $B$ , & la jambe  $CB$  vers  $A$ , venoit à manquer subitement, les jambes de ce ressort s'ouvriraient d'elles-mêmes sur le champ, jusqu'à ce que ce ressort eut entièrement perdu la force de se dilater davantage. Fixons cet état à 90 degrez, le ressort  $ACB$  sera donc entièrement dilaté, lorsque d'un angle de 30 degrez, que formoient ces jambes dans un état de contrainte, il sera parvenu à un angle droit  $acb$ . Je ne sçai si je dois avertir que faisant abstraction de la matiere du ressort, de sa pesanteur, & de tout autre qualité, je ne considere ici que la figure déterminée de ce ressort, & sa parfaite élasticité en vertu de laquelle il se dilateroit avec une promptitude infinie, si aucun obstacle étranger ne s'oposoit à sa dilatation.

2. Imaginons deux de ces ressorts égaux en tout, & FIG. 4.  
 également bandez, par exemple, à un angle de 30 degrez: que le ressort  $DEF$ , s'appuie en  $D$  contre un plan immobile  $mn$ , & du côté  $F$  contre une résistance active  $P$ , qui aye précisément autant de force qu'il lui en faut pour empêcher que ce ressort ne se dilate, mais que le



ressort  $LMN$  soit arrêté de part & d'autre, par les résistances actives  $R$  &  $S$ , lesquelles ayent aussi les forces nécessaires pour empêcher que ce ressort ne se dilate. Je suppose de plus, & la chose me paroît assez évidente pour n'avoir pas besoin de démonstration, que la résistance  $P$  est autant pressée par l'effort du ressort  $DEF$ , que chacune des deux autres résistances  $R$  &  $S$ , l'est par l'effort du ressort  $LMN$ ; car la résistance passive du plan immobile  $mn$ , reflue sur  $P$  avec autant de force, que la résistance active  $R$  reflue sur celle qui lui est opposée en  $S$ , & réciproquement. C'est une conséquence nécessaire de l'égalité parfaite qu'il y a toujours entre l'action & la réaction.

FIG. 5. 3. De là il s'ensuit que s'il y a une suite de plusieurs ressorts égaux, & également bandez  $ACB$ ,  $BED$ ,  $DGF$ ,  $FIH$ ; rangez en ordre l'un à côté de l'autre, dont le premier  $ACB$  soit appuyé contre un plan immobile  $mn$ ; le second  $BED$ , contre le premier  $ACB$ ; le troisième contre le second, & ainsi jusqu'au dernier: la puissance  $L$  qui leur résiste, & les empêche de se débander, est égale à la puissance  $P$  qui résiste à un seul de ces ressorts, aussi bandé que chacun des autres, & appuyé en  $A$  contre le plan inébranlable  $mn$ ; car par l'article précédent le premier ressort  $ACB$ , ne presse le second ressort  $BED$ , & n'en est réciproquement pressé, que de la même manière qu'il le seroit, si ôtant le premier ressort on substituoit à sa place un plan immobile, contre lequel le second ressort appuyeroit en  $B$ . Par la même raison le second ressort considéré ici comme le premier, pressera le troisième ressort  $DGF$ , & en sera réciproquement pressé, comme si celui-ci étoit effectivement à la place du second ressort, & ainsi de tous les autres, jusqu'au dernier ressort  $FIH$ . Il est donc manifeste que le dernier ressort  $FIH$ , agit contre la résistance  $L$ , de la même manière que s'il étoit immédiatement appuyé contre le point fixe  $F$ , ou ce qui revient à la même chose, la puissance  $L$  qui résiste à un nombre de ressorts égaux, & également tendus



aus, rangez en ligne droite, dont le premier est arrêté par un plan immobile  $mn$ , ou retenu contre un point fixe  $A$ , est égale à la puissance  $P$ , qui résiste à un seul de ces ressorts tendu de même, & appuyé contre un point fixe  $A$ . *C. Q. F. D.*

## COROLLAIRE.

4. Si il y a plusieurs rangs composez d'un nombre différent de ressorts égaux & également bandez, & que chacun de ces rangs soit appuyé d'une part contre un point fixe, & que de l'autre il soit retenu par une puissance qui l'empêche de se débander; il est clair que ces puissances seront égales entre elles, chacune d'elles étant égale à la puissance qui peut retenir bandé un seul de ces ressorts.

5. Concevons à présent deux rangs de ressorts égaux & également bandez, composez l'un de douze ressorts, & l'autre de trois; dont une des extremités soit appuyée contre les points fixes  $A$  &  $B$ , & l'autre arrêté par les boules  $L$  &  $P$ , que des puissances  $R$  &  $S$  empêchent de se mouvoir; il est visible par le Corollaire précédent, que les deux boules  $L$  &  $P$ , seront également pressées par l'effort que font les ressorts pour se débander; & que par conséquent les forces mortes de ces boules, qui ne sont autre chose que ces pressions mêmes, seront aussi égales.

FIG. 6.

6. Voyons maintenant ce que ces pressions mises en œuvres, peuvent produire de force vive; pour cet effet imaginons-nous que les puissances  $R$  &  $S$ , se retirent subitement. Il est constant que les boules  $L$  &  $P$  n'oposant à l'effort des ressorts que la résistance qui provient de leurs inerties; ces boules seront obligées de céder, & que dans le mouvement accéléré, que leur imprimeront les ressorts, la boule  $L$  acquerra plus de vitesse par les efforts continuez de douze ressorts, que la boule  $P$  égale à la boule  $L$  n'en peut acquérir par les efforts continuez de trois ressorts; car supposé que le point  $E$  fut fixement

F



arrêté, les trois derniers ressorts 10, 11, 12, produiront seuls autant d'accélération dans la boule *L*, que les trois ressorts 1, 2, 3, dans la boule *P*; mais il est visible que le point *E* n'étant pas fixe, les trois derniers ressorts 10, 11, 12, ne sçauroient se relâcher en suivant la boule *L*, que les neuf premiers ne se relâchent aussi, & ne poussent, chemin faisant, le point *E*, d'où il s'ensuit que les trois ressorts qui les précédent causeront à la boule *L*, une accélération plus grande que les trois ressorts 1, 2, 3, ne la peuvent causer à la boule *P*.

7. Il n'est donc pas moins clair que la boule *L* aura acquis une plus grande vitesse que la boule *P*, soit que tous les ressorts qui composent ces deux rangs se soient entièrement débandez, soit que retenus par un obstacle qui les arrête, ils ne se soient débandez qu'en partie, & d'une manière uniforme, en s'ouvrant, par exemple, de telle sorte, que d'un angle de 30 degrés que ces ressorts formoient auparavant, ils parviennent à en former un de 60 degrés.

8. Ceci étant une fois admis, peut-on douter que de deux corps égaux, celui qui a le plus de vitesse, n'ait aussi le plus de force? Cependant nous venons de voir que les pressions ou forces mortes, que les boules *L* & *P* en repos, reçoivent des ressorts, avant que ces ressorts se dilatent, sont égales; & que ces mêmes boules mises en mouvement par les mêmes ressorts, ont des vitesses inégales, d'où l'on pourroit déjà inferer qu'il faut que ces forces soient d'une nature différente, & que par conséquent on a eu tort de les confondre, & de soutenir que puisque le moment où l'énergie des forces mortes, est en raison des produits des masses par leurs vitesses virtuelles, les forces vives doivent aussi être proportionnelles aux produits des masses par leurs vitesses actuelles.

9. Il ne suffit pas d'avoir prouvé que la force vive de la boule *L*, doit être plus grande que celle de la boule *P*; un peu d'attention fera voir que la boule *L* a précisément quatre fois autant de force vive que la boule *P*, en quel-



que raison que soient leurs masses. Car dès que les puissances résistantes  $R$  &  $S$  sont ôtées, les pressions des ressorts qui étoient contrebalancées par ces puissances, se tournent sur le champ vers les boules  $L$  &  $P$ , & celles-ci commencent à céder ainsi, chaque ressort se débandant, chacun faisant usage de sa force, & rien ne périssant inutilement ; il faut de toute nécessité que la force de chacun de ces ressorts soit employée à produire son effet : & à quel effet seroit-elle employée, sinon à mouvoir les boules ? Le mouvement de chaque boule sera donc tel que sa force vive sera précisément égale à l'effet complet & total de ce que tous les ressorts pris ensemble y auront contribué : or chacun de ces ressorts se dilatant également, par exemple, de 30 à 60 degrés, chacun d'eux contribué également à produire cette force : donc les forces vives produites dans les boules  $L$  &  $P$ , seront comme le nombre des ressorts qui ont contribué à leur production ; sçavoir comme, 12 à 3, ou comme 4 à 1. *C. Q. F. D.*

## CHAPITRE VII.

*Où l'on démontre que les forces vives des corps, sont en raison composée de leurs masses, & des quarrés de leurs vitesses.*

1. **Q**Uant aux vitesses acquises des boules, que je suppose presentement égales en masses, je dis que ces vitesses ne sont point entre elles comme le nombre des ressorts qui les ont produites ; mais comme les racines quarrées de ces nombres, sçavoir, dans cet exemple, comme  $\sqrt{12}$ , à  $\sqrt{3}$  ; comme  $\sqrt{4}$ , à  $\sqrt{1}$ , ou enfin comme 2 à 1. En voici la démonstration.

Je suppose deux lignes droites quelconques, données FIG. 7.  
 $AC$ ,  $BD$ , que je prends pour deux rangs de petits res-  
Fij



forts égaux & également bandez : je suppose de plus que deux boules égales commencent à se mouvoir des points  $C$  &  $D$ , vers  $F$  &  $I$ , lorsque les ressorts commencent à se dilater, soient  $CML$ ,  $DNK$ , deux lignes courbes dont les appliquées  $GM$ ,  $HN$ , expriment les vitesses acquises aux points  $G$  &  $H$ . Je nomme  $BD=a$ , l'abscisse  $DH=x$ , la différentielle  $HP$ , ou  $NT=dx$ , l'appliquée  $HN=v$ , la différentielle  $TO=dv$  ; je prends ensuite les abscisses  $CG$ ,  $CE$ , de la courbe  $CLM$  telles, quelles soient aux abscisses de la courbe  $DNK$ , comme  $AC$  est à  $BD$ , ou ce qui est la même chose, je fais  $BD, AC :: DH, CG :: DP, CE$ . Supposant donc  $AC=na$ , on aura  $CG=nx$ ,  $GE=ndx$  ; soit enfin l'appliquée  $GM=z$ . Tout ceci supposé, je raisonne ainsi.

2. Les boules étant parvenues aux points  $H$  &  $G$ , chaque ressort, tant de ceux qui étoient resserrez dans l'intervalle  $AC$ , que de ceux qui l'étoient dans l'intervalle  $BD$ , sera dilaté également, parce que  $AC.CG :: BD.DH$ , chacun de ces ressorts aura donc perdu de part & d'autre, une partie égale de son élasticité, & il leur en restera par conséquent à chacun également. Donc (*Ch. 6. §. 3 & 4.*) les pressions & les forces mortes que les boules en reçoivent, sont aussi égales entre elles : je nomme cette pression  $p$ . Or l'accroissement élémentaire de la vitesse en  $H$ , je veux dire la différentielle  $TO$ , ou  $dv$ , est par la loi connue de l'accélération, en raison composée de la force motrice, ou de la pression  $p$ , & du petit tems que le mobile met à parcourir la différentielle  $HP$ , ou  $dx$ , lequel tems s'exprime par  $\frac{HP}{HN} = \frac{dx}{v}$ , on aura donc  $dv = \frac{pdx}{v}$ , & partant  $v dv = p dx$ , ce qui donne par l'intégration  $\frac{1}{2} vv = \int p dx$ . Par la même raison on a,  $dz = \frac{p \times GE}{GM} = \frac{p \times ndx}{z}$ , par conséquent  $z dz = np dx$  ; & en intégrant  $\frac{1}{2} zz = \int np dx$ , d'où il suit que  $vv. zz :: \int p dx$ .



$nspdx :: 1.n :: a.na :: BD.AC$  ; or  $BD$ , est à  $AC$ , comme la force vive acquise en  $H$ , est à la force vive acquise en  $G$ . (Chap. 6. §. 9.) Donc ces deux forces sont entre elles comme  $vv$ , à  $zz$  ; ainsi les forces vives des corps égaux en masses, sont comme les quarrés de leurs vîteses, & les vîteses elles-mêmes sont en raison sous-doublée, ou comme les racines quarrées des forces vives.  
C. 2. F. D.

## COROLLAIRE I.

3. Si les corps sont inégaux en masses, il est clair que leurs forces vives sont comme les produits des masses par les quarrés des vîteses.

## COROLLAIRE II.

4. Si on suppose les droites  $AC, BD$ , infiniment longues, par rapport aux espaces parcourus  $CG, DH$  ; la pression  $p$  sera égale & uniforme dans toute l'étendue du chemin que le mobile a à parcourir : en effet, les ressorts  $AC$  &  $BD$ , s'étant dilatez jusqu'en  $G$  & en  $H$ , & les dilatations  $CG, DH$ , étant infiniment peu considérables, par rapport à l'étendue  $AC$  &  $BD$ , que ces ressorts occupoient auparavant ; il est évident que chaque ressort ne perd par sa dilatation, qu'une partie infiniment petite de son effort ; & que par conséquent les pressions  $p$ , que les boules reçoivent par ces efforts, seront égales, & uniformes dans tous les points des lignes  $CG$  &  $DH$ .

## COROLLAIRE III.

5. Dans cette supposition où  $p$  devient constante  $spdx$ , sera  $px$ , & partant  $\frac{1}{2}vv = px$ , &  $\frac{1}{2}zz = np x$  ; d'où il paroît que les courbes des vîteses  $CML, DNK$ , seront des paraboles d'un même parametre, exprimé par  $2p$  ; car le parametre en  $C$ , est  $\frac{MG^2}{CG} = \frac{2np x}{nx} = 2p$ , & le parametre en  $D$  est  $\frac{NH^2}{DH} = \frac{2px}{x} = 2p$ .



## COROLLAIRE IV.

6. Ainsi l'accélération des boules, suit dans ce cas la même loi que celle des corps pesans qui tombent, puisque les quarrés des vitesses acquises sont aussi comme les hauteurs parcourues par les corps pesans en tombant; & comme la pesanteur est constante, de quelque hauteur qu'un corps tombe, de même la pression des boules est uniforme dans toute la longueur de leur chemin.

## COROLLAIRE V.

7. On peut donc considérer la chute & l'accélération d'un poids, comme étant causée par l'effort d'une matière élastique, qui étendue verticalement à l'infini, presseroit les corps de haut en bas, & les feroit descendre selon la loi connue de l'accélération. Il sera donc aussi permis d'appliquer aux forces vives de deux poids égaux, qui tombent de deux hauteurs différentes, ce qui a été prouvé des forces vives à l'égard de deux boules, savoir quels sont en raison de  $AC$  à  $BD$ , ou en raison des espaces parcourus, puisque  $AC. BD :: CG. DH$ , ce qui fait voir que les hauteurs différentes qu'un même poids, ou que deux poids égaux parcourent en tombant, sont proportionnelles à leurs forces vives acquises.

8. Cette démonstration justifie la manière dont M. de Leibnitz mesuroit les forces vives des corps par les hauteurs auxquelles ces corps peuvent monter en vertu de leurs vitesses. On dira peut-être que la cause de la pesanteur ne consiste pas dans la pression, que les corps qu'on nomme pesans reçoivent de l'effort d'une matière élastique étendue à l'infini. Mais cette objection seroit inutile; je ne prétens pas expliquer ici la véritable cause de la pesanteur. Je suppose un principe, & j'examine ensuite quel seroit l'effet de ma supposition, si elle avoit lieu dans la nature, & si je montre que la loi de l'accélération selon cette hypothèse, ne diffère pas de celle que la nature observe



dans la chute des corps graves ; je ne vois pas pourquoi il ne me seroit pas permis d'attribuer à celle-ci tout ce qui se déduit légitimement de l'autre. Les Physiciens décomposent souvent le mouvement uniforme, en deux mouvemens collatéraux, pour rendre raison d'un phénomène ; quoique ce mouvement n'a pas été composé originairement de ces deux mouvemens collatéraux ; & comme le même mouvement peut être décomposé en deux mouvemens collatéraux d'une infinité de manières différentes, puisqu'il peut y avoir une infinité de parallélogrammes autour d'une même diagonale ; ils choisissent entre toutes ces manières, celle qui les accommode le plus, sans qu'on se soit avisé de leur reprocher. Tout le monde est en droit de faire des suppositions, & d'en tirer des conclusions ; de même qu'on a jamais défendu aux Géomètres de supposer ou de tirer dans les figures des lignes qui n'y sont pas, pourvu qu'elles servent à démontrer quelques Theorèmes, ou à résoudre quelques Problèmes ; il n'en est pas de même de notre sujet, quelque soit la véritable cause de la pesanteur ; il me suffit d'indiquer une manière de produire par l'action des ressorts, une acceleration tout-à-fait semblable à celle que produit la pesanteur, & que je fasse voir comme je l'ai fait, que les espaces parcourus  $CG$  &  $DH$ , sont entre eux comme les forces acquises des corps égaux aux points  $G$  &  $H$ , pour en pouvoir conclure que les forces vives de deux poids égaux, sont comme les hauteurs d'où tombent ces poids, ou auxquelles ils peuvent monter, & par conséquent comme les quarrés des vitesses.

9. On m'objectera peut-être que pour envisager la descente de deux poids de deux hauteurs différentes, sur le pied de deux espaces différens  $CG$ ,  $DH$ , parcourus par l'action des ressorts : je suis obligé de supposer deux rangs inégaux de ressorts  $AC$  &  $BD$ , quoique chacun de ces rangs soit d'une étendue infinie, que cependant la cause de la pesanteur est la même pour toutes les hauteurs que les graves peuvent parcourir en tombant. A cela je



répons, que je considère simplement ici l'effet que l'action de deux rangs de ressorts *AC* & *BD* peut produire, comme étant entièrement identique avec celui que fait la pesanteur ; sans prétendre par là que la cause de la pesanteur consiste effectivement, dans une action de ressorts, ou dans la pression d'une matière élastique qui par la continuation de son effort fasse descendre les corps pesans.

## CHAPITRE VIII.

*Où l'on confirme la mesure des forces vives, établies dans le Chapitre précédent, par des expériences & de nouvelles démonstrations.*

1. **J**E ne crois pas que personne puisse révoquer en doute, après tout ce que nous venons d'expliquer, la vérité de la règle établie pour l'estime de la force vive des corps ; ainsi nous regarderons comme une chose démontrée, que cette force est proportionnelle à la masse, ou à la quantité de matière multipliée par le quarré de la vitesse, & non par la simple vitesse.

2. Il s'est fait depuis peu d'années diverses expériences qui confirment merveilleusement cette règle. On a laissé tomber pour cet effet, de différentes hauteurs sur une matière molle, telle que du suif, ou de la terre-glaïse, dont la surface étoit unie & de niveau, plusieurs boules égales en grandeur, & inégales en poids ; après quoi on a observé avec toute l'exactitude nécessaire, combien ces boules avoient pénétré dans la matière molle. Cette expérience répétée un grand nombre de fois, on a remarqué que les enfonçures étoient toujours égales lorsque les boules tomboient de hauteurs réciproquement proportionnelles à leurs poids.

3. On a conclu de l'égalité de ces enfonçures, que les



les boules avoient des forces égales dans le moment qu'elles commençoient à s'enfoncer. Mais la vitesse de chaque boule au moment de l'enfoncement, étant en raison sous-doublée de sa hauteur, ou sa hauteur en raison doublée de sa vitesse : il s'ensuit que les forces vives de deux corps differens sont égales, lorsque leurs masses, ou quantité de matiere ont une raison reciproque aux quarez de leurs vitesses, conformément à la loy generale, qui veut *que la force vive d'un corps soit toujours proportionnelle au produit de la masse par le quarré de sa vitesse*. C'est ce que nous avons prouvé par des démonstrations *a priori*, & que l'experience confirme à present.

4. J'ai encore d'autres preuves à alleguer pour le soutien de cette verité, mais si simples & si faciles, qu'il est surprenant que personne ne s'en soit aperçu avant moi; celles que je vais indiquer sont tirées du choc oblique des corps. Soient deux boules *A* & *C* parfaitement élastiques & égales entre elles, que *C* soit en repos, & que *A* vienne la fraper obliquement, suivant la direction, & avec la vitesse exprimée par *AB*, que je suppose faire un angle demi droit, avec la tangente commune qui passe par le point de rençontre des deux boules, pour déterminer ce qui leur arrivera après le choc; je décompose le mouvement par *AB*, en deux autres dont les directions sont *AF* & *FB*, l'une parellele, & l'autre perpendiculaire à la commune tangente, en consequence de la regle donnée ci-dessus pour le concours direct des corps, la boule *A* étant parvenue en *B*, perdra tout son mouvement, selon la direction *FB*, pendant qu'elle conservera son mouvement par *AF*. Cette boule doit donc continuer à se mouvoir selon la direction *BE*, parallele à *AF*, avec une vitesse  $BE = AF$ , tandis que la boule *C* recevra dans la direction *FB* prolongée, une vitesse  $CD = FD = AF$ . Voilà donc la force de la boule *A* partagée après le choc en deux également; car puisque ces boules sont égales & ont des vitesses égales, il s'ensuit que chacune a la

FIG. 8.



moitié de la force, que la seule *A* avoit avant le choc; d'où il est évident que la force de la boule *A* avant le choc, est à la force de la boule *C* son égale après le choc, comme 2 est à 1, ou comme  $AB^2$ , à  $BF^2$ , c'est-à-dire, comme le quarré de la vitesse de la boule *A* avant le choc, est au quarré de la vitesse de la boule *C*, après le choc.

5. Passons à une autre preuve, & au lieu de distribuer également la force d'une boule entre deux boules égales, démontrons la même vérité par la réunion de deux forces égales en une; concevons pour cet effet deux boules égales *D* & *E*, lesquelles se meuvent avec des vitesses égales *DC*, *EB*, sur des directions perpendiculaires l'une à l'autre, en sorte que la boule *D* parvenue en *C*, rencontre directement la boule *E* parvenue en *B*, il est visible que la première boule s'arrêtera tout court en *C*, & que l'autre boule se mouvra le long de la direction *BA*, faisant avec *BD* prolongée, un angle demi droit *ABF*, & que son mouvement par *BA*, sera composé de  $FA=EB$ , & de  $BF=DC$ . Voici donc un cas où la boule *E* ou *B*, possède toute seule après le choc, les deux forces que les deux boules avoient avant le choc. Mais ces deux forces étoient égales, tant à cause de l'égalité des boules, que de celles de leurs vitesses. Donc la force de la boule *B* après le choc, est à la force de la boule *D* avant le choc, comme 2 est à 1, ou comme  $BA^2$  est à  $BF^2=DC^2$ , c'est-à-dire, comme le quarré de la vitesse de la boule *B* après le choc, au quarré de la vitesse de la boule *D* avant le choc.

6. Peut-être soutiendra-t-on, que tout ce qu'on peut conclure de ces deux démonstrations, c'est que les forces vives de deux corps égaux, sont entre elles comme 2 est à 1, lorsque leurs vitesses sont comme  $\sqrt{2}$  à 1. J'en tombe d'accord, mais au moins ne sçauroit-on nier qu'elles ne démontrent invinciblement la fausseté du sentiment commun, qui veut que la force d'un corps en mouvement, soit proportionnelle à la quantité de son mouvement, ou au produit de sa masse par sa simple vitesse.





## CHAPITRE IX.

*Démonstration generale & Géométrique du Theorème de la quantité des forces vives, proportionnelles aux produits des masses par les quarez des vîtesſes.*

1. **M**Ais ſans inſiſter davantage ſur la validité des démonſtrations précédentes, je me propoſe d'en donner ici une generale ſi fort au-deſſus de toute exception, que je la crois ſeule capable de convaincre les partifans les plus obſtinez, de l'opinion vulgaire; elle eſt auſſi fondée ſur la décomposition du mouvement. Je prouverai donc d'une maniere géométrique, que quand un corps a précifément autant de vîteſſe qu'il lui en faut pour plier un reſſort contre lequel il heurte perpendiculairement, ce même corps pourra plier avec une vîteſſe double de la premiere, je ne dis pas deux, mais quatre reſſorts pareils au premier, & qu'avec une vîteſſe triple il ne ſera pas ſimplement en état de plier trois reſſorts comme les précédens, mais neuf, & ainſi de ſuite.

2. Pour ſe convaincre de cette verité, figurons-nous que le corps *C* frappe obliquement un reſſort placé en *L*, avec la vîteſſe *CL*, ſoit l'angle de l'obliquité *CLP* de 30 degrez, afin que la perpendiculaire *CP* devienne égale à  $\frac{1}{2} CL$ , ſoit la vîteſſe  $CL=2$ ; & ſoit enfin la réſiſtance du reſſort *L*, telle que pour le plier il faille précifément un degré de vîteſſe dans le corps *C*, lors que ce corps le heurte perpendiculairement. On ſuppoſe que le corps *C* ſe meut ſur un plan horiſontal. Ceci connu, je dis qu'après que le corps *C*, aura choqué obliquement le reſſort *L*, avec une vîteſſe *CL* de deux degrez; vîteſſe qui en vertu de la compoſition du mouvement eſt compoſée de  $CP=1$ , & de  $PL=\sqrt{3}$ ; ce corps perdra entierement le mouvement perpendiculaire par *CP*, & ne

FIG. 9.

Gij



retiendra que le mouvement par  $PL$  ; ainsi le corps  $C$  après avoir consumé son mouvement par  $CP$ , à plier le premier ressort  $L$ , continuëra à se mouvoir dans la direction  $PLM$  avec une vitesse  $LM = PL = \sqrt{3}$  ; concevons au point  $M$ , un second ressort semblable au premier, & l'angle de l'obliquité  $LMQ$ , tel que la perpendiculaire  $LQ$  soit  $= 1$ . Il est clair que le mouvement par  $LM$ , étant composé de deux collatéraux par  $LQ$  &  $QM$ , le mouvement par  $LQ$  sera entièrement consumé, à plier le ressort  $M$ , pendant que le mouvement par  $QM$ , continuëra selon la direction  $QMN$ , avec une vitesse  $MN = QM = \sqrt{2}$ . Imaginons au point  $N$  un troisième ressort égal à chacun des précédens que le corps  $C$  rencontre sous un angle demi droit  $MNR$ , afin que  $MR$ , perpendiculaire à la ligne de situation du ressort, devienne égale à 1 : il est manifeste que le mouvement par  $MN$ , composé des mouvemens par  $MR$ , & par  $RN$ , consumera le premier de ces mouvemens par  $MR$ , à plier le ressort  $N$  ; & par conséquent son autre mouvement par  $RN$  continuëra avec une vitesse  $NO = RN = 1$ . Le corps  $C$  conserve donc encore un degré de vitesse suivant la direction  $RNO$ , après avoir plié les trois ressorts  $L$ ,  $M$ ,  $N$ , & c'est avec ce degré de vitesse que le corps  $C$  pliera le quatrième ressort  $O$ , contre lequel je suppose qu'il heurte perpendiculairement.

Il paroît de tout ceci que le corps  $C$  a la force de plier avec deux degrez de vitesse, quatre ressorts dont chacun demande pour être plié, un degré de vitesse dans le corps  $C$ . Mais ces quatre ressorts pliés, sont l'effet total de la force du corps  $C$ , mû avec deux degrez de vitesse ; puisque toute cette vitesse du corps  $C$  se consume à plier ces quatre ressorts l'un après l'autre : & un seul ressort plié, est l'effet total de la force du même corps  $C$ , mû avec un degré de vitesse, puisque la résistance de chaque ressort est telle, qu'elle détruit précisément un degré de vitesse dans le corps  $C$  : puis donc que les effets totaux sont entre eux, comme les forces qui ont produit



ces effets , il faut que la *force vive* du corps  $C$  , mû avec deux degrez de vîtesse, soit quatre fois plus grande que la *force vive* du même corps mû avec un degre de vîtesse.

3. On démontrera de la même maniere qu'une vîtesse triple, quadruple, quintuple, &c. fait avoir au corps  $C$ , une force, neuf fois, seize fois, vingt-cinq fois, &c. plus grande, parce que dans ce cas il sera capable de plier avant de s'arrêter, 9, 16, 25, &c. ressorts égaux. Il n'y a pour cela qu'à donner à  $CL$ , une obliquité convenable sur le premier ressort, & telle que  $CP$  soit à  $CL$ , comme 1 est à 3, 4, 5, &c. & diriger les autres obliquités suivant l'exigence du cas. Je tire de tout ceci cette conclusion generale, que la *force vive d'un corps est proportionnelle au quarré de sa vîtesse, & non à sa simple vîtesse.*

## CHAPITRE X.

*Des trois loix qui s'observent constamment dans le choc direct de deux corps. Que l'une de ces loix prise à discretion, a toujours une connexion necessaire avec les deux autres.*

1. **J**Oignons à ce que nous venons de dire quelques réflexions sur cette triple loi, que les corps durs que j'ai nommez parfaitement roides, observent inviolablement quand ils se choquent ; la premiere de ces loix a été démontrée au Chapitre 4. §. 5. elle consiste dans la conservation de la vîtesse respective avant & après le choc. On trouve cette vîtesse respective en prenant la difference des vîtesses absolües, lorsque les corps vont d'un même côté, & leur somme lorsqu'ils se meuvent en sens contraire. La seconde loi démontrée au même Chapitre §. 8. établit la conservation de la quantité de direction toujours égale au produit de la somme des masses, par la vîtesse du commun centre de gravité. La troi-



sième consiste enfin, dans la conservation de la quantité des forces vives. Ce seroit obscurcir cette loi que d'entreprendre de la démontrer. En effet tout le monde regarde comme un axiome incontestable, que toute cause efficiente ne scauroit perir, ni entout, ni en partie, qu'elle ne produise un effet égal à sa perte. L'idée que nous avons de la force vive, en tant quelle existe dans un corps qui se meut, est quelque chose d'absolu, d'indépendant, & de si positif, qu'elle resteroit dans ce corps, quand même le reste de l'Univers seroit anéanti. Il est donc clair que la force vive d'un corps diminuant ou augmentant à la rencontre d'un autre corps ; la force vive de cet autre corps doit en échange augmenter ou diminuer de la même quantité ; l'augmentation de l'une étant l'effet immédiat de la diminution de l'autre, ce qui emporte nécessairement la conservation de la quantité totale des forces vives : aussi cette quantité est-elle absolument inalterable par le choc des corps.

2. Mais autant que cette loi est évidente & certaine, par la seule idée qu'on doit avoir de la force vive ; autant incertaine, a été jusqu'ici la maniere de mesurer cette force, un préjugé general ayant fait croire qu'elle étoit proportionnelle au produit de la masse par la vitesse : c'est de ce préjugé qu'est venue la fausse opinion de la conservation de la quantité du mouvement, dont on ne s'est desabusé que depuis que des personnes éclairées ont démontré que la quantité du mouvement peut être augmentée & diminuée par le choc des corps, sans démontrer pourtant en quoi consiste la véritable maniere de mesurer les forces vives. M. de Leibnitz découvrit le premier qu'elles étoient en raison des produits des masses par les quarrés des vitesses ; mais comme nous l'avons déjà dit, peu de gens acquiescerent à ses raisonnemens. Je crois avoir établi cette vérité d'une maniere si évidente, que désormais elle sera à l'abri de toute contestation.

3. Quelques réflexions sur la nature de cette triple



loi, nous feront encore remarquer que des trois conservations qui se font, 1°. de la vitesse respective; 2°. de la quantité de direction; 3°. de la somme des produits des masses par les quarrés des vitesses, deux étant accordées, la troisième l'est aussi d'une nécessité geometrique; ce que je démontre ainsi, soient  $A$  &  $B$  deux corps, leurs vitesses avant le choc  $a$  &  $b$ , & leurs vitesses après le choc  $x$  &  $y$ ; supposons d'abord qu'avant & après le choc, ces corps se meuvent du même côté. La premiere conservation donnera  $a - b = y - x$ ; la seconde  $Aa + Bb = Ax + By$ . J'en déduis la troisième de cette maniere: par la transposition des termes il vient  $a + x = y + b$ , &  $Aa - Ax = By - Bb$ . Qu'on multiplie les membres de ces deux équations, sçavoir  $Aa - Ax$ , par  $a + x$ , &  $By - Bb$ , par  $y + b$ , les produits donneront une nouvelle équation  $Aaa - Axx = Byy - Bbb$ , laquelle par la transposition des termes, se changera en  $Aaa + Bbb = Axx + Byy$ , formule qui exprime parfaitement ce qu'on cherche, je veux dire la conservation de la somme des produits, par les quarrés des vitesses. On voit aisément que si on rend  $a$  ou  $b$ , de même que  $x$  ou  $y$  negatif, pour marquer le mouvement en sens contraire des corps  $A$  &  $B$ , tant avant qu'après le choc, cette supposition ne changera rien dans les signes des termes de l'équation trouvée  $Aaa + Bbb = Axx + Byy$ , parce que les dimensions de ces lettres sont en nombre pair dans tous les termes de cette équation.

4. Il paroît par ce calcul que la conservation de la somme des produits des masses par les quarrés des vitesses, à une connexion nécessaire avec les deux autres conservations; & toute personne un peu Geometre, auroit pû l'en tirer comme un simple Corollaire, sans en penetrer l'utilité, ç'auroit été entre ses mains, une verité sterile & purement geometrique. Et c'est ce qui est effectivement arrivé à M. Huguens, quoique grand Mathematicien, & genie du premier ordre. Il a formé de cette proposition un Theorème qu'il a ensuite démontré



à (\*) la maniere, mais sans trouver dans ce Théorème la conservation de la quantité des forces vives qui y est cachée, Monsieur Huguens ignoroit sans doute que la force d'un corps en mouvement, est proportionnelle au produit de sa masse par le quarré de sa vitesse, où il refusoit d'admettre cette proposition, faute de recourir à la nature & à ses premiers principes, les Théorèmes les plus importans dégènerent en de simples spéculations.

5. Mais à present que cette verité est mise dans son jour, & hors de toute atteinte, on a lieu d'admirer la parfaite conformité qui regne entre les loix de la Nature, & celles de la Geometrie; conformité qu'elle observe si constamment, & dans toutes les circonstances; il semble que la Nature ait consulté la Geometrie, en établissant les loix du Mouvement. Car si il eut été possible que les forces des corps qui sont en mouvement, n'eussent pas été en raison des produits des masses par les quarrés des vitesses, & que la Nature les eut faites en un autre raison; elle se seroit démentie, l'ordre de la Geometrie auroit été violé. La quantité des forces vives, source unique de la continuation du mouvement dans l'Univers, ne se seroit pas conservée; plus d'égalité par conséquent entre les causes efficientes & leurs effets; en un mot toute la Nature seroit tombée dans le desordre.

## CHAPITRE XI.

*Du choc de trois corps durs, selon différentes directions.*

1. **L**orsque trois corps durs se choquent à la fois, selon différentes directions, il est difficile de déterminer leurs vitesses après le choc, parce que la con-

(\*) Voyez la longue Démonstration qu'il en a donnée dans son Traité, *De motu corporum ex percuss.* prop. XI,



servation de la vitesse respective n'a pas lieu ici, comme il est aisé de le voir, pour peu d'attention qu'on y fasse. Mais on en peut venir à bout par le moyen la véritable estimation des forces vives, & de la conservation de la quantité de direction, lesquelles ont lieu en toutes sortes de choc, quelque soit le nombre des corps qui se rencontrent.

2. Soient  $A$  &  $B$  deux boules que je suppose en repos, & dont les masses sont égales; soit une troisième boule  $C$ , d'une masse quelconque qui se meuve contre les deux premières, suivant la direction  $CD$ , perpendiculaire à la droite qui joint les centres des deux boules  $A$  &  $B$ ; en sorte que celles-ci soient frappées tout à la fois par la boule  $C$  parvenue en  $D$ , on demande quelle sera la direction & la vitesse de chacune de ces boules après leur choc? FIG. 104

## SOLUTION.

3. La direction de ces boules après leur choc ne souffre aucune difficulté; car si du centre de la boule  $D$ , on tire les droites  $DF$ ,  $DG$ , par les points d'attouchement, ou par les centres des deux autres boules, il est visible que ces lignes seront les directions des boules frappées, & que la boule  $C$  reculera, s'arrêtera, ou s'avancera dans la ligne de sa direction  $CD$ , selon que les boules qu'elle aura frappées auront plus ou moins de masse; l'expression de leurs vitesses est un peu plus difficile: je la détermine par le calcul suivant.

4. Soient exprimez la vitesse de la boule  $C$ , par  $CD=a$ ; la vitesse de la même boule après le choc, par  $DE=x$ ; & la vitesse des boules  $A$  &  $B$ , par  $AF$ , &  $BG=y$ , soit la masse de la boule  $A$ , ou de la boule  $B=n$ , & la masse de la boule  $C=m$ , la quantité de la direction avant le choc, sera  $=ma$ , & la quantité de direction après le choc, sera  $=mx + \frac{2n}{p}ny$ . Je suppose que  $H$  est le point du milieu de la droite qui joint les centres des deux boules  $A$  &  $B$ , parvenues en  $F$  &  $G$ , & qu'ainsi ce

H



point est le centre commun de gravité des deux boules  $F$  &  $G$ ; & je nomme  $p$  à  $q$ , la raison de  $DF$  à  $DH$ , j'aurai donc, en vertu de la conservation de la quantité de direction, cette égalité  $ma = mx + \frac{2q}{p}ny$ . Or la quantité de la force vive avant le choc, est  $= maa$ , & la quantité des forces après le choc, est  $= mxx + 2nyy$ , donc  $maa = mxx + 2nyy$ , on trouve la valeur des inconnuës  $x$  &  $y$ , par la comparaison de ces deux équations : le calcul donne  $x = \frac{ppma - 2qqna}{ppm + 2qqn}$ , &  $y = \frac{2pqma}{ppm + 2qqn}$ .

## COROLLAIRE I.

5. Si  $ppm = 2qqn$ , ou ce qui revient à la même chose, si  $pp. qq :: 2n. m$ , c'est-à-dire, si la somme des deux boules  $A$  &  $B$  est à la boule  $C$ , comme le carré du sinus total, est au carré du sinus de l'angle  $DFH$ , complement de l'angle  $FDH$ , on aura  $x = 0$ ; auquel cas la boule  $C$  s'arrêtera tout court après le choc en  $D$ ; la vitesse de chaque boule  $A$  &  $B$ , ou  $y$ ,  $\left( \frac{2pqma}{ppm + 2qqn} \right)$  Sera  $= \frac{qa}{p}$ , &  $AF$ , ou  $BG$  deviendra quatrième proportionnelle du sinus total, du sinus de l'angle  $DFH$ , & de  $CD$ , qui exprime la vitesse de la boule  $C$ .

## COROLLAIRE II.

6. Il s'ensuit encore que si les trois boules  $C, A, B$ , sont égales, & que  $FDG$  soit un angle droit, ou  $FDH$  un demi angle droit, la boule  $C$  s'arrêtera en  $D$ , & chacune des deux autres se mouvra avec une vitesse qui sera à celle de la boule  $C$  avant le choc, comme le côté d'un carré est à sa diagonale, ou comme 1 à  $\sqrt{2}$ , car dans ce cas on aura  $pp. qq :: 2. 1 :: 2n. m$ , &  $y \left( \frac{qa}{p} \right) = \frac{1a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{\frac{1}{2}}$ .



## COROLLAIRE III.

7. Si  $ppm$  est plus petit que  $2qqn$ , la valeur de  $x$ , ou  $DE$  sera negative, & par consequent la boule  $C$  rebrouffera après qu'elle aura frapé les boules  $A$  &  $B$ , & si la boule  $C$  étoit infiniment petite par raport aux autres, elle rebroufferoit avec la même vîtesse qu'elle avoit avant le choc, & les deux boules  $A$  &  $B$  resteroient immobiles, car on auroit  $x = \frac{-2qqna}{2qqn} = -a$ , &  $y = \frac{2pqoa}{2qqn} = 0$ .

## COROLLAIRE IV.

8. Et si au contraire les boules  $A$  &  $B$  étoient infiniment petites par raport à la boule  $C$ , celle-ci continueroit à se mouvoir après le choc sans aucune perte sensible de sa vîtesse, & les boules  $A$  &  $B$  acquereroient chacune une vîtesse double de celle qu'elles auroient eues dans le cas du premier Corollaire; car  $x$  deviendrait  $= \frac{ppma}{ppm} = a$ , &  $y = \frac{2pqma}{ppm} = \frac{2qa}{p}$ . D'où on voit qu'en diminuant à l'infini les boules  $A$  &  $B$ , on augmentera leurs vîtesses, mais sans parvenir jamais au double de la quatrième proportionnelle du sinus total, du sinus de l'angle  $DFH$ , & de la vîtesse de la boule  $C$ .

## COROLLAIRE V.

9. Si l'angle  $FDG$  est infiniment aigu, je veux dire, si  $p=q$ , les directions  $AF$ ,  $BG$ , tomberont sur  $DH$ , & les boules  $A$  &  $B$  pourront être regardées comme réunies en un seul corps, ce qui est un cas du choc direct expliqué ci-dessus Chapitre 4. §. 2. En effet faisant  $p=q$ , on aura  $x = \frac{ma - 2na}{m + 2n}$ , &  $y = \frac{2ma}{m + 2n}$ ; conformément à ce qui a été trouvé dans l'endroit cité, où on a exprimé par  $A$  &  $B$  ce qui l'est ici par  $m$  &  $2n$ .

Hij



## COROLLAIRE VI.

10. Si les angles  $FDH$ , &  $GDH$  sont aussi grands qu'ils puissent l'être, c'est-à-dire, si chacun de ces angles est droit, & que par conséquent les directions  $AF$  &  $BG$ , soient dans une même ligne perpendiculaire à la direction  $CD$ ; la boule  $C$  étant parvenue en  $D$ , ne fera que friser les boules  $A$  &  $B$ , & coulera entre deux sans leur imprimer aucune vitesse, aussi aura-t-on dans ce cas

$$\text{où } q=0, x=\frac{p p m a}{p p m}=a, \text{ \& } y=\frac{2 p m o a}{p p m}=0.$$

11. Il est manifeste par ces deux derniers Corollaires, que les directions  $AF$ ,  $BG$  peuvent former avec la direction  $DH$ , des angles  $FDH$ ,  $GDH$ , tels que les boules  $A$  &  $B$  s'éloigneront de la direction  $CDH$ , le plus vite qu'il est possible; je veux dire, qu'il y a un *maximum* entre toutes les directions des boules  $A$  &  $B$ , qui contribuent à former cet éloignement, ce qui donne lieu à un Problème assez curieux que voici.

## PROBLÈME I.

12. On demande la grandeur des angles  $FDH$  &  $GDH$ , des directions  $AF$  &  $BG$ , suivant lesquelles les boules données  $A$  &  $B$ , frappées par une troisième boule donnée  $C$ , dont la vitesse est aussi donnée, s'éloignent l'une de l'autre le plus vite qu'il est possible dans un tems donné, ou ce qui revient à la même chose, on exige que la vitesse respective des boules  $A$  &  $B$ , soit la plus grande qu'il est possible.

Je trouve par la méthode de *maximis*, que pour résoudre ce Problème, il faut faire cette analogie: comme  $2m+2n$  est à  $m+2n$ ; ainsi le carré du sinus total, est à un quatrième terme. La racine carrée de ce dernier terme donnera le sinus de l'angle cherché  $FDH$  ou  $GDH$ : c'est pour abréger que je n'en mets pas ici l'analyse.



## COROLLAIRE I.

13. Si les trois boules  $A$ ,  $B$ ,  $C$  sont égales, l'angle  $FDH$  sera de 60 degrez, ou les deux tiers d'un angle droit; & par consequent le double de cet angle  $FDG$  fera de 120 degrez, ou les  $\frac{2}{3}$  d'un droit; car dans ce cas  $2m + 2n$ , est à  $m + 2n$ , comme 4 est à 3. Ce qui est précisément la raison du quarré du sinus total, au quarré du sinus de 60 degrez.

## COROLLAIRE II.

14. Si la boule  $C$  est égale à la somme des deux boules  $A$  &  $B$ , on aura  $2m + 2n$ .  $m + 2n :: 3$ . 2. ce qui donne à très-peu de chose près l'angle  $FDH$ , de 54 degrez 44 minutes, le même angle que plusieurs personnes ont démontré que la barre du gouvernail devoit faire avec la quille du Vaisseau, pour l'obliger à virer le plus promptement qu'il est possible.

## COROLLAIRE III.

15. Comme  $m + 2n$  excède toujours la moitié de  $2m + 2n$ , il s'ensuit que l'angle du plus grand éloignement  $FDH$ , est aussi toujours plus grand qu'un demi droit; mais si les boules  $A$  &  $B$  sont supposées infiniment petites par raport à la boule  $C$ , alors l'angle  $FDH$  sera demi droit, & son double l'angle  $FDG$  deviendra droit.

16. Il y a des cas où la vitesse absolue des boules  $A$  &  $B$  peut devenir un *maximum*, ce qui est un espece de paradoxe: il consiste en ce que si ces boules sont réunies en un corps, & choquées directement par la boule  $C$ , elles en recevront une vitesse absolue moindre que si ces boules étoient séparées & frappées selon certaines directions. On tire de cette remarque un nouveau Problème.



## PROBLEME II.

17. Toutes choses supposées comme dans le Problème précédent, on demande les directions  $AF$ ,  $BG$ , les plus avantageuses, pour que les boules données  $A$  &  $B$ , frappées à la fois par une troisième boule  $C$ , en reçoivent la plus grande vitesse possible, suivant ces mêmes directions.

On résoudra ce Problème si suposant que la valeur generale de  $y = \frac{2pqma}{ppm + 2qqn}$  est un maximum, on la differentie en prenant la lettre  $q$  pour variable, & les autres pour invariables, & qu'en suite on égale la differentielle à zero; de cette maniere on trouvera  $qq = \frac{mpp}{2n}$ , & par consequent le quarré du sinus de l'angle  $FDH$ , c'est-à-dire,  $pp - qq = \frac{2n - m}{2n}pp$ . D'où l'on tire cette analogie, comme  $2n$  est à  $2n - m$ ; ainsi  $pp$  où le quarré du sinus total est à un quatrième terme, dont la racine quarrée donnera le sinus de l'angle cherché,  $FDH$ , ou  $GDH$ .

## COROLLAIRE I.

18. Lorsque les trois boules sont égales, l'angle  $FDH$  devient demi droit, & le double  $FDG =$  à un angle droit.

## COROLLAIRE II.

19. Si  $m = 2n$ , ou si la boule  $C$  est égale à la somme des deux autres, l'angle  $FDH$  devient nul, je veux dire que la plus grande vitesse fera imprimée aux boules  $A$  &  $B$ , lorsqu'elles seront réunies & frappées directement par la boule  $C$ .

## COROLLAIRE III.

20. Dans tous les cas où  $m$  est plus petite que  $2n$ , il y aura toujours certaines directions obliques  $AF$  &  $BG$ ,



le longs desquelles les boules  $A$  &  $B$  frappées par la boule  $C$ , iront avec plus de vitesse, que si étant réunies elles étoient frappées directement & avec la même vitesse, par la même boule  $C$ , soit, par exemple,  $m = \frac{3}{2}n$ , ou  $C. A :: 3. 2$ , l'angle  $FDH$  doit être de 30 degrez, & son double  $FDG$  de 60 degrez, la plus grande vitesse absolue que les boules  $A$  &  $B$  puissent recevoir par le choc de la boule  $C$ , se fera donc quand le triangle  $FGD$  sera équilatéral. Soit  $m = \frac{1}{2}n$  l'angle  $FDH$  le plus avantageux sera de 60 degrez, & ainsi des autres.

## COROLLAIRE IV.

21. Mais si  $m$  est plus grand que  $2n$ , il n'y aura plus de direction oblique qui jouisse du privilege de la plus grande vitesse; alors la vitesse sera toujours plus grande à mesure que l'angle  $FDH$  diminuera, ou que la boule  $C$  frappera plus directement les boules  $A$  &  $B$ ; la raison en est évidente; car si  $m$  étoit  $> 2n$ ,  $q$ , ou  $\frac{\sqrt{m^2 - p^2}}{2n}$ , devroit être aussi plus grand que  $p$ . Mais aucun sinus ne peut être plus grand que le sinus total.

## CHAPITRE XII.

*Du choc d'un corps contre plusieurs autres, & de la détermination generale de leur mouvement après le choc.*

1. **A**près avoir déterminé ce qui arrive quand une boule en frappe deux autres qui sont égales entre elles, & disposées à se mouvoir après le choc, suivant des directions également inclinées sur la direction de la boule qui frappe, que j'appellerai dans la suite *direction moyenne*; je passe à la considération de deux paires de



boules, dont les directions de chaque paire fassent des angles égaux avec la direction moyenne. Je suppose d'abord que les deux boules de chaque paire, sont égales entre elles : considérant ensuite ces quatre boules, comme venant à être frappées à la fois avec une vitesse donnée par une cinquième boule quelconque ; il s'agit de déterminer le degré de vitesse que chacune de ces quatre boules recevra après le choc, & celle que conservera la boule qui les a frappées, soit en avant, soit en arrière.

2. Cette question me parût si difficile la première fois que j'y pensai, que je fus tenté de croire que la résolution en étoit impossible ; aussi ne connois-je personne qui l'ait entreprise. Il me sembloit qu'il n'y avoit pas assez de choses données ; cependant un peu de tems & de réflexions m'ont fourni les moyens d'en venir à bout ; & ma méthode est telle, que non seulement elle satisfait à cette question, mais qu'on peut l'appliquer à un aussi grand nombre de paires de boules qu'on voudra, prises dans les circonstances prescrites : donnons-en un essai.

FIG. 11.

3. Soit la boule *C* en mouvement, selon la direction *CDH*, & que cette boule parvenue en *D*, frappe à la fois contre les deux paires de boules respectivement égales, *A* & *B*, *K* & *L*, que je suppose être situées de manière que les droites *DAF* & *DBG*, *DKT* & *DLV*, tirées du centre de la boule qui frappe par les points d'atouchement, fassent de part & d'autre des angles égaux avec la ligne de moyenne direction  $FDH = GDH$ , &  $TDI = VDI$ , il est clair que ces lignes seront les directions des quatre boules. Reste à déterminer leurs vitesses exprimées par *AF* & *KT*, ou *BG* & *LV*.

4. Pour résoudre ce qui paroît le plus épineux dans cette question, je m'avisai de considérer la boule *C* ou *D*, comme étant partagée au hazard en deux parties quelconques *R* & *S*, séparables l'une de l'autre, mais qui se meuvent conjointement jusqu'en *D*, où je suppose que la partie *R* choque seulement les deux boules *A* & *B*,  
dans



dans le même instant que la partie  $S$  frappe les deux autres boules  $K$  &  $L$ . On peut donc considérer la chose comme un double cas de la première question déjà résolue pour trois boules. On déterminera ensuite séparément, les vitesses des parties  $R$  &  $S$  après le choc. Mais ces deux vitesses différeront plus ou moins, selon le rapport qu'il y aura entre les deux parties  $R$  &  $S$  de la boule  $D$ , lesquelles se séparant après le choc, chacune se mouvra avec ce qui lui restera de vitesse propre. Cependant je conçois qu'il peut y avoir une raison entre  $R$  &  $S$ , telle qu'il restera à chacune de ces parties une vitesse égale après le choc, & qu'ainsi elles iront de compagnie, & avant & après le choc. De cette manière les parties  $R$  &  $S$  demeurant contiguës, elles continueront de faire ensemble un même tout, de même que si la boule  $C$  n'avoit point été partagée. Mais il est aisé de voir que les vitesses que les cinq boules auroient dans cette supposition, sont précisément les mêmes que si une boule entière & égale à  $D$ , choquoit dans les mêmes circonstances, les quatre boules  $A$  &  $B$ ,  $K$  &  $L$ . Le nœud de la question consiste donc à déterminer la raison qui doit être entre les parties  $R$  &  $S$ , pour que ces parties se meuvent de même vitesse après le choc : ceci trouvé le reste en coule naturellement.

5. Tel est le plan que je me suis proposé, il s'agit de l'exécuter. Soit donc la boule  $C$  ou  $D = m$ , la boule  $A$ , ou  $B = n$ , la boule  $K$ , ou  $L = p$ ; la vitesse  $CD$  de la boule  $C$  avant le choc  $= a$ ; le sinus total  $= p$ ; le sinus de l'angle  $DFH$ , complément de  $FDH = q$ ; le sinus de l'angle  $DTI$ , complément de  $TDI = r$ . Maintenant pour trouver la vitesse de la partie  $R$  après le choc, je consulte la formule pour trois boules  $x = \frac{ppma - 2qqna}{ppm + 2qqn}$ , où je substitue  $R$  à  $m$ , laissant les autres lettres qui sont ici les mêmes, j'aurai par ce moyen  $x$  où la vitesse de la partie  $R$  après le choc égale à  $\frac{ppRa - 2qqna}{ppR + 2qqn}$ ; je substitue ensuite dans la



formule  $S$  à  $m$ ,  $N$  à  $n$ , &  $Q$  à  $q$ , pour avoir la vîtesse de la partie  $S = \frac{pps a - 2QQNa}{pps + 2QQN}$ ; mais puisqu'il faut que les vîtesses de  $R$  & de  $S$  soient égales, pour que ces parties ne se separent pas après le choc, formons cette égalité:  $\frac{ppRa - 2qqna}{ppR + 2qqn} = \frac{pps a - 2QQNa}{pps + 2QQN}$ , qui réduite, donnera la valeur de  $S = \frac{QQNR}{qqn}$ . Et d'autant que les parties  $R$  &  $S$  prises ensemble, composent la boule entiere  $M$ ; il s'ensuit que  $R + \frac{QQNR}{qqn} = M$ . D'où il suit que  $R = \frac{qqnM}{qqn + QQN}$ . Substituant donc cette valeur de  $R$  dans celle de  $S$ , on aura aussi  $S = \frac{QQNM}{qqn + QQN}$ ; en sorte qu'il ne reste plus qu'à substituer la valeur de  $R$  dans  $\frac{ppRa - 2qqna}{ppR + 2qqn}$ , ou ce qui est la même chose, la valeur de  $S$  dans  $\frac{pps a - 2QQNa}{pps + 2QQN}$ , pour obtenir la vîtesse commune à chaque partie après le choc; & par consequent la vîtesse de toute la boule  $M$  qui sera  $= \frac{ppMa - 2qqna - 2QQNa}{ppM + 2qqn + 2QQN}$ . Quant aux vîtesses des boules frappées  $A$  &  $B$ ,  $K$  &  $L$ , je prends la formule pour trois boules  $y = \frac{2pqma}{ppm + 2qqn}$ , dans laquelle je substitue premièrement la valeur de  $R = \frac{qqnM}{qqn + QQN}$ , à  $m$ , sans toucher aux autres lettres; & ensuite la valeur de  $S = \frac{QQNM}{qqn + QQN}$ , à  $m$ ,  $N$  à  $n$ , &  $Q$  à  $q$ ; la premiere de ces substitutions donne la vîtesse  $AF$ , ou  $BG$  des boules  $A$  &  $B$ ,  $= \frac{2pqMa}{ppM + 2qqn + 2QQN}$ , & la seconde fait connoître la vîtesse  $KT$ , ou  $LV$ , des boules  $K$  &  $L$ ,



égale à  $\frac{2pQM a}{ppM + 2qqn + 2QQN}$ . Ce qu'il falloit trouver.

## S C H O L I E.

6. On se servira de la même methode à déterminer les vîteses de tel nombre de paires de boules qu'on voudra, de trois paires par exemple. Pour cet effet partagez par la pensée la boule *C* ou *D*, en deux parties *R* & *S*; & que l'une de ces parties, comme *R*, frappe une paire de boules, tandis que la partie *S* heurtera contre les deux autres paires. Cherchez ensuite séparément les vîteses que *R* & *S* auront après le choc, & égalez ces deux vîteses, vous déterminerez les valeurs des parties *R* & *S*, & le Problème réduit au cas précédent de deux paires de boules se résoudra de même. On voit aisément que cette methode s'étend également à tout nombre de paires de boules proposé. Mais sans entrer dans un calcul long & pénible, ce que nous avons dit de la formation des formules pour une, & deux paires de boules, indique suffisamment, la maniere de le tendre à autant de paires de boules qu'on voudra. Soit, par exemple, la masse de la boule qui frappe, nommée *M*, & les masses des boules frappées *e*, *f*, *g*, &c. soient de plus les sinus des complemens des angles de leurs directions, avec la direction moyenne, *q*, *r*, *t*, &c. Je dis qu'on aura après le choc,

$$1^{\circ} \text{ la vîtesse de la boule qui frappe, } \frac{ppMa - 2qqea - 2rrfa - 2ttga - \&c.}{ppM + 2qqe + 2rrf + 2ttg + \&c.}$$

$$2^{\circ} \text{ la vîtesse de la boule } e, \frac{2pqMa}{ppM + 2qqe + 2rrf + 2ttg + \&c.}$$

$$3^{\circ} \text{ la vîtesse de la boule } f, \frac{2prMa}{ppM + 2qqe + 2rrf + 2ttg + \&c.}$$

$$4^{\circ} \text{ la vîtesse de la boule } g, \frac{2ptMa}{ppM + 2qqe + 2rrf + 2ttg + \&c.}$$

$$\&c.$$

$$5^{\circ} \text{ la vîtesse de la boule } h, \frac{2phMa}{ppM + 2qqe + 2rrf + 2ttg + \&c.}$$

$$\&c.$$

$$6^{\circ} \text{ la vîtesse de la boule } i, \frac{2piMa}{ppM + 2qqe + 2rrf + 2ttg + \&c.}$$

$$\&c.$$



4°. la vitesse de la boule  $g$ ,

$$= \frac{2ptma}{ppm + 2qqe + 2rrf + 2ttg + \&c.}. \text{ Et ainsi à l'infini.}$$

### COROLLAIRE I.

7. On voit que les vitesses des boules frappées, sont entre elles comme  $q, r, t, \&c.$  c'est-à-dire, proportionnelles au sinus des complemens des angles que font leurs directions, avec la direction moyenne.

### COROLLAIRE II.

8. La vitesse avant le choc de la boule qui frappe, est à sa vitesse après le choc, comme  $ppm + 2qqe + 2rrf + 2ttg + \&c.$  est à  $ppm - 2qqe - 2rrf - 2ttg - \&c.$  & si  $ppm$  est  $>$  ou  $=$  ou  $<$ , que  $2qqe + 2rrf + 2ttg + \&c.$  la vitesse de cette boule après le choc sera affirmative, nulle ou negative. Je veux dire qu'après le choc cette boule ira en avant, qu'elle s'arrêtera, ou qu'elle reculera.

### COROLLAIRE III.

9. Je suppose à présent qu'une boule quelconque  $C$ , frappe à la fois un nombre infini de petites boules uniformément situées autour d'un grand cercle de la boule qui les frappe, comme on voit dans cette Figure, où les arcs égaux  $AE$  &  $AB$ , sont censez occupez par une multitude égale & infinie de part & d'autre de petites boules  $e, e, e, \&c. b, b, b, b$ , toutes égales entre elles, mais dont la somme des masses ait une proportion finie & comparable à la masse de la boule  $C$  ou  $D$ . Je dis que la détermination des vitesses de toutes ces boules après le choc, tant de la boule qui frappe, que de chacune de celles qui sont frappées, dépend de la quadrature du cercle, lorsque les arcs  $AE, AB$ , occupent moins d'un demi cercle sur la circonference  $EAB$ .

10. Mais ces vitesses peuvent être déterminées alge-

FIG. 12.



briquement, lorsque chacun des arcs  $AE$ ,  $AB$  est égal au quart de cercle  $D$ , & partant l'arc entier  $EAB$  = à sa demi circonference. Soit donc comme ci-dessus la boule qui frappe =  $M$ , sa vitesse avant le choc =  $a$ , la somme de toutes les boules frappées =  $N$ , le sinus du complément de l'obliquité de la direction de l'une de ces petites boules quelconques =  $R$ ; la vitesse de la boule qui frappe, fera après le choc =  $\frac{2Ma - Na}{2M + N}$ , & la vitesse de la petite boule frappée =  $\frac{4M \times Ra}{2M + N}$ . D'où il paroît que la boule qui frappe doit perdre toute sa vitesse, & s'arrêter après le choc, dans le cas où  $N = 2M$ . Mais en general la perte est =  $\frac{2Na}{2M + N}$ . Je n'en donne pas l'analyse, elle me meneroit trop loin.

11. Je crois cependant devoir avertir que par le moyen de cette *theorie*, il seroit aisé de déterminer les effets absolus de la résistance d'un milieu, composé de molécules doüées d'une parfaite élasticité, & séparées les unes des autres par de petits interstices; en sorte que de toutes les molécules qui composeroient ce fluide, il n'y auroit jamais que celles qui touchent immédiatement le devant d'un corps mû dans le milieu qui lui résistassent, & qui reçussent du mouvement de ce corps un petit degré de force vive, sans que d'autres molécules y contribuassent en rien, quelques peu éloignées qu'elles fussent des premières, jusqu'à ce que le corps en mouvement vint aussi à les rencontrer à leur tour; car non seulement on prouve que cette sorte de fluide oposeroit aux corps qui se mouvroient dedans, une résistance proportionnelle au quarré de leur vitesse, comme font les fluides ordinaires: mais on tire encore de cette considération, le moyen de déterminer précisément combien un corps mû dans un fluide pareil, perdrait actuellement de sa vitesse initiale, après avoir parcouru un espace donné.



Matiere nouvelle, d'une recherche aussi curieuse qu'utile dans la pratique, propre à rendre raison de divers Phenomenes, & d'autant plus digne d'être approfondie, que personne ne l'a encore entreprise ; aussi me serois-je fait un plaisir de l'examiner avec soin si les bornes de cette Dissertation déjà trop longue, ne m'en avoient empêché. Peut-être aurai-je occasion de traiter quelque jour ce sujet. Mais reprenons le fil de notre discours.

12. La quantité de cette perte dépend, & de la figure du corps mû, & de sa consistence, ou de la densité qu'il a par raport à la densité du fluide composé de molecules élastiques dans lequel il se mû. Suposé, par exemple, que le plomb soit huit mille fois plus dense que l'air, & que ce dernier soit un fluide composé de molecules parfaitement élastiques : je dis qu'une balle de plomb chassée dans l'air sur un plan horizontal avec un degré de vitesse donné, aura perdu la moitié de sa vitesse après avoir parcouru un espace égal à peu près à 3700 de ses diametres. Qu'un cube de plomb mû le long d'une ligne horizontale perpendiculairement à l'une de ses faces, parcourera un espace 2770 fois plus grand que son côté, pour que sa vitesse initiale soit aussi diminuée de la moitié, & qu'avant de souffrir une pareille diminution de vitesse, un cone de plomb isocèle, dont l'angle du sommet est droit se mouvant le long de la direction de son axe la pointe en avant, parcourera 924 diametres de sa base, quoique ce même cone ne parcoure que la moitié de ce chemin, ou 462 de ses diametres, lorsque sa base est opposé à la résistance de l'air. Et si on supose ce cone équilatéral, l'espace parcouru jusqu'à la perte de la moitié de sa vitesse initiale, sera de 3272 diametres de sa base, en cas qu'il se meuve de pointe ; car si il se mouvoit la base en avant, ce cone ne parcoureroit que le quart de l'espace précédent, ou 818 diametres de sa base.

13. Ou pour déterminer d'une maniere generale la longueur du chemin que doit parcourir avant de per-



dre une quantité donnée de sa vitesse, tout conoïde régulier dont la base est un cercle. Soit  $AHBD$ , le conoïde proposé qu'on suppose se mouvoir dans l'air la pointe en avant le long de la direction de son axe  $ID$ , perpendiculaire à sa base  $PO$ , une ordonnée  $= x$ ,  $qO$ , ou sa différentielle  $= dx : oO$ , ou la différentielle de l'arc  $DO = ds : n$ , le nombre de fois que la vitesse initiale du conoïde doit être diminuée.  $ln$ , le logarithme de ce nombre. Soit enfin  $C =$  à la longueur d'un cylindre d'air, perpendiculaire à sa base, de même base, & aussi pesant que le conoïde. Je dis que  $Cxxln$  divisé par  $17371780 \left| \frac{x dx^3}{ds^2} \right|$ , exprimera dans le cas où  $x$  devient  $= IA$  ou au rayon de la base, l'espace que doit parcourir le conoïde, pour que sa vitesse résiduelle, ou ce qui lui reste de vitesse, soit à sa vitesse initiale, comme 1 est à  $n$ .

FIG. 13.

## CHAPITRE XIII.

*De la résistance des milieux, qu'elle ne change pas les loix de la communication du mouvement. Maniere de calculer la perte de la vitesse causée par la résistance.*

I. **L**A résistance ordinaire que souffrent les corps mis dans le plein, ou dans une matiere fluide, ne donne pas occasion à beaucoup de spéculations nouvelles, & je craindrois avec d'autant plus de raison d'en nuier mon lecteur, si je repetois ce que divers Auteurs ont écrit sur ce sujet, que rien ne m'oblige à le faire. En effet, la communication du mouvement des corps durs, dont il s'agit principalement ici, se fait de la même maniere dans le plein que dans le vuide, je m'explique : Toute résistance est une espece d'effort passif, qui ne diminue sensiblement la vitesse d'un corps, que lorsque



ce corps a parcouru un espace fini ou sensible, dans un tems aussi fini ou sensible.

2. Mais le choc des corps est si subit, quoique successif, & d'une si petite durée, depuis son commencement jusqu'à sa fin, que la résistance du fluide ambiant, n'a le tems de causer aucun changement sensible à la vitesse que les corps ont dans l'instant qu'ils se choquent. On peut donc assurer que les loix generales, de même que les regles que nous avons établies & démontrées dans ce discours, & particulièrement celles qui concernent la mesure de la force vive, seront aussi inviolablement observées dans le plein, qu'elles le seroient dans le vuide.

3. Il est vrai que peu de tems après le choc, les vitesses que les corps ont acquises sont altérées par la résistance du fluide, dans lequel ces corps se meuvent, & cela plus ou moins selon la diversité de la résistance laquelle dépend de la nature de chaque fluide, & des qualitez qui lui sont propres. Mais comme je l'ai déjà dit, cet effet de la résistance n'influe en aucune maniere, sur la communication du mouvement. Il en change seulement la continuation dans chaque corps en particulier.

4. C'est ce changement qu'il s'agiroit d'examiner, si la question proposée l'exigeoit; mais puisqu'elle ne fait mention que des loix de la communication du mouvement que j'ai traité avec assez d'étendue, je me crois dispensé d'entamer une nouvelle question; & si j'ajoute ici quelque chose sur la détermination de l'effet que produit la résistance du fluide sur les corps qui s'y meuvent, ce n'est que par surabondance de droit, & par le rapport que cette matiere a avec mon sujet.

5. Il n'est pas difficile d'appliquer à l'effet de la résistance, tout ce que j'ai dit (*Chapitre I. §. 2. & suiv.*) pour expliquer la destruction & la production des vitesses actuelles, par une pression mise en œuvre, & continuée pendant quelque tems. Cet effet consiste à diminuer peu à peu, & par des degrez infiniment petits, la vitesse  
d'un



d'un corps mû dans un milieu qui lui résiste, de même qu'elle peut avoir été produite par des degrez infiniment petits par un effort continué. La loi de la résistance étant donc donnée, il s'agit de trouver les diminutions de vitesse, ou les vitesses résiduës. Soit, par exemple, la résistance de l'air ou d'un autre fluide uniforme, proportionnelle au quarré de la vitesse, comme on l'établit communement. Soit  $AC$  la direction d'un corps qui se meut dans ce milieu résistant de  $A$  vers  $C$ . Soit enfin  $DEF$  une ligne courbe, dont les appliquées  $AD$ ,  $BE$ , &c. marquent les vitesses résiduës. FIG. 14.

6. Pour déterminer la nature de cette courbe, je prends à discretion un point fixe  $A$ , pour le commencement des abscisses; & je m'imagine la courbe  $AMO$ , dont les appliquées  $BM$  représentent les tems que le mobile employe à parcourir les espaces  $AB$ . Soit donc  $AB = x$ ,  $Bb = dx$ ,  $BE = v$ ,  $GE = dv$ ,  $BM = f$ ,  $Nm = dt$ ; on aura le tems élémentaire par  $Bb$ , c'est-à-dire, la différentielle  $Nm$ , ou  $dt = \frac{a dx}{v}$ , parce que ce petit tems est en rai-

son composée de la directe de l'espace  $dx$ , & de l'inverse de la vitesse  $v$ . Or l'effet de la résistance pendant le tems  $dt$ , est de diminuer la vitesse  $BE$  d'un degré infiniment petit, qui s'exprime par  $GE$ , différentielle de l'appliquée  $B$ , & cette diminution momentanée est en raison composée de la résistance & du tems. Ainsi suposant la force qui résiste proportionnelle au quarré de la vitesse,

on aura  $GE$ , ou  $-dv = \frac{vv}{aa} \times \frac{a dx}{v} = \frac{v dx}{a}$ , & partant  $-\frac{a dv}{v} = dx$ , ce qui fait voir que la courbe cherchée

$DEF$  est la logarithmique ordinaire, dont la sou-tangente est la constante  $a$ , prise arbitrairement pour remplir les homogenes. Et si on supose la vitesse initiale  $AD = a = 1$ ,  $AB$  sera le logarithme de  $BE$ , & par consequent les espaces parcourus sont comme les logarithmes des vitesses résiduës.



## COROLLAIRE I.

7. On n'a pour déterminer la courbe des tems  $AMO$ , qu'à substituer dans l'équation  $dt = \frac{adx}{v}$ , la valeur de  $dx = \frac{-adv}{v}$ , il viendra  $dt = \frac{-aadv}{vv}$ , dont l'integrale donne  $t = \frac{aa}{v} - a$ , ou  $t + a = \frac{aa}{v}$ , ce qui fait voir que  $AMO$ , est la même logarithmique que la précédente mise en un sens opposé, je veux dire qu'ayant prolongé  $FED$  vers  $L$ , & tiré  $DP$  parallele & égale  $AB$ ; il faut faire  $BM =$  à l'appliquée  $PL$ , pour avoir la courbe  $AM$  égale & semblable à la courbe  $DL$ . Il est clair que la courbe  $AM$  fera la courbe des tems, & que les appliquées  $BM$  exprimeront les tems que le mobile donné emploiera à parcourir les espaces  $AB$ .

## COROLLAIRE II.

8. Supposons en general que la résistance du milieu soit en raison d'une puissance quelconque de la vitesse dont l'exposant soit  $= n$ . On parviendra par la même methode à cette équation,  $-dv = \frac{v^n}{a^n} \times \frac{adx}{v} = \frac{v^{n-1} dx}{a^{n-1}}$ , ou  $\frac{-a^{n-1} dv}{v^{n-1}} = dx$ , dont prenant les integrales, il en résulte  $\frac{1}{n-2} a^{n-1} v^{2-n} = x \pm b$ . Equation qui prouve que la courbe des vitesses  $DEF$ , est du genre des hyperboles, lorsque  $n > 2$ , & des paraboles lorsque  $n < 2$ , excepté dans le cas où  $n = 1$ , dans lequel  $DEF$  devient une ligne droite.

## COROLLAIRE III.

9. La courbe des tems  $AMO$ , pour la puissance generale de la vitesse se détermine en substituant dans



l'équation  $dt = \frac{adx}{v}$  la valeur de  $dx$ , trouvée par le Collaire précédent. On aura par ce moyen  $dt = \frac{-a^n dv}{v^n}$ , & son integrale  $t \pm c = \frac{1}{1-n} a^n v^{1-n}$ ; & si  $n=1$  l'équation  $dt = \frac{-a^n dv}{v^n}$ , se changera en  $dt = \frac{-a dv}{v} =$  (parce que dans ce cas,  $v = b - x$ )  $\frac{adx}{b-x}$ ; d'où il paroît que la courbe  $AMO$  fera aussi un logarithmique, dont l'Asymptote est  $CR$ , tirée perpendiculairement sur la ligne de direction  $AC$ , du point  $C$ , où la ligne des vîteses qui dans ce cas est une ligne droite, coupe la même ligne  $AC$ , en sorte que  $BM$ , qui au point  $C$ , se confond avec l'Asymptote devient infinie. D'où il s'ensuit qu'il faut un tems infini au mobile, pour parcourir l'espace fini  $AC$ .

10. Si un mobile est continuellement sollicité à se mouvoir en avant, par une force motrice qui le pousse par derriere, tandis que la résistance du milieu qu'il traverse le repousse par devant; comme il arrive aux corps pesans qui tombent dans l'air, dans l'eau, ou dans tout autre fluide qui résiste à leur mouvement; la vîtesse du mobile ira en augmentant, ou en diminuant, selon que la force motrice sera plus grande, ou moindre que la résistance. La methode précédente déterminera dans cette supposition la courbe des vîteses acquises ou résiduës, en prenant ici la difference de la force motrice, à la résistance du milieu; cette difference étant la seule cause de l'acceleration ou de la retardation du mouvement.

11. Ainsi dans le cas où les corps pesans mis ou jetez perpendiculairement dans un milieu qui leur résiste, descendent; la force motrice qui n'est autre chose que leur pesanteur, est uniforme & invariable; mais la résistance est proportionnelle au quarré de la vîtesse. Il n'y a donc ici qu'à multiplier cette difference, laquelle



(en prenant la pesanteur pour l'unité) est  $= 1 - \frac{vv}{aa}$ ,  
par l'élément du tems, sçavoir par  $\frac{adx}{v}$ , & l'on aura

$GE$ , ou  $\pm dv = \frac{adx}{v} - \frac{vdx}{a} = \frac{aa-vv}{av} dx$ , par con-

sequent  $dx = \pm \frac{avdv}{aa-vv} = \pm \frac{\frac{1}{2}adv}{a-v} \pm \frac{\frac{1}{2}adv}{a+v}$ , & en in-

tegrant  $x = \pm \frac{1}{2} a \log \frac{a-v}{a+v} \pm \frac{1}{2} a \log \frac{a+v}{a-v}$ , d'où il paroît  
que la courbe des vîteses se construit par le moyen de  
la logarithmique.

12. Ce seroit ici le lieu d'examiner la nature des cour-  
bes que décrivent les projectiles pesans, jettez oblique-  
ment dans l'air ; mais comme j'ai traité cette matiere  
ailleurs, je ne pourrois pas m'étendre sur ce sujet, ni  
renvoyer mon lecteur à ce que j'en ai publié sans me  
faire connoître, ce qui seroit contre l'intention de  
*l'Academie Royale des Sciences.*

## CHAPITRE XIV.

*Nouvelle maniere de déterminer par la theorie des  
forces vives expliquées dans cet Ouvrage, le centre  
d'oscillation dans les Pendules composez.*

1. **J**E finirai cette dissertation par quelques remarques  
sur le centre d'oscillation dans les pendules com-  
posez, fondées sur la conservation de la quantité des  
forces vives, que je me flatte qu'on verra avec plaisir ;  
la recherche de ce centre a toujours paru curieuse &  
utile, entre ceux qui ont entrepris de le déterminer :  
les uns se sont trompez dans leurs raisonnemens, d'au-  
tres n'en sont venus à bout que par des détours longs  
& difficiles, & en employant diverses methodes tirées  
de principes qui ne paroissent pas toujours assez natu-



rels. Des personnes intelligentes ont trouvé que le principe qu'emploie M. Huguens, & qu'il propose comme un axiome, étoit un peu trop hardi ; ce principe ayant besoin lui-même d'être démontré, M. Huguens (\*) suppose que le centre de gravité d'un pendule composé, descendu d'une hauteur donnée, ne remontroit pas plus haut que la hauteur dont il est descendu, si les poids simples qui composent ce pendule se détachent subitement, lorsqu'il est parvenu dans une situation verticale, & que chacun de ces poids remontât separement avec la vîtesse qu'il a acquise au moment de sa séparation. La nouvelle theorie du centre d'oscillation, qu'on trouve dans les Memoires de l'Academie de l'année 1714. n'est appuyée sur aucune supposition gratuite ; elle est même generale, mais ce que l'on y a employé de mécanique, quoique solidement établi, en rend la démonstration difficile & moins à la portée de tout le monde.

2. La methode dont je me sers est d'autant plus remarquable, que sans recourir à une nouvelle hypothese, on déduit de la seule conservation des forces vives, la détermination du centre d'oscillation, & qu'elle découvre en même tems le fondement & la raison de l'identité du centre d'oscillation, avec le centre de percussion qu'un celebre Auteur a confondus mal-à-propos, persuadé que ces deux centres étoient essentiellement compris sous une même idée.

3. Concevons un pendule composé, par exemple, de trois poids  $A, B, C$ , attachez ou enfilez à une ligne inflexible  $HA$ , qui fasse ses oscillations autour de l'axe  $H$ . Soit  $HA$  la situation horisontale d'où le pendule commence à descendre, & qu'il parvienne ensuite dans la situation verticale  $Ha$  ; les vîtesses acquises seront comme les distances, parce que les poids attachez à la ligne inflexible  $HA$ , ne sçauroient se mouvoir l'un sans l'autre. Concevons presentement que les poids  $A, B, C$ , étant

FIG. 15.

(\*) Voyez son Traité de Horolog. Oscillat. hyp. 1. pag. 93.



libres, forment autant de pendules simples, afin que chacun puisse descendre separement, & parvenir à la situation verticale  $Ha$ , après avoir fait une demi oscillation; dans ce cas de liberté les vîteses acquises seront par la regle de *Galilée*, en raison sou-doublée des hauteurs  $Ha$ ,  $Hb$ ,  $Hc$ .

4. Ceci connu, je demande qu'on m'accorde seulement que la somme des forces vives des poids, est la même après que les poids sont descendus aussi bas qu'ils le peuvent, soit que ces poids descendent conjointement attachez à une même ligne inflexible; soit que chacun de ces poids descende librement, comme un pendule simple; il me semble que cette suposition souffre beaucoup moins de difficulté que celle de M. Huguens, puisque la descente des poids dans l'un & l'autre cas, est l'effet d'une même cause, je veux dire de la pesanteur qui les oblige de descendre. C'est donc aussi la pesanteur qui produit dans la somme des poids une quantité déterminée de force vive, de quelque maniere qu'ils descendent, pourvû que chaque poids descende de la même hauteur qu'il descendroit si il faisoit un pendule simple; la chose me paroît évidente.

5. Prenant donc la somme des forces vives, pour le cas où les poids sont attachez à une ligne inflexible, & la somme des mêmes forces pour le cas de leur descente libre; formons une égalité entre ces deux sommes, cette égalité déterminera le centre d'oscillation, ou la longueur du pendule simple  $HG$ , *isochrone* avec le composé  $HCB A$ ; pour cet effet soit  $HA=a$ ,  $HB=b$ ,  $HC=c$ , &  $HG=x$ ; la vîtessse du centre  $G$  parvenue en  $g$ , sur laquelle les autres vîteses doivent être réglées, peut être nommée comme on voudra, je la nomme donc aussi  $x$ ; mais les vîteses des poids du pendule composé, étant simplement proportionnelles à leurs distances du point  $H$ , la vîtessse du poids  $A$  sera  $=a$ , la vîtessse du poids  $B=b$ , & la vîtessse du poids  $C=c$ ; donc la somme de leurs forces vives sera  $=aaA+bbB+ccC$ ; & dans le cas où



les poids descendent separement leurs vîteſſes acquiſes quand ils ſont parvenus au point le plus bas, étant par la regle de *Galilée*, en raiſon ſou-doublée des hauteurs verticales, la vîteſſe du centre d'oſcillation *G*, ayant été nommée *x*, on aura la vîteſſe du poids libre  $A = \sqrt{ax}$ , la vîteſſe du poids libre  $B = \sqrt{bx}$ , & celle du poids libre  $C = \sqrt{cx}$ ; d'où il reſulte que la ſomme de leurs forces vives eſt  $= axA + bx B + cx C$ , & ces deux ſommes miſes en équation  $aaA + bbB + ccC = axA + bx B + cx C$ , donnent  $x = \frac{aaA + bbB + ccC}{aA + bB + cC}$ , ce qui fait voir que la

longueur du pendule ſimple iſochrone au pendule compoſé, ſe trouve en prenant la ſomme des produits des poids par les quarrés de leurs diſtances à l'axe du pendule, & di-  
viſant cette ſomme par la ſomme des produits des poids par leurs ſimples diſtances. Et c'eſt auſſi précifément en quoi conſiſte la (\*) regle que *M. Huguens* a donnée pour la détermination du centre d'oſcillation, établie enſuite & fondée ſur des principes incontestables, & confirmée de nouveau à préſent, par la loy de la conſervation des forces vives.

(\*) Voyez ſon *Traité de Horolog. Oscillat.* pag. 100.

*Fin du premier Discours.*





# ADDITION

*Au Discours in magnis voluisse fat est, sur les loix  
de la communication du mouvement, où l'Auteur  
entreprend de donner une explication probable de  
la cause physique du ressort.*


ADDITION



# ADDITION

*Au Discours in magnis voluisse sat est, sur les loix de la communication du Mouvement, où l'Auteur entreprend de donner une explication probable de la cause physique du ressort.*

L'Auteur souhaite que cette Addition soit lûë après le premier Chapitre de son Discours.

I.  'A Y composé ce Discours *in magnis voluisse sat est*, dans le dessein de satisfaire au Prix proposé par l'Academie Royale des Sciences, pour l'année 1724. Il s'y agissoit de déterminer les loix de la communication du mouvement des corps parfaitement durs. Les Philosophes ayant eu de tout tems différentes idées sur la nature de la dureté des corps, & l'Academie n'ayant point expliqué en quel sens Elle vouloit qu'on prit ce terme, ni averti que par dureté parfaite, Elle entendoit une inflexibilité absoluë. J'ai crû qu'il m'étoit libre d'attacher au mot de *dureté*, l'idée qui me paroïssoit & qui me paroît encore la plus convenable à la nature des choses.

2. Sur ce pied j'ai pris *dureté parfaite* & *roideur infinie*, pour des termes synonymes : tout corps qui aplati par le choc d'un autre corps, se remet dans sa premiere figure, étant appelé *corps roide* ou *élastique*, j'ai conçu aussi que plus cette roideur ou élasticité, étoit forte, plus aussi cet aplatissement devoit être petit ; & que par consequent le corps doué de cette faculté, devoit d'au-



tant plus aprocher de la nature des corps parfaitement durs, que son élasticité étoit grande; en sorte qu'il n'y avoit plus qu'à supposer une roideur infinie ou immense, pour avoir des corps parfaitement durs, ou infiniment peu flexibles.

3. Mon but étoit en cela de concilier la dureté parfaite avec les loix de la nature; ayant fait voir dans mon discours, que l'opinion commune qui suppose les corps parfaitement durs, dénuée de toute flexibilité, même d'une flexibilité infiniment petite, ne pouvoit pas subsister avec ces mêmes loix, puisqu'elle ne sauroit s'accorder avec quelques-unes de ces loix, qu'elle n'en renverse en même tems d'autres. Cependant Messieurs de l'Académie ont déclaré dans l'Avertissement imprimé à la tête de la Piece qui a remporté le Prix, qu'en proposant la question ils ont donné au mot de *dureté* ce même sens que je rejette, & qui, selon moi, est physiquement impossible. Parlant au reste de mon discours avec éloge, je commencerai par les remercier de la bonté qu'ils ont eu d'y faire attention, & j'avouerai ensuite franchement, que ne pouvant pas raisonner sur un sujet dont la supposition me paroissoit opposée aux loix de la nature, je ne m'y suis point attaché en composant cet ouvrage, je crus devoir substituer à cette idée, un examen general du choc des corps à ressort; & considérant ensuite qu'en supposant un ressort infiniment vigoureux, il en resuloit des corps infiniment peu flexibles, par les plus grands chocs, je me formai une notion juste & distincte de la dureté parfaite. En effet un applatissement très-petit, pouvant passer pour un non applatissement absolu; j'imitois en cela les Geometres & les Analystes, qui comparant à des grandeurs finies, les grandeurs infiniment petites, ou les élémens, negligent ces dernières, & ne les considerent que comme des points ou des zeros absolus.

4. J'ai aussi lieu d'être content du bon effet que mon Memoire a produit. Les forces vives si différentes des



forces mortes, commencent à être goûtées ; & j'ose me flater que la véritable manière de les estimer, sera bientôt connuë. On n'a pour cela qu'à peser avec une attention desintéressée, le poids des raisonnemens & des démonstrations, qu'on trouve en grand nombre dans mon discours ; l'espérance même de remporter le Prix ne m'est pas ôtée : Messieurs de l'Académie se sont réservés le pouvoir de l'adjuger à des Mémoires envoyez les années précédentes, & le mien convient parfaitement au sujet proposé pour l'année 1726. où l'on exige les loix du choc des corps à ressort, &c.

5. Mais Messieurs de l'Académie ayant jugé à propos d'y ajouter une nouvelle condition, sur laquelle je ne me suis point arrêté en 1724. parce qu'il ne s'y en agissoit pas alors, il est juste de l'examiner à présent : ces Messieurs ne demandent pas simplement les loix du choc des corps élastiques, mon premier Discours y auroit satisfait : ils veulent de plus que ces mêmes loix soient déduites d'une explication probable de la cause physique du ressort ; il me reste donc pour satisfaire au sujet dans toute son étendue, d'ajouter ici à mon Mémoire, une théorie de l'élasticité des corps que je me suis formée il y a déjà long-tems, & je le fais d'autant plus volontiers, que cette théorie m'est particulière, & que par son moyen je rends une raison probable & mécanique, non seulement de la cause physique du ressort, mais encore des principaux phénomènes que l'on remarque dans les fluides élastiques.

6. Il seroit inutile d'entrer dans un examen trop étendu, des différentes opinions que les Philosophes ont eues sur la cause du ressort, aussi me contenterai-je de faire quelques réflexions sur les plus vrai-semblables. Je ne sçai si ceux qui admettent dans les corps élastiques des corpuscules élémentaires, douez naturellement d'une vertu expansive, sans expliquer d'où leur vient cette propriété, méritent qu'on les refute. Les Philosophes supposent évidemment ce qui est en question, & si cette



vertu selon eux, innée & primitive, est indépendante de l'arrangement des particules dont les corps élastiques sont composez ; il est aussi aisé de l'attribuer tout d'un coup aux masses entieres des plus grands corps, qu'à la moindre de leurs particules : mais qui ne voit que ce seroit ouvrir de nouveau un asile à l'ignorance, & faire revivre les qualitez ocultes décriées avec tant de raison.

7. Les Physiciens modernes sont allez plus loin, ils tâchent d'employer les loix de la Mechanique à expliquer la cause du ressort. Mais je n'en connois aucun qui ait suffisamment éclairci cette matiere, & levé les difficultez qui l'envelopent. On en trouve de bien grandes pour peu qu'on examine leurs explications, qui loin d'être fondées sur la saine Mechanique, en détruisent souvent les premiers principes. Ils conviennent presque tous qu'il faut recourir à l'action d'un fluide, ou d'une matiere subtile qui coulant dans les pores des corps à ressort, leur donne la faculté de se débander, & de se restituer dans leur premier état, lorsque la force qui les avoit comprimez cesse. A parler generalement, ces Messieurs ont raison d'admettre une matiere subtile qui par son mouvement soit la cause primitive du ressort des corps. Mais il ne suffit pas de supposer simplement un fluide perpetuellement agité ; il faut de plus rendre raison des circonstances qui l'accompagnent, & faire voir quelle est la nature d'une agitation capable de produire le ressort, toute sorte de mouvement n'étant pas propre pour cela.

8. Quelques-uns soutiennent, par exemple, qu'un corps élastique venant à être comprimé par quelque force extérieure, la matiere subtile qui remplit ses pores, & qui avoit été contrainte d'en sortir, rentre dans ces mêmes pores, d'où elle avoit été chassée dès que la force extérieure cesse d'agir ; d'où il suit necessairement selon eux, que ce corps est obligé de reprendre sa premiere figure, ces Messieurs faisant consister l'élasticité dans cet effort ; sans se mettre en peine d'expliquer ce qui contraint la



matiere subtile à rentrer dans ces mêmes cellules qu'elle occupoit auparavant, ni pourquoi elle s'efforce durant la compression, de regagner le poste qu'elle avoit abandonné. Diront-ils que c'est la masse de la matiere subtile ambiante, qui par sa résistance repousse celle qui sort, & la chasse dans les pores retrecis, lorsqu'ils cessent d'être comprimez par une force extérieure? Mais cette raison spécieuse en apparence, ne sauroit subsister avec les premiers principes de l'hydrostatique, puisqu'on prouve par eux que la plus petite portion d'un fluide, enfermée dans une enveloppe, & mise au milieu d'une masse du même fluide, résiste & fait équilibre avec la masse entière du fluide qui l'environne; en sorte que quand même on forceroit une partie du fluide à sortir, en comprimant l'enveloppe qui le contient, & que nous suposerons pour cet effet flexible & percée de toutes parts; loin que ce même fluide s'efforçât de rentrer dans l'enveloppe après la compression, & de remplacer celui qui en avoit été chassé, l'hydrostatique nous apprend au contraire, que la petite portion de fluide restée dans l'enveloppe, doit soutenir par sa résistance passive, la pression de la masse du dehors, & que toutes les parties du fluide, tant grandes que petites, demeurent entre elles en équilibre. Supposons, par exemple, une vessie remplie d'air ordinaire, percée de toutes parts, & exposée au grand air, & que comprimant cette vessie entre ses mains, on oblige l'air qu'elle contient, ou une partie de cet air, à s'échapper; soutiendra-t-on que l'air extérieur retournera dans la vessie, & la renflera avec impetuosité? non sans doute, & l'expérience le démentiroit, puisqu'elle fait voir que la vessie demeure flasque, & dans l'état de compression où on l'avoit mise, soit que l'air extérieur auquel on l'avoit exposée, soit calme ou agité par un grand vent. Je ne crois pas au reste qu'on puisse m'objecter que les cellules, ou pores des corps élastiques, aient une structure différente des trous de la vessie percée. Car, 1°. selon cette opinion, les cellules des corps élastiques doivent



être ouvertes de toutes parts, puisqu'elles donnent un libre passage à la matiere subtile. En second lieu, leurs parois doivent être flexibles comme celles de la vessie, puisqu'elles changent de figure par la compression, à moins qu'on ne soutienne que ces pores, quoique flexibles, ont outre cela un degré de roideur qui les fait retourner à leur premiere figure. Mais cette roideur n'étant autre chose que l'élasticité même, elle demanderoit une nouvelle explication : ce seroit d'ailleurs supposer ce qui est en question.

9. D'autres attribuent la cause physique du ressort à un principe peu different de celui que nous venons de refuter : ils considerent les pores des corps élastiques, comme autant de petits tuyaux capables d'être retrecis par la compression ; en sorte que la matiere subtile ou étherée, coulant rapidement au travers de ces petits canaux, choque continuellement leurs parois interieurs. D'où il suit que les chocs lateraux deviennent plus forts, quand par la compression les passages se retrecissent, & que par conséquent la matiere subtile qui y coule, doit acquérir par là une plus grande rapidité. C'est, selon ces Messieurs, de l'augmentation de ces efforts lateraux de la matiere subtile, que dépend l'effort total que le corps comprimé fait pour se rétablir dans sa premiere disposition, & en quoi consiste la nature du ressort.

10. Si cette explication à quelque vrai-semblance, il faut avoier qu'elle est bien legere, & que pour peu qu'on raisonne on en decouvre l'illusion ; car outre que ce que nous venons de dire, tombe en partie sur cette maniere d'expliquer la cause du ressort : ce que je vais ajoûter achevera d'en faire sentir le foible. Il est vrai, & le bon sens le dicte, qu'un fluide qui coule doit acquérir d'autant plus de vitesse, que l'endroit par où il est contraint de passer est plus étroit ; sans quoi il seroit impossible que des quantitez égales de fluides, passassent en même tems par deux ouvertures inégales en largeur ;



il n'est pas moins vrai qu'une plus grande vitesse dans le fluide, augmente la violence avec laquelle il agit sur les parois de son canal; & que plus le fluide coule vite, plus il s'efforce d'élargir son passage. Aussi voyons-nous qu'une rivière prend un cours rapide, quand d'un lit large & spacieux, elle est contrainte de se resserrer entre deux rivages hauts, étroits & escarpez, & que les rivages souffrent bien plus de la violence du courant, que dans les endroits où l'eau trouve assez d'espace pour s'étendre en largeur. Mais il faut faire attention à la circonstance qui fait que l'eau accélère sa course, quand elle commence à être resserrée entre deux rivages étroits. En effet la chose n'arrive que lorsque l'eau est contrainte de couler dans son lit, sans pouvoir échapper de côté ni d'autre. Car si à l'entrée du passage étroit, l'eau trouvoit d'autres routes ouvertes, ou une plaine de niveau, il est certain qu'elle n'iroit pas se fourrer toute entière dans ce passage, mais qu'une partie de l'eau trouvant dans le détroit plus de résistance à son cours qu'auparavant, elle s'écouleroit par les routes qu'elle trouveroit ouvertes, ou se répandroit dans la plaine; en sorte que le détroit ne recevrait de l'eau qu'à proportion de sa capacité; la nature des fluides étant de se tourner à la rencontre d'un obstacle, & d'enfiler les routes où il n'y en a point: d'où il est aisé de conclure que la vitesse du courant n'y seroit nullement augmentée.

11. Mais pour revenir à notre sujet, on doit distinguer entre le mouvement d'un fluide contraint, & le mouvement d'un fluide libre. Lorsque le mouvement se fait dans un canal d'inégal largeur, dont le fluide ne sauroit échapper, il est sans contredit que le fluide s'accélérera toutes les fois qu'il passera d'un endroit plus large dans un endroit plus resserré; mais si le fluide a un mouvement rectiligne libre, & qu'il puisse s'étendre de tous côtes à la rencontre de la moindre résistance, je dis que si on lui oppose quelque obstacle, un tuyau, par exemple, ouvert par les deux bouts, & couché dans la



même direction, un cylindre de ce fluide égal en capacité au tuyau, enfilera ce tuyau, & le traversera d'un bout à l'autre, avec une vitesse égale à celle de toute la masse du fluide qui restera hors du tuyau. Je dis plus, c'est que si on presse assez fortement ce tuyau que je suppose d'une matiere molle ou pliable, pour le rendre plus étroit, le fluide ne le traversera pas avec plus de rapidité qu'auparavant, puisque le superflu de ce fluide que le tuyau ne pourra plus contenir regorgera, & passera librement à côté. On ne sentira donc aucune résistance de la part du fluide interieur, sa pression étant contre-balancée par celle du fluide exterieur qui lui est égale. La preuve en est aisée; soit une quantité suffisante de brins de paille entiers, d'égale longueur, & liez légèrement en botte, opposez au courant d'une riviere rapide, dans une situation fixe, & parallele à la direction du fil de l'eau, afin que l'eau puisse en penetrer librement les tabules: je dis que quoiqu'on serre cette botte de paille entre ses mains, jusqu'à retrecir la capacité des petits tuyaux qui la composent, on ne sentira cependant de résistance que celle qui peut provenir de la roideur même de la paille, & qu'on sentiroit hors de l'eau de même que dans l'eau; la raison en est manifeste, car dès que les chalumeaux deviennent plus étroits, l'eau ne pouvant plus y entrer avec la même facilité, il n'y en passe plus qu'une quantité proportionnée à leur ouverture diminuée, le surplus se détourne librement de côté, & poursuit conjointement avec le reste de l'eau, le mouvement commun de la riviere; ainsi n'y ayant aucune force qui contraigne l'eau de passer par les tuyaux, au delà de ce que leur cavité en peut recevoir sans effort; il est évident que l'eau n'acquerrera aucune augmentation de vitesse en coulant au travers de ces tuyaux retrecis.

12. L'application de ce que nous venons de dire est facile. Les partisans de l'opinion que je combats, doivent necessairement admettre dans les corps élastiques, des pores



pores ouverts en forme de petits tuyaux paralleles, & disposez de même que les brins de paille de la botte dont j'ai parlé, & un mouvement dans la matiere subtile qui traverse ces pores ; semblable à celui de l'eau de la riviere qui coule au travers des chalumeaux : mais on a démontré que quand même les chalumeaux viendroient à se retrecir, l'eau n'en auroit pas pour cela plus de force à les dilater. D'où il s'ensuit, selon moi, que la matiere subtile qui penetre les pores tubuleux des corps élastiques, ne doit pas faire plus d'effort pour les élargir, quoique retrecis par une compression étrangere. Loin de se redresser, le corps resteroit donc aplati, ce ne seroit donc plus un corps élastique. Donc cette maniere d'expliquer la cause du ressort, n'est pas la veritable.

13. Je ne sçais si ceux qui font consister l'air dans l'amas d'une infinité de petites particules branchuës, pliables, & perpetuellement agitées, qui nageant dans l'éther, tendent naturellement à se redresser, lorsque quelque cause exterieure les comprime, s'aperçoivent qu'ils tombent dans le défaut qu'on nomme *petition de principe*. Qui ne voit en effet que cette tendance à se redresser, que ces Messieurs attribuent gratuitement aux petites particules repliées de l'air, est précisément cela même dont il s'agit de déterminer la cause.

14. Si quelques Physiciens font consister la cause du ressort, dans l'effort d'un fluide imperceptible, qui se mouvant avec rapidité dans les pores des corps élastiques, tâche continuellement à se dilater par quelque force centrifuge, ce sont ceux qui, à mon avis, aprochent le plus de la verité, pourvû que se renfermant dans les bornes de la nature, ces Philosophes n'attribuent pas la cause de cette force à quelque vertu ou faculté immaterielle & imaginaire, telle que sont l'antipathie, & la simpathie.

15. Pour en venir maintenant à l'explication de ma theorie, sur la cause probable de l'élasticité des corps à ressort, je commencerai par dire que j'adopte pour prin-



cipe la *force centrifuge*, mais prise dans un sens intelligible. J'entends par ce mot, la force qu'ont tous les corps étant mûs en rond, ou sur quelqu'autre ligne courbe: force qui consiste dans l'effort que tout corps fait de se mouvoir en ligne droite, en vertu de la loi generale de la nature, qui veut que tout corps continue autant qu'il est en lui de se mouvoir, suivant la direction qu'il a en chaque instant; ainsi pour détourner un corps de son mouvement rectiligne, & pour lui faire décrire une ligne courbe, il faut une action continuellement appliquée, qui entretienne le mouvement en ligne courbe, parce qu'autrement le corps s'échapperoit suivant la tangente de la courbe, si cette action venoit seulement à cesser un moment: or comme il n'y a point d'action sans réaction, & que l'action qui détourne le corps de son mouvement rectiligne, est une impulsion, ou pression extérieure, il est visible que la réaction qui se fait sentir de la part du corps en mouvement, n'est autre chose que cette résistance, ou plutôt cette *renitence* qu'on rencontre en voulant changer son état, laquelle dépend en partie de l'inertie, ou de la quantité de matiere, & en partie de la vitesse avec laquelle le corps se meut: telle est la *force centrifuge* que j'admets.

16. Ce n'est point une qualité imaginaire, puisqu'elle a des proprietés très-réelles que d'habiles Geometres ont démontrées, & entre autres M. Huguens, dans les beaux Theorèmes qu'il a le premier publiez, à la fin de son *Traité de Horologio oscillatorio*. On conclut aisément du second & du troisième de ces Theorèmes, que la force centrifuge d'un corps mû sur la circonference d'un cercle, est comme le produit de la masse par le quarré de la vitesse, divisé par le rayon, je veux dire en raison composée de trois raisons; de la simple directe de la quantité de matiere, de la doublée directe de la vitesse, & de la simple reciproque du rayon. Ce Theorème me servira à expliquer la cause d'un des plus curieux Phenomenes qui se remarque dans les fluides élastiques, & qu'on sçait



être attaché à leur nature. Ce Phenomene que l'experience a découvert, consiste en ce que la force de l'élasticité de tout fluide comprimé, augmente dans la proportion du degré de densité auquel on le réduit. Si l'air de consistance naturelle, renfermé, par exemple, dans un espace, peut soutenir par la force de son ressort, une colonne de vif-argent de 28 pouces de hauteur; ce même air en soutiendra une deux fois plus haute, réduit à un volume deux fois plus petit, ou ce qui revient au même, si dans le même espace où cet air est renfermé, on introduit de nouveau une quantité d'air égale à celle qui y étoit déjà; quoiqu'on se soit assuré de la verité de ce fait par un grand nombres d'experiences réitérées; je ne sçache pourtant personne qui ait entrepris d'en rendre une raison physique. Et comment l'auroit-on fait? les theories publiées jusqu'ici sur la cause du ressort, ont si peu de fondement dans les loix de la nature, qu'on ne sçauroit en déduire une explication vrai-semblable de ce même Theorème, que ma theorie developpe avec tant de facilité. Je me flatte qu'on en sera pleinement convaincu, si on se donne la peine d'examiner avec un peu de soin, ce que j'aurai l'honneur de dire dans la suite de ce Memoire.

17. J'ai déjà insinué (*Art. 7.*) que la cause generale & primitive du ressort des corps tant fluides que solides, dépend du mouvement d'une matiere subtile. Je ne dis pas que cette matiere étant en mouvement, devienne elle-même élastique: mais le mouvement de cette matiere subtile devant necessairement entraîner avec rapidité les particules les plus grossieres qui nagent dedans; ces particules sont par cela seules déterminées à se mouvoir en rond, & acquierent dès-là une force centrifuge, (\*) telle qu'agissant avec violence contre la surface interieure de l'endroit où elles sont renfermées, elles s'efforcent continuellement d'élargir la prison qui les retient. C'est de cet effort dont dépend la force du ressort. Voici de quelle maniere je conçois la production de cet effet.

(\*) Voyez  
l'art. 14.



18. Soit un espace, par exemple, un recipient d'une figure quelconque, rempli de matiere subtile : on sçait assez que cette matiere qui passe sans peine par les interstices les plus étroits de tous les corps sensibles, traversera avec la même facilité les pores du recipient : je suppose qu'outre la matiere subtile contenuë dans le recipient, il y a quantité de corpuscules trop grossiers pour pouvoir s'échaper au travers des pores du recipient ; mais qui nageant librement dans la matiere subtile, laissent entre eux des intervalles si spatieux, que tous ces corpuscules ramassez en un tas, n'ocuperoient peut-être pas la cent milliëme partie du recipient. Je suppose enfin que ces mêmes corpuscules tous extrêmement susceptibles de mouvement, le sont pourtant inégalement, les uns plus, les autres moins, à cause de la diversité de leurs figures.

19. Jusques-ici j'ai considéré la matiere subtile comme étant en repos dans le recipient. Voyons à present ce qui doit arriver lorsque cette matiere se succedant continuellement à elle-même, traverse avec rapidité le recipient qu'elle penetre de toutes parts. Il est évident que ces corpuscules que leur grossiereté empêche de s'échaper au travers des pores du recipient, emportez çà & là, par le cours violent de cette matiere, ne peuvent qu'être en une agitation extrêmement confuse, & se choquer les uns les autres dans l'irregularité de leurs mouvemens. Mais ces corpuscules agitez ainsi en tous sens, s'embarassans les uns les autres par des mouvemens rectilignes oposez, chacun d'eux se trouvera bien-tôt déterminé à se mouvoir de la maniere où il sera le moins en obstacle au mouvement des autres corpuscules ; je veux dire à changer son mouvement droit en un mouvement circulaire autour d'un centre ; ainsi chaque corpuscule agité, que je nommerai dans la suite *mobile circulant*, décrira son propre cercle plus ou moins grand, selon qu'il aura plus ou moins de vitesse ; car j'ai déjà remarqué que tous les mobiles circulans, ne reçoivent



pas un même degré de vitesse par l'agitation de la matiere subtile.

20. Il y aura donc differens ordres de mobiles circulans, & entre ceux qui sont d'un même ordre, plusieurs pourront se mouvoir autour d'un centre commun sur des circonferences égales, & décrire differens plans qui tous passeront par le centre commun de leur mouvement; en sorte que toutes les circonferences que ces mobiles circulans décriront autour d'un même centre, seront autant de grands cercle d'une sphere, & la multitude de ces mobiles pourra devenir si grande, que toute la surface spherique sera comme couverte de ces petits mobiles, dont les mouvemens rapides & divers parcoureront toujours des circonferences égales, ou au moins des arcs de grands cercles: je dis des arcs, car il arrivera à tout moment que plusieurs mobiles circulans se rencontrans aux points où leurs cercles se croissent, se détourneront de leur route sans rien perdre de leur vitesse, parce que le mouvement de la matiere subtile les entretient toujours dans le même degré de vitesse qu'elle leur a une fois communiquée. D'où il est aisé de conclure que les arcs décrits en divers plans par chaque mobile, seront toujours des portions de grands cercles. Car si on suposoit qu'un mobile décrivit un petit cercle avec une vitesse égale, il acquerreroit dès-là une force centrifuge prévalante, qui feroit étendre sur la surface spherique le petit cercle qu'il décrit, jusqu'à ce qu'il se changeât en un grand cercle, & que sa force centrifuge devint égale à celle des autres mobiles.

21. Mais comme la multitude des mobiles circulans d'un même ordre, est sans doute beaucoup trop grande pour qu'ils puissent tous se mouvoir commodement, & sans s'embarrasser sur une même surface spherique; on conçoit aisement qu'il doit se former un grand nombre de ces surfaces spheriques, dont chacune se mouvra autour de son centre particulier, à peu près comme font les abeilles, ( si il m'est permis de me servir de cette com-



paraïsson) qui se partagent en divers effains, lorsqu'elles sont trop nombreuses pour n'en composer qu'un seul.

22. Considerons à present les dispositions que prendront dans le recipient toutes ces surfaces spheriques, & l'effort qu'elles font les unes sur les autres, & contre les parois interieurs du recipient qui les empêche de se dilater; & nous comprendrons, 1°. que toutes les surfaces grandes & petites de tous les degrez, seront dispersées dans l'étendue du recipient de la même maniere dont Descartes a conçu que l'Univers étoit rempli de tourbillons de toute sorte de grandeur. Par quelle raison y auroit-il en effet dans une partie du recipient, plus de surfaces spheriques d'un certain ordre, que dans toute autre partie? 2°. Suposant donc les plus grandes spheres également dispersées dans toute la cavité du recipient, celles qui les suivent en grandeur occuperont les intervalles que les premieres laisseront entre elles, de même que celles du troisiéme ordre se logeront dans les interstices des secondes, & ainsi de suite à l'infini; en sorte que chaque surface spherique sera environnée de toutes parts d'une infinité de surfaces plus petites dans tous les degrez possibles. 3°. Et comme chacune de ces surfaces fourmille de mobiles qui circulent avec une vîtesse convenable à la grandeur de leurs spheres, & que chacun de ces mobiles acquiert par cette circulation une force centrifuge, il est clair que toutes ces spheres dont l'interieur n'est rempli que de matiere subtile, s'efforceront continuellement de se dilater en tout sens, tous les points de leurs surfaces tâchant en même tems de s'éloigner du centre de leur mouvement. On pourroit donc comparer ces spheres à ces vessies d'eau de savon, que l'on dilate par le moyen de l'air introduit par un chalumeau, avec cette difference pourtant que les surfaces de celle-ci sont poussées du dedans au dehors par une force étrangere; au lieu que les surfaces spheriques tendent d'elles-mêmes à se dilater en dehors, par la force centrifuge qui reside dans ces mêmes mobiles circulans dont cha-



que surface sphérique est composée. 4°. Aussi chacune de ces sphères grossiroit-elle actuellement par la dilatation de sa surface, si les sphères voisines qui font de pareils efforts pour s'étendre, ne l'en empêchoient. 5°. Mais y ayant un parfait équilibre entre les pressions par le moyen desquelles ces sphères agissent les unes sur les autres, il faut de nécessité que chacune de ces sphères, tant grandes que petites, ait une force égale qui contre-balance l'effort de celles qui l'environnent, & l'empêche de céder à leur pression.

23. Tout ceci bien entendu, j'en tire les conséquences suivantes : 1°. Il faut que les mobiles qui circulent sur des surfaces sphériques de différentes grandeurs, aient des vitesses qui soient en raison sou-doublée, des rayons de leurs sphères ; car de cette manière les forces centrifuges deviennent égales par le Theorème de l'article 16. & les surfaces sphériques que j'appellerai dans la suite, *Sphères creuses* ; ou simplement *Sphères*, se maintiendront dans un parfait équilibre, quoiqu'inégales en grandeur, par leurs pressions égales & reciproques. 2°. Comme les sphères contiguës aux parois du recipient, ne trouvent de réaction du côté de leur attouchement à ces parois, que la simple résistance passive, ou la fermeté du recipient, il est manifeste que toute sa surface intérieure devant soutenir l'effort des sphères qui la touchent, sera continuellement pressée du dedans au dehors dans tous ses points, par des directions perpendiculaires. 3°. Les sphères qui ne touchent pas les parois du recipient, ne faisant autre chose que se contre-balancer mutuellement ; & servant ainsi uniquement d'appui aux sphères qui touchent ces parois, il est évident que ce sont ces dernières seules dont l'effort se fait sentir sur la surface intérieure du recipient. Il en est de ceci comme de la pression de plusieurs ressorts rangez en ligne droite, dont j'ai parlé dans mon discours, (*Chap. 6. art. 3.*) où j'ai fait voir que la puissance *L*, qui empêche que les quatre ressorts égaux *ACB*, *BED*, *DGF*, *FIH*, ne se

FIG. I.



débandent, est égale à la puissance  $P$ , qui résiste à un seul de ces ressorts, au ressort  $ACB$ , par exemple. 4°. D'où il s'ensuit que la pression totale que souffre la surface intérieure du recipient, ne doit pas être estimée par la multitude de toutes les sphares contenues dans la cavité du recipient, mais seulement par le nombre de celles qui sont contiguës à sa surface. 5°. Ainsi tout l'amas de nos sphares creuses, étant transporté dans un autre recipient de même capacité, mais de figure différente, la pression totale que le second recipient soutiendra, sera plus ou moins forte, selon que sa surface sera plus ou moins grande que celle du premier recipient. 6°. Il s'ensuit encore de là qu'un recipient beaucoup moins spacieux que le premier, quoiqu'il ne puisse contenir qu'une partie de ces mêmes sphares creuses, sera cependant exposé à une plus forte pression, si sa surface intérieure est plus grande que celle du premier recipient.

24. Il est aisé après tout ce que je viens de dire, de déterminer quelle peut être la cause probable du ressort des corps élastiques. En effet on ne peut guères attribuer qu'à une matiere subtile, telle que je l'ai décrite, la cause primitive de l'élasticité de tous les corps à ressort; soit que ces corps soient eux-mêmes fluides, comme l'air grossier que nous respirons; soit que ces corps soient solides, & de la nature de ceux qu'on nomme *roides*, lorsque parmi les particules terrestres qui composent une matiere fluide ou liquide, il se trouve quantité de ces sphares creuses, lesquelles tendent continuellement à se dilater par la force centrifuge de leurs mobiles circulans; il est évident que ce mouvement imprime à ces particules terrestres, une force ou une tendance à s'écarter les uns des autres, & à occuper ainsi un plus grand volume qu'auparavant. C'est en vertu de cette force, ou de cette tendance des sphares creuses à se dilater, que le fluide où elles se trouvent est appelé *élastique*; tel est non seulement l'air ordinaire, mais encore l'esprit de vin rectifié, & d'autres liqueurs spiritueuses,



reueuses, lesquelles se dilatent avec impetuosité, dès que la pression extérieure de l'air qui retenoit leurs sphares creuses en contrainte est ôtée, ou que la force centrifuge de leurs mobiles circulans est augmentée par un nouveau degré de vitesse, causé par la chaleur, ou par quelque autre cause étrangere. Aussi voyons-nous que l'esprit de vin mis dans la machine du vuide, bouillonne avec force; & qu'étant exposé à un air plus chaud, il se dilate sensiblement: les Thermometres font une preuve de ce que j'avance. Ce seroit ici le lieu de parler des effets surprenans des fermentations, & des effervescences chymiques, & particulièrement de ceux de la poudre enflammée, si le sujet le permettoit, n'y ayant aucun de ces effets qui ne découle naturellement de ma theorie sur la cause du ressort.

25. Il n'est pas plus difficile d'assigner aux solides élastiques, une cause probable de leur ressort. Concevons que ces corps semblables à une éponge sont remplis de petites cavitez ou cellules, & que chacune de ces cellules renferme des sphares creuses, qui jointes aux particules terrestres, composent ce que nous venons de nommer *matiere fluide élastique*. Concevons de plus, qu'outre ces cellules il y a une infinité de pores fort étroits, par lesquels la matiere subtile passe librement d'une cellule à l'autre, sans que les mobiles circulans puissent s'échapper de leurs cellules à cause de la petitesse de ces pores. Voilà donc le corps roide ou élastique, considéré comme un amas de petits recipiens, dont chacun contient une quantité de matiere fluide élastique, proportionnée à sa capacité. Mais un corps composé de la sorte, ne sçauroit être plié ou comprimé, qu'une partie de ses cellules ne se retrecissent, & que les sphares creuses qui y sont renfermées, se retrecissant aussi à proportion, ne deviennent plus petites. Leurs mobiles circulans seront donc obligez de décrire de plus petits cercles, pendant qu'ils conserveront toujours leur même vitesse; la matiere subtile qui la leur imprime, continuant toujours



d'être agitée de même, quelque puisse être la compression des pores & des cellules, ainsi que je l'ai fait voir art. 11. & 12. D'où il s'ensuit que chacun des mobiles circulans aura une force d'autant plus grande, que le rayon de la surface sphérique sur laquelle il circule diminue davantage; les forces centrifuges des mobiles égaux qui circulent avec des vitesses égales sur des circonferences de cercles inégaux, étant en raison renversée de leurs rayons. Les surfaces sphériques, ou les sphères creuses contenues dans les cellules retrecies, feront donc un plus grand effort pour les dilater, qu'elles ne faisoient avant la compression des cellules. Or c'est précisément dans cet effort, exercé continuellement contre les parois des cellules, & qui tend à les élargir, que consiste la vertu des corps à ressort; & c'est aussi ce que j'avois entrepris d'expliquer.

#### COROLLAIRE I.

26. Le ressort des corps solides, provenant de l'effort que fait une matiere fluide renfermée dans leurs petites cellules, on voit aisement pourquoi ce ressort est parfait en quelque corps, & imparfait en d'autres. En effet un corps est parfaitement élastique, lorsque les fibres qui composent ces cellules, sont assez fortes pour résister à l'effort des sphères, pendant le retrecissement de ses cellules; en sorte que bien loin qu'il en creve aucune, elles se rétablissent toutes dans leur premier état. Il n'est au contraire qu'un corps parfaitement élastique, lorsque la structure de ses fibres est telle, qu'il creve une partie de ses cellules retrecies par la compression, tandis que l'autre partie de ses cellules se rétablit.

#### COROLLAIRE II.

27. Tout ce qui augmente la vitesse des mobiles circulans sur les surfaces sphériques, augmente aussi en même tems la force de l'élasticité du fluide élastique; & plus la force centrifuge de chaque mobile circulant, de-



vient grande par l'augmentation de sa vitesse, plus les spheres creuses tendent à se dilater avec effort ; c'est par cette raison que l'air enfermé dans une phiole, étant approchée du feu, la casse, & la fait sauter avec bruit ; car la chaleur mettant en une agitation violente la matiere subtile ; & celle-ci augmentant la rapidité des mobiles circulans, augmente aussi leurs forces centrifuges, d'où dépend l'élasticité de la matiere fluide ; & cela à un point que les parois de la phiole n'étant plus en état de soutenir l'effort avec lequel les spheres creuses tendent à se dilater, il faut de nécessité que le verre se casse avec éclat.

## COROLLAIRE III.

28. C'est aussi de là que dépend la cause physique de ce que certains corps, dont les cellules sont composées de fibres peu flexibles, tels que le verre, le cristal, & diverses sortes de pierres étant jettées au feu, se fondent de toutes parts, les mobiles circulans du fluide élastique contenu dans les cellules de ces corps, étant excitez par la chaleur à se mouvoir d'une vitesse extraordinaire, se dilatent avec tant de violence, qu'ils font crever leurs cellules incapables de soutenir un si grand effort, & s'échappant ainsi de tous côtez, laissent dans ces corps une infinité de crevasses ou fêlures ; aussi voit-on que ces corps perdent leur élasticité par la calcination.

## COROLLAIRE IV.

29. D'autres corps, tels que les métaux, par exemple, ont une structure différente, & les fibres de leurs cellules sujets à extension, prêtent plutôt que de rompre par la dilatation de leurs cellules ; aussi voit-on que la contexture de ces corps demeure entière, quoique leur volume augmente par la chaleur, à moins que la chaleur devenue excessive, ne les fasse fondre ; & cela conformément à l'expérience, qui montre qu'une plaque de fer rougie au feu, augmente sensiblement dans toutes ses dimensions. On doit cependant remarquer que les



corps les plus cassans & les plus roides , tels que ceux dont j'ai parlé dans le Corollaire precedent, n'ont jamais leurs fibres assez inextensibles, qu'elles n'obéissent un peu avant que de rompre, & qu'une chaleur modérée dilate ces sortes de corps, sans désunir leurs petites parties. La pierre même est sujete à cette loi ; & un bloc de marbre mesuré avec soin, a été trouvé plus long en Été qu'en Hyver.

30. Je reviens aux fluides élastiques ; il sera facile à présent de découvrir le reste de leurs propriétés : c'en est une fort connue, que celle dont j'ai parlé au second Corollaire ; sçavoir que la chaleur augmente la force du ressort de l'air enfermé dans une phiole. Mais on n'a pas encore fait assez d'attention au raport qu'il peut y avoir entre les differens degrez de chaleur, les augmentations des forces du ressort de l'air que la chaleur occasionne : Voici ce que je conçois sur cela.

Puisque la chaleur consiste dans une agitation violente de la matiere subtile, qui penetrant avec facilité les corps les plus compacts, met en mouvement leurs mobiles circulans ; il est évident que la vîtesse de leur mouvement, est la mesure du degré de chaleur, ou ce qui revient au même, l'intensité de la chaleur est en raison de la vîtesse des mobiles circulans d'un ordre donné ; ensorte que si cette vîtesse augmente, par exemple, du double, on doit conclure que la chaleur qui a produit cet accroissement de vîtesse, à deux fois plus d'intensité qu'elle n'en avoit avant cet accroissement.

31. Venons à la maniere de mesurer la proportion des divers degrez de vîtesse que peuvent avoir entre eux les mobiles circulans. Les forces centrifuges des mobiles circulans d'un même ordre, c'est-à-dire, qui décrivent des cercles égaux, sont comme les quarrés de leurs vîtesses. Mais j'ai démontré que l'effet de ces forces centrifuges, n'est autre chose que la force du ressort d'un fluide élastique. On aura donc la juste mesure de la force du ressort, & par conséquent aussi du degré de chaleur, ré-



duire au poids, & les intensitez de la chaleur seront en raison sou-doublée des forces du ressort ou des poids, que le fluide élastique, tantôt plus, tantôt moins échauffé, peut soutenir. Soient, par exemple, *A* & *B*, deux cylindres creux, parfaitement égaux en largeur & en hauteur, fermez par en bas, & ouverts par en haut, remplis tous deux d'air d'une même densité, & que nous suposerons d'abord de même température que l'air extérieur. Soient de plus deux diaphragmes *LM*, *NP*, qui bouchant exactement les ouvertures des cylindres, puissent néanmoins se mouvoir sans frottement, de haut en bas, & de bas en haut, il est clair que ces deux diaphragmes, considerez sans pesanteur, resteront en équilibre, chacun d'eux étant également pressé dessus & dessous, d'un côté par l'action de l'air extérieur, & de l'autre par une force égale du ressort de l'air intérieur.

FIG. 2.

Supposons à présent que l'air extérieur étant ôté, on lui substitué deux poids *R* & *S*, dont chacun égal à la pression de l'air extérieur qui pesoit sur les diaphragmes, continué à les tenir en équilibre, contre l'effort de l'air intérieur, qui renfermé dans les cylindres *A* & *B*, agit contre ces diaphragmes, & tâche de les soulever par son ressort. Il est encore manifeste que cet équilibre durera aussi long-tems que l'air en *A* & en *B* restera dans son premier état de chaleur naturelle. Mais s'il survient un nouveau degré de chaleur, à l'un ou à l'autre de ces deux cylindres d'air, à *B*, par exemple, en ce cas son ressort sera augmenté, & il soulevera le diaphragme dont il est chargé, à moins qu'on n'augmente aussi la charge d'un nouveau poids *T*. Soient donc les poids *T* & *S* pris ensemble, ce qu'il faut précisément de pesanteur, pour empêcher que l'air en *B* ne souleve le diaphragme *NP*, je dis que suivant le système que je viens d'établir, la chaleur de l'air naturel en *A*, fera à la chaleur augmentée en *B*, comme  $\sqrt{R}$  est à  $\sqrt{S+T}$ .

32. Il seroit aisé de déterminer par ce moyen, ou par d'autres moyens équivalans, & plus faciles à pratiquer,



celui-ci n'ayant été proposé que pour mieux faire entendre ma pensée, il seroit, dis-je, aisé de déterminer la proportion qui regne entre les degrez de chaleur de l'air en Eté, & celle que ce même air conserve en Hyver. Je suis persuadé qu'il s'en faut beaucoup que la chaleur de l'air en Eté, ne surpasse autant qu'on le croit communément, la chaleur de l'air en Hyver : & qu'on ne soit pas surpris si j'attribuë un degré de chaleur à l'air en Hyver ; car le froid le plus violent n'étant causé que par une diminution, & non pas par une entière extinction de la chaleur : il ne fait jamais si froid qu'il ne puisse faire encore plus froid ; ainsi quelque froid que l'air paroisse à nos sens, il conserve toujours quelque reste de chaleur.

33. Une des proprietes les plus curieuses qu'on ait reconnue dans l'air, c'est la proportion constante qui regne entre son élasticité, & sa densité. L'expérience ayant découvert que le même air, & dans un même degré de chaleur, devient d'autant plus élastique, qu'on le réduit à une plus grande densité ; les efforts que l'air fait pour se dilater, étant toujours en raison de ses densitez. La densité de l'air se mesure par la quantité d'air contenuë dans un volume donné, ou reciproquement, par l'espace connu qu'une quantité d'air occupe. Ainsi, par exemple, le piston d'une pompe pneumatique, & remplie d'air, étant enfoncé jusqu'à la moitié de la profondeur du cylindre, en sorte que l'air qui en occupoit auparavant toute la cavité, n'en occupe plus que la moitié ; cet air comprimé & réduit à un volume deux fois plus petit que son premier volume, sera dit avoir deux fois plus de densité qu'il n'en avoit avant l'avancement du piston. Reste à faire voir pourquoi dans cet état de compression, l'air repousse le piston avec deux fois plus de force ; car dans le premier état de consistance naturelle, l'air interieur repoussoit le piston en dehors avec autant de force que l'air exterior le repoussoit en dedans. Mais dans l'état de compression dont nous venons



de parler, il faut outre la force de l'air extérieur, que celui qui enfonce le piston, employe de nouveau une force précisément égale à celle de l'air extérieur, si il veut empêcher que le piston ne rebrousse chemin; & si on enfonce le piston dans le cylindre, en sorte que l'air enfermé se trouve réduit à un tiers de la hauteur qu'il occupoit auparavant. Cet air ainsi comprimé sera trois fois plus dense, & repoussera par conséquent le piston avec trois fois plus d'effort. Car pour empêcher le retour du piston, il faut joindre à la pression contraire de l'air extérieur, une force double de cette pression, & opposer par ce moyen au piston une résistance égale à l'effort de l'air condensé; il en est de même des autres cas que l'expérience vérifiera tous. J'en excepte les pressions excessivement grandes, où les forces de l'élasticité croissant en plus grande raison que les densitez; la règle générale commence à s'écarter un peu de cette proportion. Ma théorie en découvre la raison.

34. Reprenons les deux cylindres égaux, & l'article 31. *A* & *B*, & supposons qu'il n'y ait point d'air extérieur qui agisse sur les diaphragmes *LM* & *NP*, que le cylindre *A* est rempli d'air naturel, & que le cylindre *B*, en contient huit fois autant; l'air de ce cylindre sera huit fois plus dense que celui du cylindre *A*. Soient chargez les diaphragmes *LM*, *NP*, des poids *R* & *S* + *T*, dont la pesanteur proportionnée contrebalance précisément l'effort avec lequel l'air renfermé dans les cylindres *A* & *B*, tend à soulever ces diaphragmes; en sorte que les poids *R* & *S* + *T*, marquent les forces de l'élasticité de l'air en *A* & en *B*: il s'agit de démontrer que *R. S* + *T* :: 1. 8. c'est ce que j'exécute de la manière suivante.

35. Puisque dans l'espace *B* il y a par l'hypothèse, huit fois plus d'air que dans l'espace *A*, il est visible que tout ce qui concourt à composer l'air naturel en *A*, se trouvera huit fois dans l'air en *B*, & que c'est la même chose que si j'avois introduit successivement dans le cylindre *B*, huit cylindres d'air naturel, dont chacun fut



égal au cylindre  $A$  ; il y aura donc en  $B$  huit fois plus de particules terrestres , & parmi celles-ci , huit fois plus de sphaeres creuses de toutes façons , qu'il n'y en a en  $A$  , lesquelles seront entre-mêlées de la même maniere qu'elles le sont dans le cylindre  $A$  ; avec cette seule difference , qu'en  $B$  toutes les dimensions des sphaeres creuses seront réduites à la moitié de ce qu'elles sont en  $A$  ; je veux dire que le rayon de chacune de ces sphaeres , étant devenu deux fois plus petit par la compression , la distance des mobiles circulans au centre de leurs sphaeres , sera aussi deux fois plus petite : c'est dans cette proportion que les dimensions homologues doivent diminuer , pourvû qu'il y ait huit fois plus de sphaeres en  $B$  qu'en  $A$  : la raison en est manifeste , & la moindre attention aux principes de Géometrie , fait voir que dans le cas proposé , le nombre des sphaeres creuses de chaque espece contenues en  $B$  , doit être au nombre des sphaeres creuses qui leurs répondent , & que contient l'espace  $A$  égal à l'espace  $B$  , en raison triplée reciproque de leurs rayons. Remarquez que je suppose ici les espaces  $A$  &  $B$  , incomparablement plus grands que la plus grande des sphaeres creuses , sans quoi il pourroit arriver que la raison triplée reciproque ne seroit pas tout-à-fait exacte.

36. Il s'ensuit encore conformément aux mêmes principes de la Geometrie , que la multitude des sphaeres de chaque espece contiguës au diaphragme  $NP$  , est à la multitude de celles qui leurs répondent , contiguës au diaphragme  $LM$  , en raison doublée reciproque de leurs rayons , parce que les diaphragmes  $NP$  &  $LM$  , sont des cercles égaux ; en sorte que dans le cas supposé , il y a quatre fois plus de sphaeres de chaque espece qui s'appuyent contre  $NP$  , qu'il n'y en a qui s'appuyent contre  $LM$  . Mais puisque de toutes les sphaeres que renferme un cylindre , son diaphragme n'est chargé que de la pression de celles qui le touchent immédiatement ; ainsi que nous l'avons fait voir dans les notes 3. & 4. de l'article 23. de ce Discours. Il reste à examiner ici combien la pression



sion totale des spheres apuyées contre le diaphragme  $NP$ , dont le nombre est quadruple du nombre de celles qui s'appuyent contre le diaphragme  $LM$ , surpasse la pression que les spheres contenues dans le cylindre  $A$ , font sur ce même diaphragme  $LM$ , le calcul en est aisé : le voici. Le rayon de chaque sphere étant réduit à la moitié par la condensation, comme on l'a dit dans l'article precedent ; & les mobiles continuans à circuler sur chaque surface spherique avec la même vitesse après la condensation, puisqu'on suppose le même degré de chaleur. Il est évident par le Theorème de l'article 16. que chacun des mobiles circulans, aura une force centrifuge, double de celle qu'il avoit avant la condensation, & que chaque sphere creuse réduite à la moitié de son rayon, tendra à se dilater avec deux fois plus de force. Ainsi le diaphragme  $NP$  étant pressé par quatre fois plus de spheres, & chacune de ces spheres ayant deux fois plus de force, il en résulte une pression totale contre  $NP$ , deux fois, quatre fois, ou huit fois plus grande que celle avec laquelle l'air dans son état naturel agit sur le diaphragme  $LM$ . On démontrera par le même raisonnement, que la pression contre  $NP$  doit être vingt-sept fois plus forte, lorsque l'air en  $B$  est vingt-sept fois plus dense que n'est l'air naturel en  $A$ , parce que chaque sphere creuse réduite par la condensation au tiers de son rayon, augmentera au triple l'effort avec lequel elle tend à se dilater, y ayant dans ce cas trois fois trois, ou neuf fois plus de spheres qui agissent sur  $NP$  ; de sorte que la pression totale de l'air condensé contre  $NP$ , sera  $3 \times 3 \times 3$ , ou vingt-sept fois plus grande que celle de l'air naturel contre  $LM$ . La démonstration est generale, puisque les pressions suivent toujours la proportion des densitez. Mais c'est dans la force de ces pressions que consiste la force du ressort de l'air, & de tout autre fluide élastique : donc les élasticitez sont proportionnelles aux densitez. *C. Q. F. D.*

37. Dans tout ce raisonnement, j'ai fait abstraction de l'étendue qu'auroit la matiere propre du fluide élasti-



que, si toutes les particules qui la composent, & qui ne peuvent pas pénétrer les pores des corps, étoient ramassées en une masse solide & sans pores; ou plutôt j'ai supposé tacitement, que toute l'étendue de cette masse ne feroit qu'une partie infiniment petite, de l'espace entier dans lequel le fluide élastique est contenu. En effet l'air naturel étant pour le moins 15000 fois moins pesant, & par conséquent plus rare que l'or, qui lui-même n'est pas sans pores; on peut dire que la matière propre de l'air naturel, & des sphères creuses qui nagent dedans, ne fait pas la quinze millième partie du volume qu'occupe l'air; de sorte qu'on peut bien considérer cette partie comme infiniment petite par rapport à l'étendue de son volume entier. Mais un autre fluide élastique qui contiendrait beaucoup plus de matière que l'air, ou l'air même extrêmement condensé, demanderait sans doute qu'on eût égard à ce que son étendue pourroit apporter de changement à notre règle; car soit l'espace  $A$  occupé par un fluide élastique, dont la matière ramassée forme une étendue  $= b$ , soit une autre espace  $B = 8a$ , qui tiennent huit fois autant du même fluide élastique. On devroit dire, selon la définition ordinaire de la densité, que le fluide en  $B$  est huit fois plus dense que le fluide en  $A$ ; mais on se tromperoit, puisqu'à proprement parler, il est plus de huit fois plus dense. Pour s'en convaincre on n'a qu'à considérer que l'espace entier  $A$  ou  $B$  étant nommé  $a$ , le volume que le fluide élastique occupe en  $A$  & en  $B$  par sa dilatation, se détermine en retranchant de l'espace entier  $a$ , ce que le fluide ramassé contiendrait d'étendue de part & d'autre, savoir  $b$  &  $8b$ : de sorte que le volume en  $A$ , n'est pas  $a$ , mais  $a - b$ , & le volume en  $B$ ,  $a - 8b$ ; ces deux volumes ne peuvent donc pas être pris pour égaux; comme lorsqu'on suppose que la matière du fluide ne fait pas une partie finie de l'espace dans lequel il est contenu. Je veux dire que  $b$  est infiniment petit par rapport à  $a$ ; & lorsque ces volumes sont inégaux, la véritable densité du fluide en  $B$ , n'est



pas à la densité du fluide en  $A$ , comme la quantité de matière en  $B$ , est à la quantité de matière en  $A$ , ou comme 8 est à 1 ; mais en raison composée de la directe de ces quantitez, & de la raison inverse des veritables volumes que le fluide élastique occupe de part & d'autre par sa dilatation. Ainsi la densité en  $B$ , est à la densité en  $A$ ,

$$:: \frac{8}{a-8b} \cdot \frac{1}{a-b} :: 8a-8b. a-8b. \text{ ce qui fait une rai-}$$

son plus grande que de 8 à 1. Mais par notre démonstration (*art.* 36.) les élasticitez sont toujours proportionnelles aux veritables densitez : donc la force de l'élasticité du fluide en  $B$ , est à la force de l'élasticité en  $A$ ,  
 $:: 8a-8b. a-8b.$  c'est-à-dire, en plus grande raison que 8 à 1. & en general si on introduit en  $B$  une quantité de fluide élastique  $n$  fois plus grande, que celle qui est en  $A$ , on aura l'élasticité en  $B$ , à l'élasticité en  $A$ ,  
 $:: na-nb. a-nb > n. 1.$  & par tant en une raison plus grande que celle des densitez aparentes.

38. On remarquera que quoique  $b$  soit plus petit que  $\frac{1}{15000} a$ , lorsque l'air est dans son état naturel, & que par consequent il ne fasse pas une partie sensible de  $a$  ; cependant le nombre  $n$  peut augmenter si fort, que  $nb$  deviendra enfin sensible par raport à  $a$ . C'est ce qui fait que l'air extrêmement condensé, a la force de son ressort plus grande que ne semble l'exiger la densité aparente : lorsqu'on dit donc que les élasticitez de l'air sont proportionnelles à ses densitez aparentes, cela ne doit s'entendre que des densitez aparentes, mediores ou moyennes, lesquelles ne different pas sensiblement des densitez veritables.

39. Nous ne connoissons jusqu'ici que la chaleur & la condensation qui augmentent le ressort de l'air, j'ai considéré ces causes séparément, & j'ai déterminé l'effet que chacune d'elles peut produire de son côté. Il ne sera pas difficile de déterminer presentement l'effet que ces deux causes produisent étant combinées ensem-



ble, lorsque l'une & l'autre vient à être changée. Nous avons prouvé que les differens degrez de chaleur causent dans le même air des élasticitez, qui sont comme les quarrez des intensitez de la chaleur; & que les différentes densitez (la même chaleur supposée) sont en simple raison des élasticitez. On trouvera donc en composant ces deux raisons, que les élasticitez de deux volumes d'air differemment chauds, & differemment denses, sont en raison composée de la raison doublée des chaleurs, & de la simple des densitez: verité qui a lieu tant que les densitez aparentes ne different pas sensiblement des veritables: je veux dire tant que la compression de l'air n'est pas assez grande pour que la quantité de matiere ramassée en une masse, fasse une étendue comparable à l'espace où il est renfermé.

40. J'aurois pû tirer ici de mes principes, diverses consequences qui peut-être contribueroient à perfectionner l'usage des Thermometres, & des Barometres. La matiere est riche & d'autant plus curieuse, qu'il ne me paroît pas qu'on ait eu jusqu'à present des idées assez nettes sur la mesure du froid & du chaud; & si les Thermometres ordinaires marquent les variations qui arrivent à l'une & à l'autre de ces qualitez, c'est sans indiquer au juste la proportion qui regne entre elles, ni combien l'air est plus ou moins chaud en un tems qu'en un autre. Mais cette entreprise me meneroit trop loin, elle passe les bornes que je me suis prescrites, & ce que Messieurs de l'Academie exigent de moi. Content donc de me renfermer dans une explication probable de la cause physique du ressort, je pourrai un jour leur faire part de mes meditations, si cet Ecrit que j'ai l'honneur de leur presenter, a le bonheur de leur plaire.

F I N.



Fig. 1<sup>re</sup>

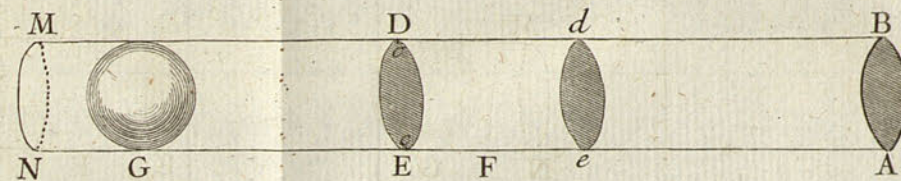


Fig. 2

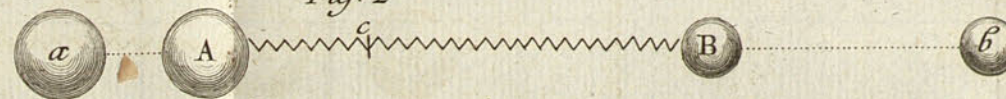


Fig. 3

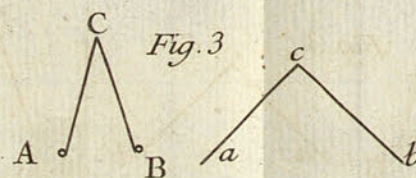


Fig. 4

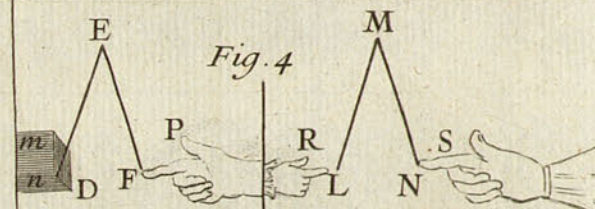


Fig. 6

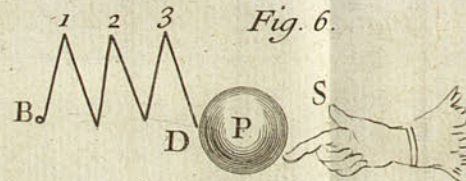


Fig. 5

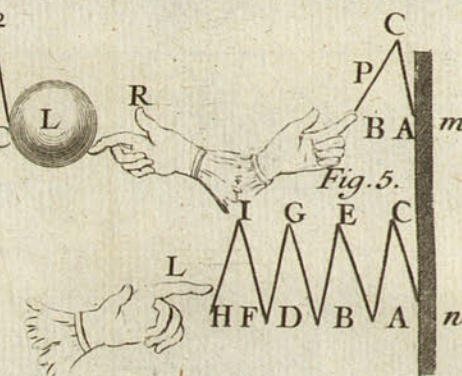
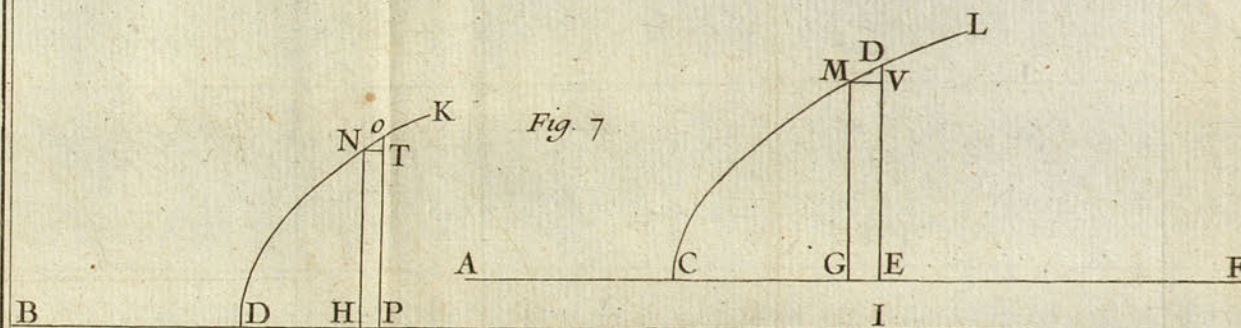
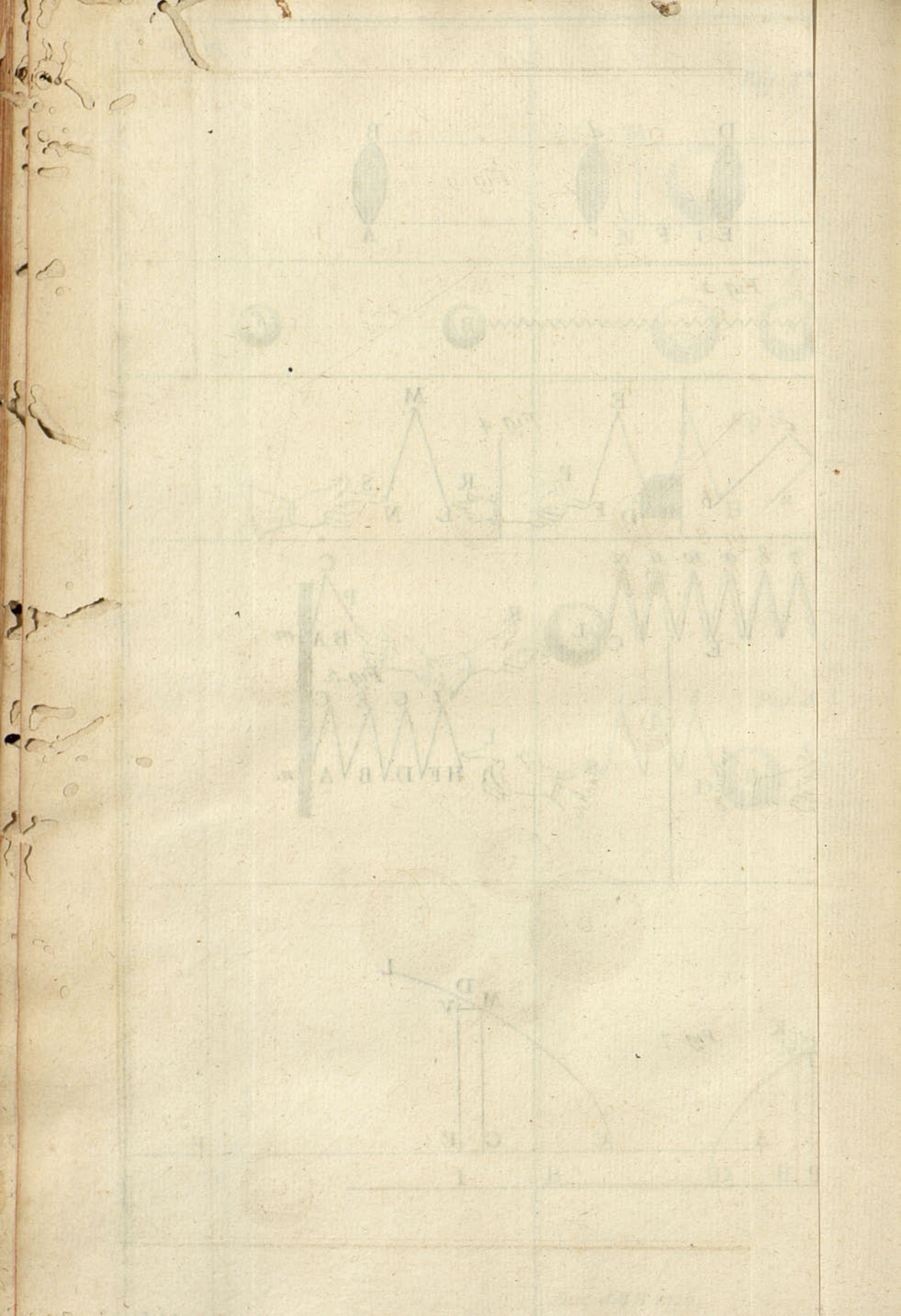


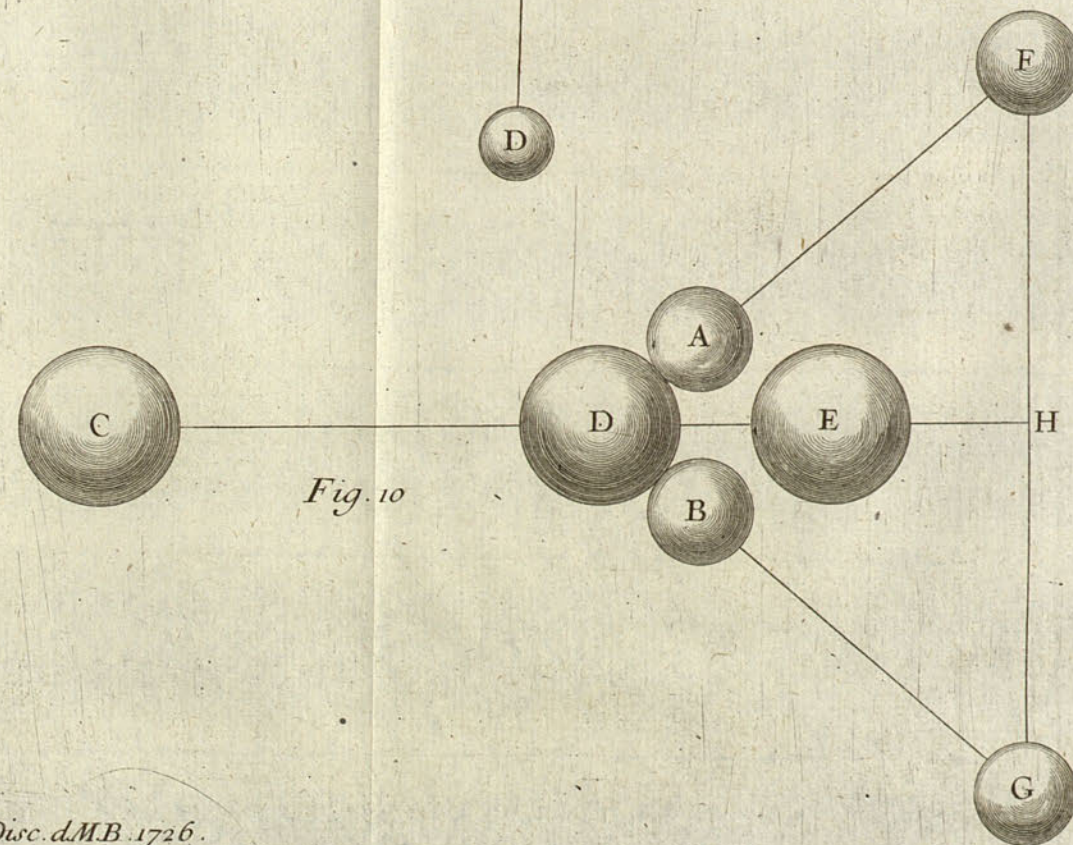
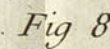
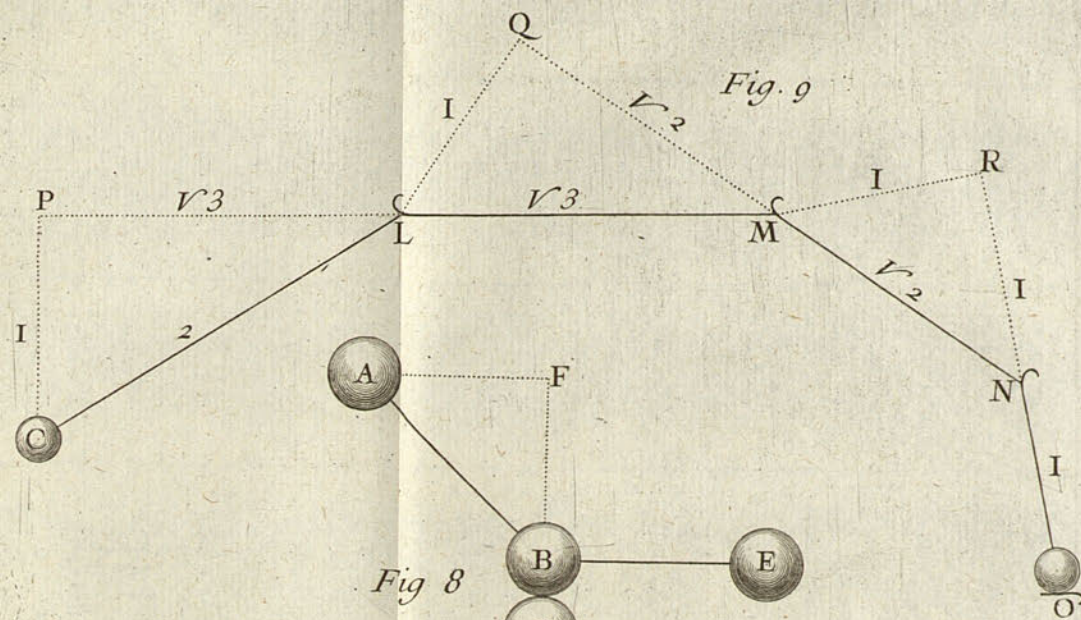
Fig. 7







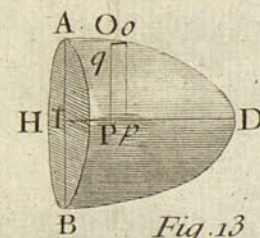
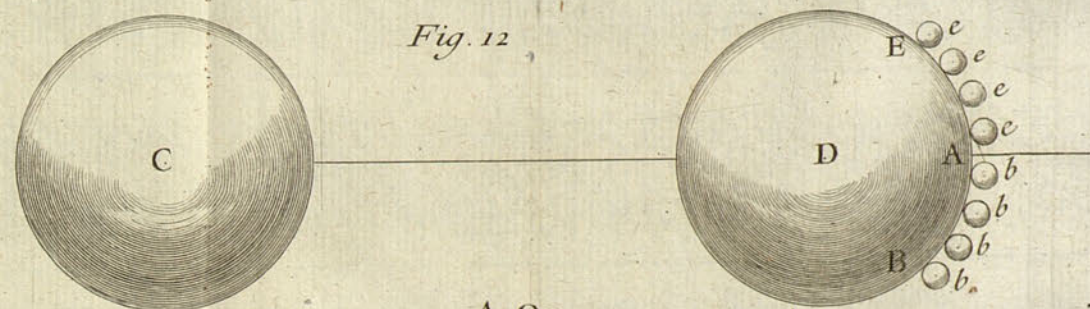
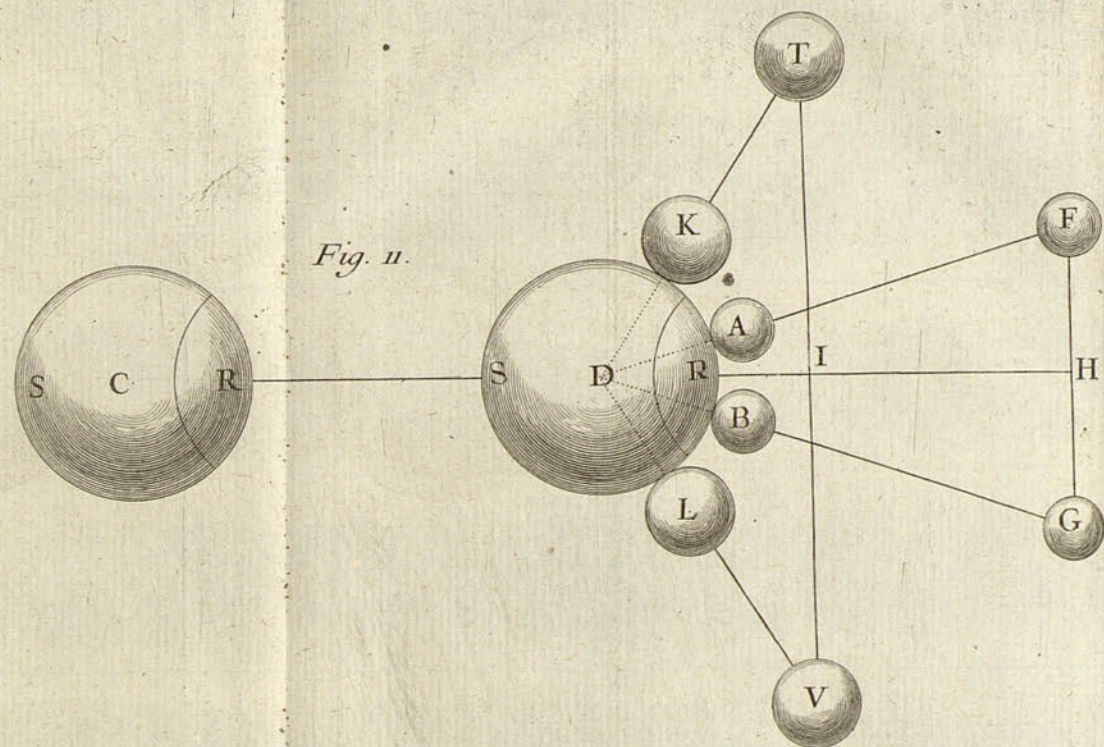














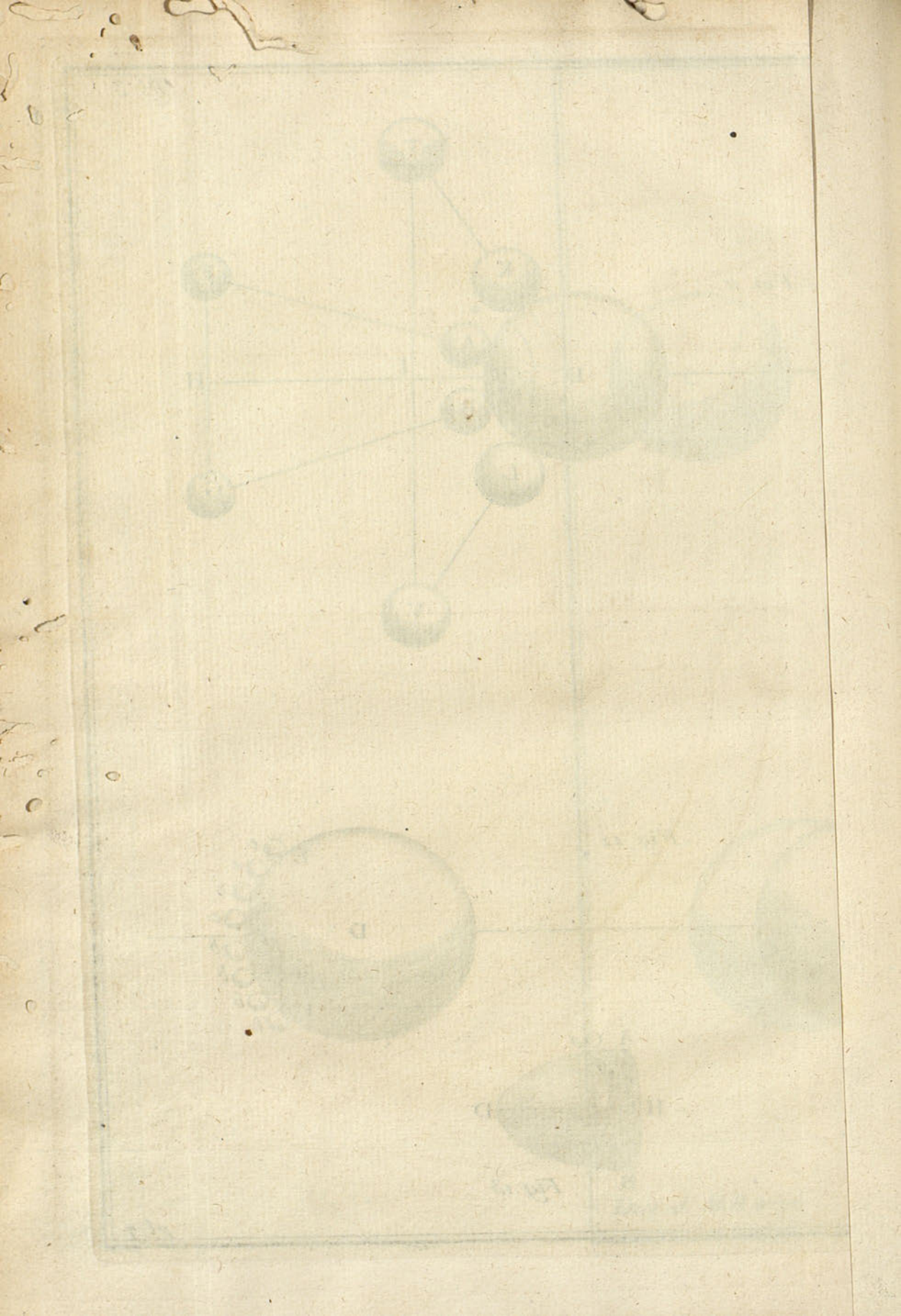




Fig. 14.

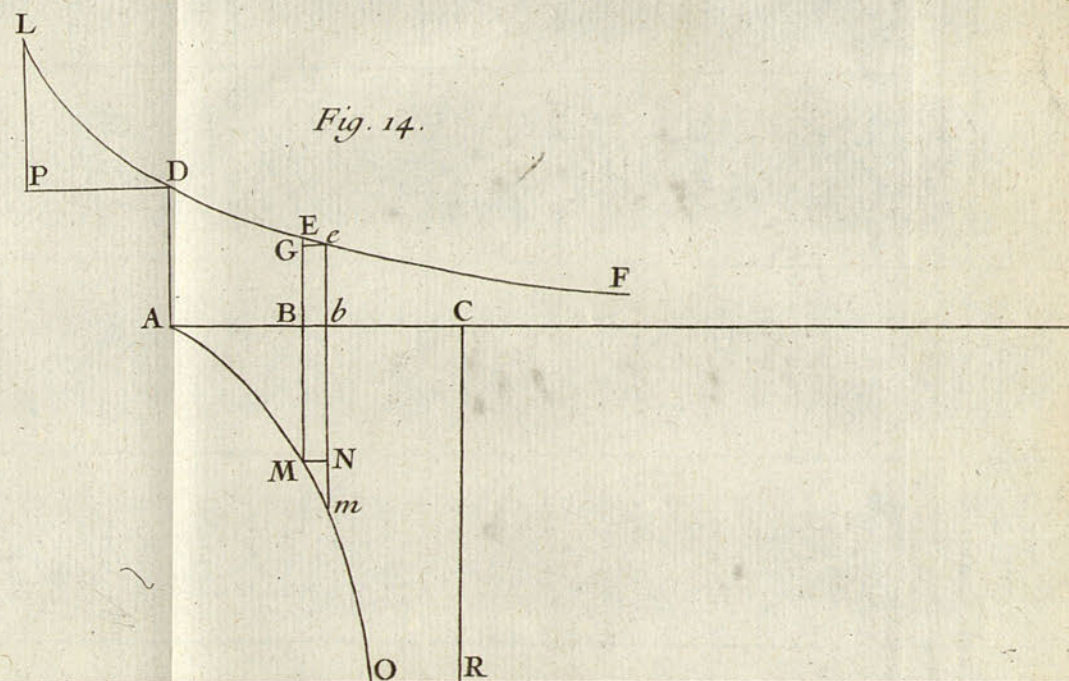
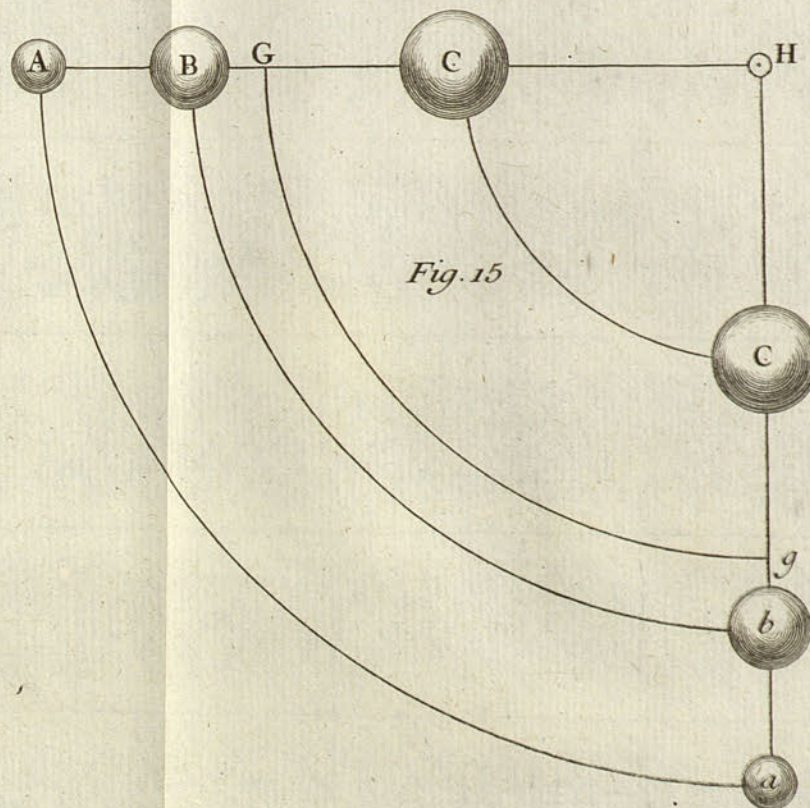


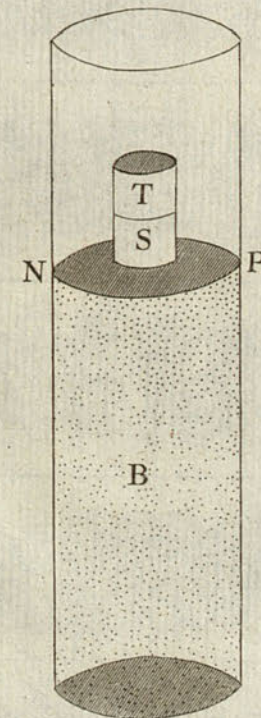
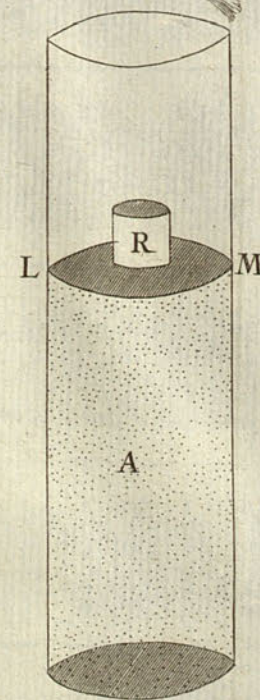
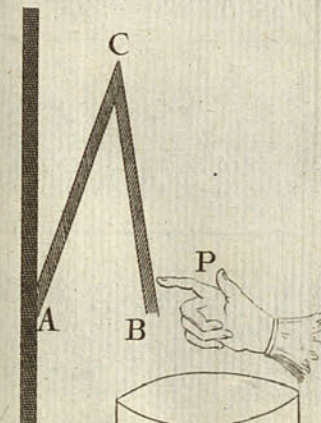
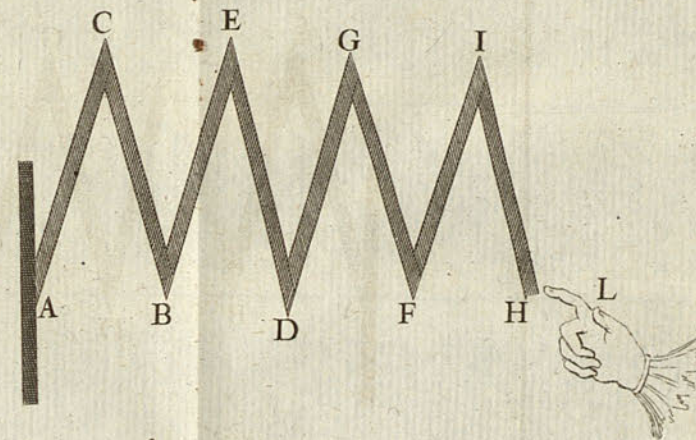
Fig. 15



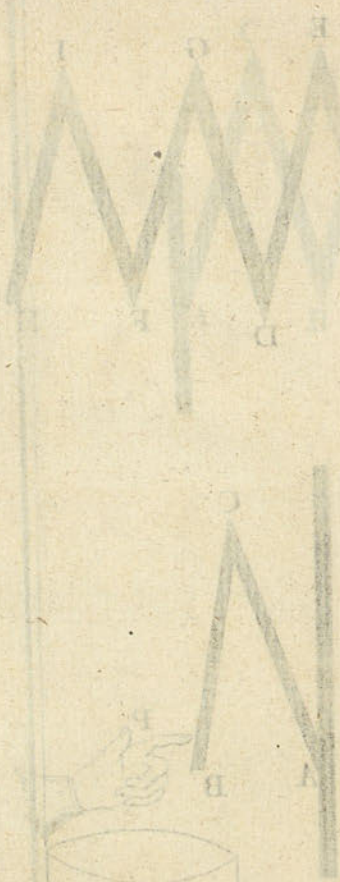








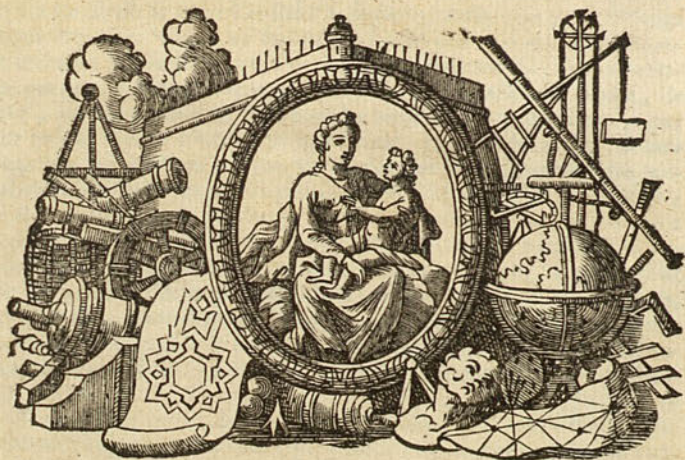






DE LA MÂTURE  
DES  
VAISSEAUX.  
PIECE  
QUI A REMPORTÉ LE PRIX  
DE L'ACADEMIE ROYALE  
DES SCIENCES,

*Proposé pour l'année 1727, selon la fondation faite par feu  
M. ROUILLE DE MESLAY, ancien Conseiller  
au Parlement.*



A PARIS, RUE S. JACQUES;  
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la rue des Mathurins,  
à l'Image de Notre - Dame.

---

M. DCC. XXVII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.



DE LA MÂTURE

D E S

V A I S S E A U X .

P I E C E

QUI A REMPORTÉ LE PRIX

DE L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES .

Par M. L'Abbé de Mably, de l'Académie des Sciences.  
Paris, chez la Citoyenne Lesclapart, au Salon de la République.



A PARIS, CHEZ M. JACQUES,

Libraire, au Salon de la République, au Salon de la Citoyenne Lesclapart.

M DCC LXXII

AVEC APPROBATION ET FAVEUR DU ROI



*Extrait des Registres de l'Académie Royale des Sciences.*

Du 6. Septembre 1727.

MESSEURS de Mairan & Nicole, qui avoient été nommez pour examiner les Additions faites par M. Bouguer à sa Pièce sur la *Mature des Vaisseaux*, qui a remporté le Prix de cette année, en ayant fait leur rapport; la Compagnie a jugé que ces Additions serviroient à perfectionner cette Pièce, très-digne d'ailleurs de l'honneur qu'elle a reçu. En foi de quoi j'ai signé le présent Certificat. A Paris ce 26. Septembre 1727.

FONTENELLE, Sec. perp. de l'Ac. Roy. des Sc.

*PRIVILEGE DU ROY.*

LOUIS par la grace de Dieu Roy de France & de Navarre : A nos amez & feaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, Salut. Notre bien amé & feal le *Sieur Jean-Paul Bignon, Conseiller ordinaire en notre Conseil d'Etat, & Président de notre Académie Royale des Sciences*, Nous ayant fait très-humblement exposer, que depuis qu'il nous a plu donner à notre dite Académie, par un Règlement nouveau, de nouvelles marques de notre affection, elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences, qui font l'objet de ses exercices; en sorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déjà donnez au Public, elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous lui avons accordées en date du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conseil d'Etat du 13. Août 1713. Et désirant donner au *Sieur Exposant* toutes les facilités & les moyens qui peuvent contribuer à rendre utiles au Public les travaux de notre dite Académie Royale des Sciences, Nous avons permis & permettons par ces Présentes à ladite Académie, de faire imprimer, vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéissance, par tel Imprimeur qu'elle voudra choisir, en telle forme, marge, caractère, & autant de fois que bon lui semblera, toutes ses Recherches ou Observations journalières, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées; comme aussi les Ouvrages, Mémoires ou Traitez de chacun des Particuliers qui la composent, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître sous son nom, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & jugé qu'ils sont dignes de l'impression; & ce pendant le tems de quinze années consécutives, à compter du jour de la date desdites Présentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangère dans aucun lieu de notre Royaume; comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun desdits Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Académie; en tout ni en partie, par extrait, ou autrement, sans le consentement par écrit de ladite Académie, ou de ceux qui auront droit d'eux: à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contre-



faits au profit de sondit Imprimeur : de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénouciateur, & de tous dépens, dommages & intérêts ; à condition que ces Présentés seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour : que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caractères, conformément aux Réglemens de la Librairie ; & qu'avant de les exposer en vente, il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans notre Bibliothèque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & feal Chevalier Chancelier de France le Sieur Daguesseau ; le tout à peine de nullité des Présentés. Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Académie, ou ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Vouons que la copie desd. Présentés qui sera imprimée au commencement ou à la fin desd. Ouvrages, soit tenuë pour dûment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires, foi soit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires. Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le 29 jour du mois de Juin, l'an de grace 1717, & de notre Regne le deuxième. Par le Roi en son Conseil.

Signé, FOUQUET

Il est ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Août 1686. & Arrêt de son Conseil, que les Livres dont l'impression se permet par Privilège de Sa Majesté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou Imprimeur.

*Registré le présent Privilège, ensemble la Cession écrite ci-dessous, sur le Registre IV. de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, p. 155. N. 205. conformément aux Réglemens, & notamment à l'Arrêt du Conseil du 13. Août 1703. A Paris le 3. Juillet 1717.*

Signé, DELAULNE, Syndic.

Nous soussigné Président de l'Académie Royale des Sciences, déclarons avoir en tant que besoin cédé le présent Privilège à ladite Académie, pour par elle & les differens Académiciens qui la composent, en jouir pendant le tems & suivant les conditions y portées. Fait à Paris le 1. Juillet 1717. Signé, J. P. BIGNON.

## E R R A T A.

*P* Age 58 ligne 20, lisez  $f$  au lieu de  $f^2$  dans le dénominateur de l'expression algébrique. Pag. 68 l. 22, lisez  $\frac{2}{e}$  au lieu de  $\frac{2}{e}$ . Pag. 79 l. 28, lisez & la distance. Pag. 80 l. dern. effacez l'exposant 2 du dénominateur  $x$ . Pag. 85 l. 4, il puisse, effacez il. Pag. 121 l. 20, la situation, lisez la situation. Pag. 145 l. 16, lisez n'a que  $\frac{1}{h^2}$  de variable. Pag. 150 l. dern. qui lui est égale & qui a la même forme, lisez qui doit lui être égale si on suppose que  $A$  &  $a$  soient deux impulsions directes connus, l'une pour la route directe & l'autre pour la route dont  $c$  est la tangente de la dérive.

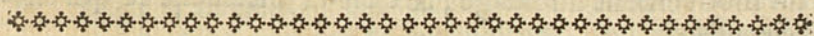




# DE LA MÂT<sup>A</sup>TURE DES VAISSEAUX.

Vela damus, vastumque cavâ trabe currimus æquor.

*Lib. III. Virg. Mar.*



## PREMIERE SECTION.

*Où l'on examine les conditions de la Mât<sup>A</sup>ture parfaite,  
principalement pour la route directe.*

### CHAPITRE PREMIER.

*Des Mâts considerez comme leviers, & des points qui leur  
servent d'hypomocliions.*

#### I.

**L**ES voiles supérieures font ordinairement plus d'effet que les inférieures ; soit parce qu'étant plus tendues, elles reçoivent plus directement l'impulsion du vent, soit parce que le vent auquel elles sont exposées est plus rapide que celui

A



qui frappe sur les voiles d'enbas. Les Anciens qui ne pensoient point à ces deux raisons, prenoient les Mâts pour des leviers, & prétendoient que les voiles supérieures ne faisoient marcher le Vaisseau avec plus de vitesse, que parce qu'elles étoient appliquées à une plus grande distance du point d'appuy. Prévenus ensuite en faveur de ce sentiment, ils le soutenoient avec chaleur; car ils rapportoient à cette même mécanique indifféremment toutes sortes d'actions, & ils ne pouvoient pas manquer d'y rapporter celle des Mâts, dont la hauteur est très-propre à représenter la longueur des leviers. Cependant on peut assurer qu'ils se trouvoient arrêtés par une grande difficulté; il falloit assigner une place au point d'appuy, & ils ne sçavoient pas trop où le mettre. Le centre de gravité, le pied du Mât, l'extrémité de la proue, tous les points du Navire enfin, servoient assez à expliquer les balancemens & les inclinaisons du Vaisseau; mais ils ne servoient pas également, lorsqu'il s'agissoit de rendre raison du mouvement du sillage, & c'est-là justement ce qui embarrassoit.

En effet, on étoit alors bien éloigné d'avoir le véritable point d'appuy, puisqu'il est facile de prouver que ce point ne peut être qu'au centre de la terre. Pour se convaincre de cette proposition, qui semble d'abord un peu paradoxal, il n'y a qu'à supposer que le Vaisseau poussé par le vent qui choque sa voile, fait dans sa route le tour de notre globe. Pendant ce temps-là le centre d'effort de la voile décrira un cercle concentrique à la terre, & le Mât changera continuellement de situation. Mais cependant si on conçoit ce Mât prolongé indéfiniment par enbas, il passera toujours par le centre de la terre, & ainsi il fera toujours rayon des cercles que le Vaisseau & le centre d'effort de la voile décriront. Voilà ce qui montre que le centre de la terre est naturellement le point fixe ou le point d'appuy des Mâts pris pour leviers dans l'explication du mouvement du sillage. Les Mâts sont des



leviers de la seconde espece, parce que le fardeau est entre la puissance & le point d'appuy. Le point d'appuy est le centre de la terre où le Mât étant prolongé va toujours se rendre; la puissance, c'est l'impulsion du vent réunie dans le centre d'effort des voiles, & le fardeau est représenté par la difficulté qu'il y a à mouvoir le Vaisseau dans un milieu qui fait de la résistance. Et nous pouvons remarquer que comme la puissance & le fardeau sont sensiblement à une même distance du point fixe, puisque la hauteur des Mâts est toujours insensible par rapport au rayon de la terre, la puissance doit être égale au fardeau: c'est-à-dire que, lorsque le Navire singe avec son mouvement uniforme, l'impulsion du vent selon le sens horizontal doit être égale à la résistance que le Navire trouve à avancer dans l'eau aussi selon le sens horizontal.

## II.

Mais si au lieu de considerer le sillage du Navire, on examine ses situations & inclinaisons, son *tangage* & son *roulis*, on ne doit plus prendre le centre de la terre pour le point fixe: car il est certain que peu de changement dans la hauteur du Mât produit de grands effets dans la situation du Vaisseau, & c'est ce qui n'arriveroit pas si le point d'appuy étoit au centre de la terre; puisque l'impulsion du vent sur la voile en seroit toujours à peu près également éloignée, & agiroit par consequent toujours de la même maniere. C'est donc le centre de gravité du Vaisseau qu'on doit dans ce cas regarder comme hypomoclion ou comme point d'appuy: car une puissance ne tend à faire tourner un corps ou à le faire incliner, que selon qu'elle est appliquée à plus de distance de son centre de gravité. Si, par exemple, la direction SK [Figure 1.] du choc du vent sur la voile LM passoit par le centre de gravité G du Vaisseau OC, le choc du vent n'auroit aucune force pour faire incliner le Navire; mais comme

*Tangage*,  
c'est les bal-  
lancemens  
du Vaisseau  
dans le sens  
de sa lon-  
gueur; &  
*roulis*, les  
ballancemens  
dans le sens  
de sa lar-  
geur.

Fig. 1.

A ij



#### 4 DE LA MATURE DES VAISSEaux.

la direction SK est considérablement éloignée du centre G, on doit convenir que le choc du vent tend à faire panacher le Vaisseau du côté de sa prouë O, avec un moment qui est d'autant plus fort, que la distance de la direction SK au centre G, qui sert de point d'appuy, est plus grande.

#### III.

Pendant que l'impulsion du vent travaille ainsi à faire enfoncer la prouë dans l'eau, il faut nécessairement que quelqu'autre puissance tende à l'en faire sortir; autrement le Navire verseroit toujours. La principale force qui s'oppose à l'impulsion du vent, c'est l'impulsion de l'eau sur la prouë *aE* qui agit selon la direction DH. Le Vaisseau ne peut pas singler le moins du monde sans choquer l'eau qui se rencontre sur son chemin, ni sans en être repoussé dans un sens contraire à la route: & l'impulsion tombe sur une ligne DH qui s'élève en l'air vers H, parce que comme la prouë *aE* est toujours inclinée en avant, elle est poussée par l'eau, non-seulement selon le sens horizontal, mais aussi selon le sens vertical. Or cette impulsion de l'eau peut contre-balancer l'impulsion du vent sur la voile; car elle tend à élever la prouë en même-temps que l'impulsion du vent tend à la faire caler; & il est évident que selon que l'une de ces impulsions sera plus puissante que l'autre, à raison de sa force absolue & de la distance de sa direction au centre de gravité G, le Navire doit prendre différentes situations.

#### IV.

On voit bien qu'il est de la dernière importance pour la Théorie de la mâturation de découvrir le résultat de ces deux impulsions du vent sur la voile, & de l'eau sur la prouë. On pourroit considérer ces impulsions séparément: mais je crois qu'il vaut beaucoup mieux les réduire



d'abord en une seule force par les règles de la composition des mouvemens ; car nous n'aurons de cette sorte qu'un seul effort à considérer , & nous serons moins obligez de partager notre attention. Lorsqu'on tire en même-tems un corps par deux différentes directions , comme avec deux cordes , ce corps n'est pas déterminé de la même manière que s'il n'étoit tiré que vers un seul côté. Des deux directions il s'en forme une troisième , & c'est cette dernière que le corps suit dans son mouvement. Il doit arriver à peu près la même chose au Vaisseau qui est exposé en même-tems à l'action de deux différentes forces, l'impulsion du vent , & l'impulsion de l'eau. Ces deux forces se doivent réduire en une seule ; & ce doit être la même chose de considérer cette seule force , que d'avoir égard aux deux impulsions du vent & de l'eau ; parce que comme ces impulsions sont contraires en certains sens, elles se détruisent en partie , & la force dont nous parlons doit être composée de tout ce qui n'entre pas dans la destruction. Mais il faut que nous nous ressouvenions toujours de prendre le centre de gravité du Vaisseau pour point d'appuy ; puisque ce centre sert véritablement d'hypomocion à toutes les puissances qui tendent à faire tourner ou incliner le Navire.

## CHAPITRE II.

*De la manière dont les chocs du vent sur la voile , & de l'eau sur la proue se réduisent à un seul effort.*

### I.

**L**E Lecteur sçait , sans doute , que c'est ordinairement par le moyen d'un parallélograme qu'on réduit deux puissances en une seule force. Si , par exemple , deux puissances poussent à la fois le corps A Fig. 2. selon les

A iij

Fig. 2.



## 6 DE LA MATURE DES VAISSEAUX.

deux directions AB & AC, & que la premiere le pousse avec une force capable de luy faire parcourir AB, pendant que la seconde le pousse avec une force capable de luy faire parcourir AC: ce corps ne doit suivre en particulier aucune des directions AB & AC; car la puissance qui agit sur l'autre direction doit l'en empêcher. Ce corps doit suivre un chemin AD qui tienne une espece de milieu entre les deux directions AB & AC: & pour découvrir ce chemin, il n'y a qu'à former le parallelograme BACD par les paralleles CD, BD aux directions, & la diagonale AD fera le chemin requis ou la direction composée des deux AB & AC; direction composée que le corps A doit suivre, ou qu'il est du moins déterminé à suivre par l'impulsion des deux puissances. Le corps A en avançant sur AD, satisfera, autant qu'il sera possible, aux mouvemens sur les deux directions AB & AC. La premiere puissance en agissant selon AB, le pousse dans le sens de la direction composée AD de la quantité AG, & tend à l'écarter de cette même direction de la quantité AE ou GB. La seconde puissance qui pousse selon AC avec une force AC, tend aussi à faire avancer le corps A dans le sens de la direction composée AD d'une quantité AH, & tend à l'écarter de cette même direction de la quantité AF ou HC. Mais comme les deux puissances travaillent à écarter le corps A de différens côtes de la direction composée AD, l'une du côté droit, & l'autre du côté gauche, & qu'elles travaillent à cela avec des forces précisément égales AE & AF ou GB & HC, il est évident qu'elles se doivent détruire mutuellement dans le sens perpendiculaire à AD, & qu'ainsi elles ne doivent point empêcher le corps A de suivre AD. Et enfin, si on joint AG & AH, qui sont les tendances des deux puissances selon la direction composée, on trouvera qu'elles forment AD, puisque HD est égale à AG, à cause de l'égalité des deux triangles BAG, CDH. De sorte que les deux mouvemens AB & AC ne se réduisent eu égard à



tout, à leur convenance & à leur opposition, qu'au seul mouvement AD.

## II.

Comme le Vaisseau ne forme qu'un seul corps avec son Mât & sa voile, il est aussi toujours sujet à l'action de deux puissances, le choc du vent selon la direction SK, & le choc de l'eau sur la prouë selon la direction DH; & il est sensible que ces deux chocs se doivent réduire de la même manière en un seul effort. Ces deux chocs s'exerceroient tout le long de leurs directions SK & DH, si rien ne les empêchoit dans leurs actions; mais ils se font obstacle l'un à l'autre en N, où leurs directions se coupent; ils ont des forces contraires selon certain sens, & ces forces se doivent détruire mutuellement en N, parce que c'est-là où elles se trouvent directement opposées. Je prends donc sur leurs deux directions SK & DH depuis leur point de concours N, des espaces Np & Nr pour désigner les impulsions du vent & de l'eau, ou pour en marquer le rapport. L'espace Np exprimera l'impulsion du vent sur la voile LM, pendant que l'espace Nr représentera l'impulsion de l'eau sur la prouë AE. J'acheve le parallélograme Nptr, & j'ay dans sa diagonale Nt la direction composée des deux SK & DH, & l'effort mutuel des deux impulsions Np & Nr; effort mutuel qui est tout ce qui résulte de la réunion des impulsions du vent & de l'eau. Cet effort a moins de tendance dans le sens de la route, que le choc Np du vent sur la voile, parce qu'il ne représente pas l'action seule du vent, mais les actions du vent & de l'eau jointes ensemble; c'est-à-dire, qu'il marque la force avec laquelle le vent pousse dans le sens de la route après le retranchement fait de la résistance de l'eau qui pousse dans un sens contraire. Et si ce même effort Nt agit dans la détermination verticale, c'est afin de remplir les forces relatives verticales des impulsions du vent & de l'eau, qui bien loin de se détruire, s'ajoutent au contraire

Fig. 11



### 8 DE LA MATURE DES VAISSEaux.

ici ensemble ; parce qu'elles s'aident l'une & l'autre en tendant toutes deux en haut.

#### III.

Nous n'examinons point encore les changemens que l'effort  $Nt$  doit produire dans la situation du Vaisseau : nous ne considérons icy les effets de cet effort que par rapport à la marche. Comme il tire de l'avant par sa force horisontale, & que rien ne peut luy faire obstacle, il est sensible qu'il fera augmenter la vîtesse du Navire. Et il en sera de même toutes les fois que cet effort agira sur une direction inclinée vers la prouë : car, puisque le Vaisseau conserveroit sa même vîtesse si rien ne le tiroit de l'avant, & s'il ne ressentoit aucune résistance, il est sensible qu'il doit augmenter son mouvement lorsque de l'impulsion du vent & de la résistance de l'eau il résulte un effort  $Nt$  qui le tire dans le sens de la route. Mais il y a de la différence aussi-tôt que la direction de cet effort est verticale comme  $NT$ , ainsi que cela arrive pendant presque toute la navigation ; car l'effort composé  $NT$  n'a dans ce cas aucune force horisontale qui puisse produire du changement dans le sillage. Il est vrai que les impulsions  $NP$  du vent &  $NR$  de l'eau qui forment l'effort  $NT$ , tendent toujours chacune à part à faire marcher le Vaisseau plus vite ou plus lentement : mais ces deux impulsions agissent ensemble & en des sens contraires, & il faut nécessairement qu'elles se détruisent l'une & l'autre quant au sens horisontal de la route, puisqu'elles ne se réduisent qu'à un effort vertical  $NT$ . Ainsi ces deux impulsions peuvent bien jointes ensemble soulever le Navire par leur tendance mutuelle verticale ; mais elles ne doivent point altérer le mouvement du sillage, parce qu'elles s'en empêchent mutuellement, & que leur effort composé ne tire qu'en haut. Il reste à expliquer comment les impulsions du vent & de l'eau qui agissent d'abord sur une direction



direction composée oblique, prennent très-peu de tems après une direction verticale NT.

IV.

C'est qu'à chaque degré de vitesse que l'effort composé des impulsions du vent & de l'eau communique au Navire, l'impulsion du vent sur la voile diminuë & l'impulsion de l'eau sur la prouë augmente; de maniere que de ces deux impulsions du vent & de l'eau il naît ensuite un effort composé, différent du premier & qui approche un peu plus d'être vertical. L'impulsion de l'eau devient plus grande à mesure que le sillage augmente; car le Vaisseau ne peut pas singler plus vite sans choquer l'eau par sa prouë avec plus de force. Et l'impulsion du vent sur la voile diminuë en même tems; parce que plus le Vaisseau single vite, plus la voile fuit, pour ainsi dire, le vent; ou ce qui revient au même, plus il faut retrancher de la vitesse absolue du vent pour avoir la vitesse respectueuse avec laquelle il frappe la voile. Ainsi après qu'un effort composé N<sub>p</sub> des impulsions N<sub>p</sub> du vent & N<sub>r</sub> de l'eau a fait accélérer le mouvement de la marche de quelque degré, les impulsions du vent & de l'eau ne doivent plus être les mêmes; l'impulsion du vent doit être plus petite, telle qu'est N<sub>p</sub> & l'impulsion de l'eau plus grande telle qu'est N<sub>r</sub>; & il doit se former un autre effort composé NT. Cet effort NT fait encore accélérer le mouvement de la marche par sa tendance horisontale; & cette accélération étant causée que les impulsions du vent & de l'eau changent de rechef, il se forme encore un autre effort un peu moins incliné; & la même chose se répète d'instant en instant, jusqu'à ce que l'effort composé se trouve exactement vertical comme NT, & que la promptitude de la marche n'augmente plus: ce qui s'acheve en fort peu de tems, en moins de deux ou trois minutes.



V.

Il s'ensuit de là que les impulsions du vent & de l'eau doivent agir suivant différentes directions composées selon les différens états dans lesquels on examine le Navire. Ou 1°. le fillage n'est point encore arrivé à sa plus grande vitesse, & alors la direction composée des impulsions est inclinée en avant comme  $Nt$ ,  $NT$ , &c. & plus ou moins incliné, selon qu'il s'en faut davantage que le Navire n'avance avec son mouvement uniforme. Ou 2°. le fillage ne s'accélère plus, & c'est une marque que la direction composée est exactement verticale comme  $NT$ . Mais puisqu'il est certain par l'expérience que les Vaisseaux ne restent que fort peu dans le premier état, & qu'ils parviennent au second dans lequel ils avancent avec leur mouvement uniforme, en moins de tems qu'il n'en faut pour déployer toutes leurs voiles & pour les orienter, nous pouvons fort bien ne les considérer que dans ce second état. C'est pourquoi nous prendrons toujours pour principe que *les impulsions du vent sur la voile LM & de l'eau sur la prouë a E ne se réduisent qu'à l'effort vertical NT ou ne tendent jointes ensemble qu'à tirer le Navire en haut, selon la verticale VNT qui passe par l'intersection N de leurs directions SK & DH.*

VI.

Si on veut maintenant trouver la valeur de l'effort composé  $NT$ , il sera facile d'en venir à bout; pourvû qu'on sçache la valeur d'une des impulsions du vent sur la voile ou de l'eau sur la prouë avec la situation des axes  $SK$  &  $DH$  de ces deux impulsions. On sçaura la force de l'impulsion du vent par l'étendue de la voile & par la vitesse du vent: & la force de l'impulsion de l'eau sur la prouë par la grandeur & la figure de la prouë & par la vitesse du Navi-



re, parce que c'est avec cette vitesse que la prouë va rencontrer l'eau. Et après cela le triangle PNT dont on connoitra les trois angles & un côté, nous fournira cette proportion, le sinus de l'angle PTN égal à l'angle TNR formé par la verticale VT & la direction DH est à l'impulsion NP du vent sur la voile, ou bien le sinus de l'angle PNT formé par la verticale VT & la direction SK est à PT qui est égale à l'impulsion NR de l'eau sur la prouë, comme le sinus de l'angle TPN égal à l'angle RNS que font ensemble les deux directions SK & DH sera à l'effort NT auquel les deux impulsions NP du vent & NR de l'eau se réduisent. Or c'est de cet effort composé ou mutuel NT dont nous n'avons qu'à examiner les effets pour reconnoître tous les mouvemens que les chocs du vent & de l'eau sont capables d'imprimer au Navire : Nous allons commencer nos recherches dans les vaisseaux dont la poupe & la prouë sont égales, & nous marquerons en même tems la véritable disposition de leur Mâture.

Fig. 1.

## CHAPITRE III.

*Des différentes situations que l'effort mutuel des impressions du vent & de l'eau doit faire prendre aux Vaisseaux dont la poupe & la prouë sont égales ; & des conditions qui rendent la Mâture parfaite dans ces sortes de Vaisseaux.*

## I.

Puisque les impulsions du vent sur la voile & de l'eau sur la prouë ne se réduisent qu'au seul effort vertical NT, il est sensible qu'on peut comparer le Navire à une poutre qui seroit tirée en haut par quelque puissance : & de même que la puissance qui tireroit en haut ne pourroit avoir que trois différentes dispositions, selon

B. ij



## 12 DE LA MÂTURE DES VAISSEAUX.

qu'elle seroit appliquée au centre de gravité de la poutre ou à quelqu'une de ses extremités, de même aussi toutes les dispositions de l'effort NT & de sa direction VNT doivent être renfermées dans les trois cas suivans.

1°. Ou la direction SK de la voile est fort élevée & la verticale VNT qui est la direction composée des efforts du vent & de l'eau passe en arriere du centre de gravité G du Vaisseau.

2°. Ou la direction SK de la voile est peu élevée & la verticale VNT passe en avant du centre de gravité G du Vaisseau.

3°. Ou enfin la hauteur de la Mâture tient le milieu entre celles des deux premiers cas, & la verticale VNT passe par le centre de gravité du Navire.

### II.

Fig. 1.

Nous remarquerons maintenant que le Vaisseau Mâté comme dans le premier cas & dans la premiere Figure, doit plonger sa prouë dans l'eau & élever sa poupe. Car les impulsions du vent & de l'eau réunies dans l'effort NT tirent la poupe en haut selon leur direction commune ou composée VNT qui est appliquée en arriere du centre de gravité G; & la poupe ne peut pas sortir de l'eau sans que la prouë ne s'y enfonce davantage. Il est encore sensible que plus la Mâture aura de hauteur, plus la direction SK de la voile rencontrera la direction DH de l'impulsion de l'eau en un point N avancé vers l'arriere, plus la verticale VNT sur laquelle les impulsions du vent & de l'eau s'accordent à tirer en haut sera écartée du centre de gravité G qui sert d'hypomoclion, & plus par conséquent l'effort composé NT aura de force relative ou de moment pour faire incliner le Vaisseau en avant. Ajoutons que lorsque le vent augmentera sa vitesse, l'impulsion NP que recevra la voile deviendra plus grande, de même que l'impulsion NR de l'eau sur la prouë, & l'effort composé NT.



augmentant aussi, le Navire sera tiré en haut avec plus de force & s'inclinera presque toujours davantage. Ainsi on doit craindre que l'enfoncement de la prouë n'aille trop loin, & que le Vaisseau Mâté comme dans le premier cas ne verse à force de s'incliner.

## III.

Ce que nous venons de dire du premier cas se peut appliquer au second, où la verticale VT [ Figure 3. ] passe en avant du centre de gravité G; pourvu qu'on entende de la poupe ce que nous avons dit de la prouë. Les Vaisseaux dans ce second cas courent encore risque de verser. Le péril n'est pas si évident que dans le premier cas, parce que comme les voiles n'ont pas tant de hauteur elles ont moins d'étendue, & elles ne reçoivent pas une si grande impulsion de la part du vent; ce qui fait que l'effort composé NT ne tire jamais en haut avec tant de force: mais cependant il y a toujours quelque risque. Et c'est là même un défaut que les voiles aient peu d'étendue & qu'elles reçoivent peu d'impulsion de la part du vent, puisque le Navire en doit singler moins vite.

## IV.

Enfin la verticale VT sur laquelle se joignent les impulsions du vent & de l'eau peut passer par le centre de gravité du Vaisseau comme dans le troisième cas & dans la quatrième Figure. On voit sensiblement que le Navire en cette dernière rencontre ne doit pas changer sa situation horizontale. Car quelque effort que fassent l'eau & le vent joints ensemble selon VT, ils ne tendent toujours qu'à soulever entièrement le Navire, à cause de l'équilibre parfait qu'il y a de part & d'autre du centre de gravité G & de la direction VT qui passe par ce centre. La prouë, par exemple, ne doit pas s'enfoncer dans l'eau,



Fig 4. puisqu'elle est soutenue par la poupe qui est en état de la contrebalancer. Mais direz-vous, le vent augmentera peut-être ? Il n'importe ; car quoique l'effort composé devienne plus grand & que le Vaisseau soit tiré en haut avec plus de force, rien ne lui fera encore perdre son équilibre, & ce Vaisseau conservera par conséquent toujours sa situation horizontale. En un mot le changement des impulsions du vent & de l'eau ne produit ici aucun autre effet, sinon que le Navire s'élève un peu de l'eau on y retombe par tout également : au lieu qu'il arrive dans les deux premiers cas que le Navire étant tiré en haut avec différentes forces par un endroit qui n'est pas son centre de gravité, s'incline plus ou moins du côté opposé & court risque de *faire capot* pour parler en terme de Marine.

## V.

Ainsi il n'est pas nécessaire de pousser cet examen plus loin, pour reconnoître quelle est la meilleure disposition de la voile : il est si clair que c'est le troisième cas qui est préférable aux deux premiers, qu'il n'est pas besoin de le faire sentir davantage. Ce n'est que dans le troisième cas que le Navire reste continuellement de niveau, & qu'il n'y a aucune apparence de péril, & tant qu'on s'y conformera, on pourra encore naviger avec toute la promptitude possible ; car on ne fera sujet à aucun accident, quoiqu'on augmente l'étendue des voiles d'une quantité extraordinaire. L'impulsion NP du vent sera beaucoup plus grande de même que l'impulsion NR de l'eau sur la proue, parce que le Navire singlera beaucoup plus vite : mais ces deux impulsions rassemblées dans l'effort composé NT & qui tireront en haut avec beaucoup plus de force ne tendront encore qu'à soulever le Navire par tout également, sans luy faire perdre sa situation horizontale. Voilà ce qui montre combien la disposition du troisième cas est parfaite, & ce qui doit faire cesser toutes nos irrésolutions.



Lorsqu'on voudra donc mâter un Vaisseau OC [Fig. 4.] il faudra faire passer la direction SK du choc du vent sur la voile par le point de concours N de la direction DH du choc de l'eau sur la prouë & de la verticale GT du centre de gravité G du Vaisseau. Autrement la direction composée VNT ne passeroit pas par le centre de gravité G, & le Navire seroit disposé comme dans le premier ou dans le second cas. Notre maxime ne sera nullement difficile à observer : comme on connoît les loix que les fluides observent dans leur impulsion, on pourra déterminer la direction DH du choc de l'eau sur la prouë ; puis élevant du centre de gravité ou du milieu G du Vaisseau la verticale GT ; le point de concours de cette verticale & de la direction DH doit toujours appartenir à la Mâtüre, & on pourra l'appeller *point vélique*, parce que s'il n'est pas nécessaire qu'il se trouve toujours dans la voile, il faut au moins que la direction de l'effort de la voile y passe toujours. On menera donc par ce point N une ligne SK pour servir de direction au choc du vent, & il ne restera plus qu'à appliquer la voile, de maniere que l'impulsion qu'elle recevra tombe effectivement sur cette ligne. Il s'ensuit de là qu'on pourra donner à la voile une infinité de différentes situations : car on peut conduire par le point N une infinité de différentes lignes comme SK. Il n'importe aussi comment la voile soit placée, ni que sa direction soit horisontale ou inclinée pour que les impulsions du vent & de l'eau se réduisent à un seul effort vertical NT : & il est évident qu'aussitôt que la direction de la voile passe par le point de concours N de la direction DH du choc de l'eau & de la verticale GT du centre de gravité G, la direction de l'effort composé NT est toujours appliquée au centre de gravité G ; car cette direction n'est autre chose que la verticale même du centre G.

Fig. 4.  
Maxime  
de Mâtüre  
pour les  
Vaisseaux  
dont la pou-  
pe & la  
prouë sont  
égales.



## V I.

Si on nous propose, par exemple, de mâter le Navire OC [ Fig. 5. ] formé par un demi cylindre couché de 80 pieds de long, dont les deux extremités sont couvertes de deux moitez d'Hémisphère de 18 pieds de rayon, qui servent de prouë & de poupe; & qu'on suppose que ce Navire, qui approche fort de la figure des *Hougres*, \* cale dans l'eau de 9 pieds, moitié de sa profondeur: on trouvera que la direction DH de l'impulsion de l'eau sur la prouë fait avec l'horison un angle HDC d'environ  $48\frac{1}{3}$  degr. & cherchant par la Trigonometrie à quelle hauteur cet axe DH rencontre la verticale VT du centre de gravité G du Vaisseau; (ce qui est facile, puisqu'il ne s'agit que de résoudre le triangle rectangle DVN dont l'angle D est de  $48\frac{1}{3}$  degr. & le côté DV de 40 pieds moitié de la longueur du corps du Navire,) nous trouverons que cette hauteur VN du *point vélique* N est de 45 pieds. On pourra ensuite conduire par le point N la direction SK de l'impulsion du vent comme on voudra. Mais si on est bien aise de placer la voile verticalement, ainsi qu'on a coutume de le faire dans la Marine, il faudra mener cette direction SK horizontalement, & de cette sorte le centre d'effort I de la voile sera à même hauteur que le *point vélique* N à 45 pieds au-dessus du Vaisseau: & enfin pour mettre tout d'un coup le centre d'effort I à cette hauteur, il n'y aura qu'à faire la voile par tout également large, & lui donner pour hauteur le double de celle du *point vélique*: c'est-à-dire, qu'il faudra icy l'élever de 90 pieds.

\* Certains  
bâtimens  
qui sont en  
usage dans  
les ports du  
Nord,

## V I I.

Mais il faut remarquer que tout ce que nous venons de dire n'est pas général, & qu'il ne convient principalement qu'aux Vaisseaux dont la poupe & la prouë sont égales.



égales. Car nous n'avons compté jusqu'icy que deux causes extérieures des mouvemens du Navire, le choc du vent sur la voile & celui de l'eau sur la prouë ; mais il y en a une troisième à laquelle il faut avoir égard, sçavoir une certaine force qu'a l'eau de même que toutes les autres liqueurs pour pousser en haut les corps qu'elles supportent. Cette force qui agit dans le centre de gravité  $\Gamma$  de l'espace qu'occupe la carene & qui est égale à la pesanteur de la masse d'eau qui a cédé sa place, ne tend toujours qu'à soutenir le Navire de la Figure 4, parce qu'elle se trouve toujours appliquée sous son centre de gravité  $G$ . Au lieu que dans la plupart des Navires dont la poupe & la prouë sont inégales comme celui de la Figure 9, à mesure que ces Vaisseaux s'élèvent de l'eau par l'action de l'effort composé  $NT$ , le centre de gravité  $\Gamma$  dans lequel se réunit la force dont nous parlons, change de place & cette force tend à produire quelque inclinaison en même-tems qu'elle soutient le Navire ; parce qu'elle ne se trouve plus appliquée sous son centre de gravité  $G$ . Voilà ce qui doit rendre insuffisante la maxime de Mâtüre que nous venons d'établir ; & c'est ce qui nous oblige d'entrer de rechef dans l'examen des situations & inclinaisons du Navire, afin de découvrir quelle part peut y avoir la force verticale de l'eau.

#### CHAPITRE IV.

*De la partie du Navire qui s'enfonce dans la mer, & de celle qui en doit sortir par l'action de l'effort composé des chocs du vent & de l'eau.*

##### I.

**I**L faut que les liqueurs poussent en haut avec une véritable force les corps qui nagent sur leurs surfaces ; au-



trement la pesanteur de ces corps les empêcheroit de flotter & les feroit toujours tomber à fond. On ne peut pas aussi enfoncer dans l'eau quelque solide très-leger sans éprouver cette force ; car on ressent une résistance considérable & une résistance qui augmente toujours en même raison que l'enfoncement. Si on plonge le solide deux fois plus, on trouve que le liquide pousse en haut avec deux fois plus de force ; si on le plonge trois fois plus, on trouve trois fois plus de force ; & ainsi toujours de suite. En un mot *cette poussée verticale* ( c'est ainsi que nous appellerons désormais cette force qui agit précisément de bas en haut ) se réunit dans le centre de gravité de l'espace que la carene du corps occupe dans la liqueur, & est toujours égale à la pesanteur du liquide qui a cédé sa place : c'est-à-dire, que si un Navire enfonce dans l'eau de 10000 pieds cubes, il sera poussé en haut avec un effort de 720000 liv. qui est le poids de 10000 pieds cubiques d'eau de mer, à 72 livres chaque pied.

On rend facilement raison en Hydrostatique de cette force qu'ont les liqueurs pour pousser en haut. On fait remarquer que lorsqu'on plonge quelque corps dans l'eau, on fait monter autant d'eau que le corps qu'on plonge a d'étendue, & on fait voir qu'il est naturel qu'on sente la pesanteur de cette eau qu'on élève & qu'on fait sortir de sa place ; & c'est ce qui forme *la poussée* dont nous parlons. On montre aussi que le centre de gravité des corps qui flottent librement est toujours précisément au dessus ou au dessous du centre de gravité de leur carene ; & cela parce qu'il faut que la poussée de l'eau qui se réunit dans le centre de gravité de la carene agisse dans la même direction que la pesanteur du solide pour pouvoir la soutenir exactement. C'est enfin sur ces principes que lorsqu'on veut trouver le port d'un Navire, on mesure la partie de la carene qui s'enfonce dans la mer par la charge ; c'est-à-dire, la partie qui fait la différence du plus grand & du moindre enfoncement lorsque le Navire est chargé & lors-



qu'il ne l'est pas : & si cette partie est de 10000 pieds cubiques , c'est une marque qu'il faut 720000 livres ou 360 tonneaux pour la faire enfoncer dans l'eau & pour charger le Navire posé.

## II.

La poussée des liqueurs étant reconnue, il est facile de découvrir ce qu'il y a de plus particulier dans les situations que le Navire doit prendre. On voit en premier lieu que comme il est tiré en haut avec force par les impulsions du vent sur la voile & de l'eau sur la proue qui agissent de concert selon la verticale VNT, il doit un peu sortir de l'eau & ne pas y occuper un espace  $aEFb$  si grand que sa carene AEFB qui est l'espace qu'il occuperoit, s'il flotteroit librement & s'il étoit en repos. Car il ne doit s'enfoncer dans la mer, de même que tous les autres corps, qu'à proportion de sa pesanteur, & cette pesanteur est un peu moindre, puisque l'effort composé NT en supporte une partie. Il est donc clair que si l'effort NT tire en haut avec une force capable de soutenir le  $\frac{1}{4}$  ou le  $\frac{1}{3}$  de la pesanteur du Vaisseau, le  $\frac{3}{4}$  ou le  $\frac{2}{3}$  de la carene doit s'élever de l'eau & la partie submergée  $aEFb$  n'étant plus ensuite que les trois quarts ou les deux tiers de la carene AEFB, la poussée de l'eau qui augmente ou diminue toujours en même raison que cette partie, n'aura précisément de force que ce qu'il en faut pour soutenir les trois autres quarts ou les deux autres tiers de la pesanteur du Navire dont elle est chargée. Ainsi supposé que la carene AEFB représente la pesanteur entière du Navire, la partie submergée  $aEFb$  représentera la poussée de l'eau, pendant que l'effort NT fera exprimé par la partie non-submergée ou par la différence AEFB —  $aEFb$  de la carene & de la partie submergée : & par conséquent il doit toujours y avoir même rapport de la partie non-submergée de la carene à l'effort NT que de toute la carene à la pesanteur du Navire & que de

Fig. 1. &amp; 3.



Fig. 1. 3. *la partie submergée à la poussée verticale de l'eau.* Dans les Figures 4, 8 & 9, AEFB est la carene, aEFb la partie submergée, & AabB la partie non-submergée. Dans les Figures 1 & 6, AEFB est encore la carene & aEFb la partie submergée; mais on ne doit pas prendre tout Byb pour la partie non-submergée, parce que Aya s'est plongé dans l'eau pendant que Byb en est sorti, & que la carene AEFB ne surpasse pas la partie submergée aEFb de tout Byb, mais seulement de Byb — Aya. Ainsi c'est Byb — Aya qui s'est élevé de l'eau par l'action de l'effort composé NT & qu'on doit regarder comme la partie non-submergée.

## III.

Fig. 5.

Quoiqu'il en soit de cette partie non-submergée, il est maintenant sensible qu'on en trouvera la solidité en cherchant une partie de la carene, qui soit à toute la carene comme l'effort NT est à toute la pesanteur du Vaisseau. Proposons-nous, par exemple, le Navire OC de la Figure 5 dont nous avons parlé dans l'article V. du Chapitre précédent. Si on cherche la solidité de sa carene entière sur les dimensions que nous lui avons donné, on trouvera qu'elle est de 19736 pieds cubiques, & qu'ainsi la pesanteur du Navire & de sa charge est de 142092 livres ou de 710 tonneaux 992 livres. Supposant ensuite que la voile LM ait 100 pieds de largeur & que le vent se meuve de 50 pieds par seconde plus vite que le Vaisseau; il résultera de la première supposition que la voile aura 9000 pieds quarrés de superficie, parce que sa hauteur a été fixée par nos règles à 90 pieds; & il résultera de la seconde supposition que cette voile LM recevra de la part du vent une impulsion NP de 54000 livres, parce qu'on sçait par expérience que le vent fait un effort capable de soutenir environ 6 livres, lorsqu'il choque perpendiculairement, avec une vitesse respective de 50 pieds par seconde, une surface d'un pied en quarré. Cette impulsion NP du vent étant ainsi



découverte nous aurons recours à la proportion indiquée dans l'article VI. du Chapitre II. pour trouver l'effort composé NT; le sinus de l'angle PTN égal à l'angle TNR est à l'impulsion NP comme le sinus de l'angle TPN égal à l'angle RNS est à cet effort NT; c'est-à-dire qu'icy où l'axe DH du choc de l'eau fait avec la direction SK de la voile, un angle RNS de  $48\frac{1}{3}$  degr. & avec la verticale VT un angle TNR de  $41\frac{2}{3}$  degr. nous aurons cette analogie: le sinus 66480 de l'angle PTN de  $41\frac{2}{3}$  degr. est à l'impulsion NP de 54000 livres comme le sinus 74703 de l'angle TPN de  $48\frac{1}{3}$  degr. est à 60678 livres pour l'effort NT. Si bien que les impulsions du vent sur la voile & de l'eau sur la prouë ne se réduisent qu'à cela, parce que tout le reste de leur force se détruit mutuellement. Et enfin puisqu'il y a même rapport de la partie non-submergée de la carene à l'effort NT que de toute la carene à la pesanteur du Vaisseau, il est évident que nous n'aurons plus qu'à faire cette proportion, la pesanteur 1420992 livres de tout le Vaisseau est à la solidité 19736 pieds cubiques de la carene entière; ainsi l'effort composé NT de 60678 livres sera à  $842\frac{1}{4}$  pour la solidité de la partie non-submergée de la carene; c'est-à-dire donc, que notre Navire enfoncera moins dans l'eau lorsqu'il sera sous voile que lorsqu'il sera en repos, de  $842\frac{1}{4}$  pieds cubes.

Mais on peut parvenir au même but sans qu'il soit nécessaire de connoître la pesanteur du Vaisseau ni la solidité de sa carene; il suffit qu'on sçache la grandeur de l'effort NT. Car de ce que le Navire est tiré en haut avec une force de 60678 livres, il s'ensuit que la poussée verticale de l'eau ne doit plus soutenir toute sa pesanteur & qu'elle doit être plus petite de 60678 livres: mais afin que la poussée de l'eau soit effectivement moindre de 60678 liv. il faut qu'il s'en manque le volume de 60678 livres d'eau que le Navire occupe autant de place dans la mer, puisque les poussées d'une liqueur sont toujours égales aux pesanteurs des masses de cette liqueur qui ont cédé leur pla-



Fig. 1. ce. Ainsi il n'y a qu'à diviser 60678 par 72 pour sçavoir combien 60678 livres d'eau valent de pieds cubiques, & le quotient  $842 \frac{3}{4}$  marquera en même-tems la solidité de la partie non-submergée de la carene, la quantité dont le Navire doit sortir de l'eau par l'action de l'effort NT.

## IV.

Sçachant que la partie non-submergée est de  $842 \frac{3}{4}$  pieds cubes, il sera facile d'en trouver l'épaisseur. Cette partie est un corps plat dont la hauteur est par tout la même, puisque le Navire de la Figure 5. ne doit point perdre sa situation horisontale; & la solidité d'un pareil corps est le produit de sa hauteur par l'étendue de sa base, qui n'est autre chose que la coupe du Navire faite au raz de la mer. C'est pourquoi il faut mesurer l'étendue de cette base dans l'endroit où le Navire sort de l'eau; on la trouvera de 3258 pieds quarez; & divisant la solidité 843 pieds cubes par cette étendue 3258 pieds quarez, on aura  $\frac{843}{3258}$  d'un pied pour l'épaisseur requise de la partie non-submergée; de sorte que le Navire proposé doit s'élever de l'eau d'environ 3 pouces de hauteur verticale. Ce Navire ne doit s'élever que de cette quantité, quoique nous lui ayons donné une voile d'une fort grande étendue, & que nous ayons supposé un vent fort rapide.

## CHAPITRE V.

*De l'inclinaison ou de la situation à laquelle le Vaisseau doit s'arrêter.*

## I.

**L**E second effet que peut produire l'effort NT est de faire perdre au Navire sa situation horisontale; & c'est ce



qui n'arrive que parce qu'après que le Navire s'est élevé de l'eau, la direction VT de l'effort NT ou celle IZ de la poussée verticale de l'eau ne passe pas par le centre de gravité G. Le Navire, par exemple, de la Figure 1 a enfoncé sa prouë dans l'eau, & celui de la Figure 3 sa poupe, à cause que l'effort NT n'étoit pas appliqué au centre de gravité G, & il est sensible que l'enfoncement a dû continuer tant que la poussée de l'eau qui agit de bas en haut selon IZ, n'a pas eu autant de force pour élever la prouë ou la poupe que l'effort NT en a pour la faire caler davantage. C'est ce qui nous fait assurer *qu'un Navire ne peut conserver une certaine situation pendant sa route, que lorsqu'il y a équilibre de part & d'autre de son centre de gravité G, entre la poussée verticale de l'eau qui se réunit dans le centre de gravité I de la partie submergée aEFb, & entre l'effort composé NT des chocs du vent & de l'eau joints sur la direction verticale VT.* Cet équilibre doit avoir nécessairement lieu dans tous les cas imaginables, & s'étendre aux Vaisseaux de toutes sortes de fabriques.

## II.

Et si le Vaisseau s'inclinant de plus en plus, l'équilibre dont nous parlons ne se trouvoit pas, il n'y auroit point alors de salut, on feroit *capot*, comme cela n'arrive que trop dans les routes obliques. Pour peu que les chocs du vent sur la voile & de l'eau sur le flanc du Navire qui sert de prouë soient trop grands, le Navire [ Figure 6 ] est tiré en haut selon VT avec une grande force & s'incline comme il est évident. Mais il porte quelquefois l'inclinaison jusqu'à recevoir de l'eau par sur son bord, & cependant la poussée verticale de l'eau réunie en I n'est pas assez forte pour s'opposer aux chocs du vent sur la voile & de l'eau sur la prouë, qui travaillent à augmenter l'inclinaison en tirant ensemble selon VT; c'est-à-dire, que l'effort composé NT a toujours un trop grand moment par

Fig. 6



Fig. 6.

rapport à la poussée de l'eau. Dans ce cas le péril est inévitable & on verse infailliblement. Mais pour l'ordinaire il n'y a pas lieu de craindre cet accident dans la route directe, ou lorsqu'on singe vent en poupe; car il suffit que le Navire s'incline un peu selon sa longueur pour que le centre  $T$  de la poussée de l'eau s'écarte beaucoup du centre de gravité  $G$  du Navire, & pour que cette poussée agisse avec une grande force relative. Il est même possible qu'un Vaisseau ait un certain terme, un *non plus ultra* qu'il ne puisse jamais passer dans son inclinaison vers l'avant ni vers l'arrière: & cela parce que, si l'effort composé  $NT$  tire en haut avec plus de force, si le Navire sort un peu de la mer, & que la poussée de l'eau devienne un peu plus petite, il peut arriver d'un autre côté que le centre de gravité  $F$  de la partie submergée change de place & s'éloigne considérablement du centre de gravité  $G$ ; ce qui peut rendre la poussée de l'eau, malgré la diminution de sa force absolue, capable d'empêcher un plus grand enfoncement de la proue ou de la poupe.

## III.

Les Constructeurs ont découvert à force de tentatives le moyen de remédier au défaut des Navires qui comme celui de la Figure 6, ne portent pas bien la voile dans les routes obliques: ils ont trouvé qu'il n'y a qu'à élargir ou ouvrir un peu l'angle  $aEb$  que font les deux flancs  $Ea$ ,  $Eb$ ; ce qui se fait en ajoutant de part & d'autre quelques pièces de bois au haut de la carène. Quoique cette pratique soit fort ordinaire dans tous nos Ports, personne, ce semble, n'en a donné une raison distincte: mais il est évident, si on suit nos principes, que deux choses contribuent alors à faire que le Vaisseau s'incline moins. Comme le flanc  $Ea$  est ensuite moins à plomb, la direction  $DH$  du choc de l'eau approche plus d'être verticale. Ainsi elle rencontre la direction  $SK$  de la voile en quelque point qui



qui est entre N & I, & cela fait que la direction composée VT étant moins éloignée du centre de gravité G du Vaisseau, l'effort composé NT des chocs de l'eau & du vent tend avec moins de force à produire l'inclinaison. Et outre cela la poussée verticale de l'eau réunie en I tend avec plus de force à relever le Navire, & à le remettre de niveau : parce que le flanc Ea étant plus enflé ou plus soufflé, pour parler en terme de marine, le centre de gravité I dans lequel se réunit la poussée de l'eau se trouve plus éloigné du centre de gravité G, qui sert d'hypomoclion ou de point fixe. On pourroit icy faire plusieurs autres semblables réflexions; comme, par exemple, qu'il est toujours avantageux pour la sûreté de la navigation que le centre de gravité G soit fort bas, parce que la poussée verticale de l'eau réunie en I fait plus d'effet pour relever le Vaisseau lorsque son centre de gravité est en g, que lorsqu'il est en G; puisque cette poussée se trouve alors appliquée à une plus grande distance du point fixe ou du centre de gravité g. Ces remarques qu'on passe, parce qu'elles ne sont pas absolument nécessaires à ce sujet, & qu'elles sont faciles à faire, seront toujours conformes à l'expérience, & très-propres à convaincre le Lecteur que c'est l'équilibre de part & d'autre du centre de gravité G, entre la poussée verticale de l'eau, & l'effort composé NT des chocs du vent & de l'eau réunis sur leur direction commune ou composée VT, qui est la loy générale que les Vaisseaux observent dans toutes leurs situations.

Fig. 6.

IV.

On pourroit cependant encore proposer pour règle que les Navires qui sont à la voile ne doivent rester dans un état constant que lorsque la direction composée QX de celle IZ de la poussée de l'eau & de celle VT de l'effort mutuel NT des chocs de l'eau & du vent passe par leur centre de gravité G. Car on pourroit raisonner de la même

Fig. 1. 3.  
& 4.



## 26 DE LA MATURE DES VAISSEAUX.

Fig. 1, 3,  
4, 6, & 8.

me maniere sur cette direction composée  $QX$  que nous le faisons dans le Chapitre III. sur la direction mutuelle  $VT$  des chocs du vent & de l'eau ; avec cette différence que ce que nous disions alors ne se pouvoit principalement entendre que des Navires dont la poupe & la prouë sont égales , au lieu que ce que nous pourrions dire icy s'appliqueroit à toutes sortes de Vaisseaux. Qu'on remarque donc qu'il n'y a que trois causes extérieures des différentes situations du Navire. 1°. L'impulsion du vent sur la voile , selon la direction  $SK$  ; 2°. le choc de l'eau sur la prouë selon la direction  $DH$  ; 3°. la poussée verticale de l'eau selon  $IZ$ . Et qu'on considère que ces trois causes agissent ensemble en tirant en haut selon la direction  $QX$  ; puisque la poussée de l'eau agit selon  $IZ$  , que le choc de l'eau sur la prouë & celui du vent sur la voile se réduisent au seul effort  $NT$  , & que  $QX$  est la direction composée de la poussée de l'eau & de l'effort  $NT$ . On conviendra ensuite que si la direction  $QX$  passe en avant du centre de gravité  $G$  , le Vaisseau relevera nécessairement sa prouë ; si la direction passe en arrière , le Navire la plongera ; & qu'enfin il ne doit rester dans une certaine situation que lorsque la direction  $QX$  passe par le centre de gravité  $G$  ; parce que ce n'est qu'alors que toutes les puissances ne tendent qu'à le soulever. Mais il est clair que cette explication revient aisément à la premiere. Deux forces sont toujours en équilibre autour de tous les points de leur direction composée ; puisqu'il suffit de mettre un obstacle sur cette direction pour suspendre & arrêter l'effet total des deux forces. Et par conséquent toutes les fois que la direction composée  $QX$  des deux  $IZ$  &  $VT$  passe par le centre de gravité  $G$  , il y a équilibre de part & d'autre de ce centre entre la poussée verticale de l'eau & l'effort composé  $NT$  des chocs de l'eau & du vent.



## V.

Au surplus on n'avance rien touchant la situation des Navires que ce qu'on pourroit dire d'une piece de bois OF [ Figure 7. ] qui nageroit sur la surface SR de l'eau, & qui seroit tirée en même-tems en l'air par une puissance T selon la direction verticale VN. Il est sensible que comme la puissance T soutiendrait une partie de la pesanteur de la piece de bois OF, cette piece de bois ne s'enfonceroit pas tant dans l'eau, que si elle flotteroit librement, & que si elle n'étoit point tirée en haut par la puissance T. Il est encore sensible que la piece de bois OF s'inclinerait ou changeroit d'état, jusqu'à ce qu'il y auroit équilibre de part & d'autre de son centre de gravité G, entre la puissance T & la poussée verticale de l'eau qui se réunit dans le centre de gravité T de la partie submergée *aEFb*: car la puissance T feroit incliner la piece de bois OF davantage, si elle n'étoit pas contrebalancée par la poussée verticale de l'eau qui se trouve située de l'autre côté du centre de gravité G, & qui agit de bas en haut selon IZ. Enfin il est encore évident que la piece de bois ne s'arrêteroit à une certaine situation que lorsque la direction composée QX de la direction VN de la puissance T & de celle IZ de la poussée de l'eau passeroit par son centre de gravité G. Car la puissance T & la poussée de l'eau doivent soutenir ensemble la pesanteur de la piece de bois, & il est sensible qu'elles ne seront directement opposées à cette pesanteur que lorsque leur effort commun ou leur direction composée QX répondra au centre de gravité G. On voit donc que la piece de bois observera toujours dans ses situations les mêmes loix que le Vaisseau, & que tout ce qui sera vray pour l'un le sera également pour l'autre. Aussi n'y a-t-il aucune différence entre le cas de la piece de bois & celui du Vaisseau: ces deux cas sont tout-à-fait semblables; parce que si la piece de bois est tirée en haut

Fig. 7.



par une seule puissance  $T$ , au lieu que le Vaisseau est exposé à l'action de deux forces, au choc du vent & à celui de l'eau, il est constant par l'article V. du second Chapitre que ces chocs du vent & de l'eau ne se réduisent qu'à un seul effort ou qu'ils ne travaillent joints ensemble que comme une seule puissance, qui tireroit en haut selon la verticale qui passe par le concours de leurs directions particulières.

## CHAPITRE VI.

*Suite du Chapitre précédent & maxime de Mâturation pour les Vaisseaux de toutes sortes de fabriques.*

## I.

Fig. 8.

**L**orsque le lest ou les marchandises sont tellement disposées dans le fond de cale que le centre de gravité du tout, du Navire & de sa charge est dans le même endroit que le centre de gravité  $G$  de l'espace qu'occupe la carene  $AEFB$ , on peut encore prendre pour règle que le Vaisseau ne changera point d'état aussi-tôt que la verticale  $VNT$  sur laquelle les impulsions du vent & de l'eau s'exercent à tirer en haut, passera par le centre de gravité  $\gamma$  de la partie non-submergée  $AabB$  de la carene. C'est ce qui est facile à prouver.

Nous avons vu que la partie non-submergée  $AabB$  représente l'effort  $NT$  pendant que la partie submergée  $aEFb$  représente la poussée verticale de l'eau: on sçait outre cela que la poussée de l'eau se réunit toujours, par la nature des liquides, dans le centre de gravité  $\Gamma$  de la partie submergée  $aEFb$ . Il est donc évident qu'aussi-tôt que la verticale  $VNT$  sera appliquée au centre de gravité  $\gamma$  de la partie non-submergée, la poussée de l'eau & l'effort  $NT$  agiront précisément de la même manière en tendant en haut que



les pesanteurs des deux parties  $aEFb$  &  $aABb$  en tendant en bas. Et comme les pesanteurs de ces deux parties sont en équilibre autour du centre de gravité  $G$  de la carene, à cause que toutes les parties d'un corps sont en équilibre autour de son centre de gravité, il s'ensuit que la poussée de l'eau & l'effort composé  $NT$  seront aussi en équilibre autour de ce centre de gravité  $G$  qui l'est en même-tems de tout le Navire; & qu'ainsi le Vaisseau conservera sa situation, selon la théorie expliquée dans le Chapitre précédent.

fig. 8.

Dans tout équilibre les puissances sont toujours en raison réciproque de leurs distances à l'hypomocion: c'est-à-dire, qu'afin que l'effort composé  $NT$  soit icy en équilibre avec la poussée de l'eau, il faut que la distance du centre de gravité  $G$  à la verticale  $VNT$  sur laquelle agit l'effort  $NT$  soit à la distance du même centre  $G$  à la direction  $IZ$  de la poussée de l'eau, comme cette poussée est à l'effort  $NT$ . Or c'est ce qui se trouve aussi toujours en effet, lorsque la verticale  $VNT$  répond au centre de gravité  $\gamma$  de la partie non-submergée  $AaBb$ . Ces deux forces, la poussée de l'eau & l'effort  $NT$  se peuvent alors comparer en tout aux pesanteurs des deux parties  $aEFb$  &  $AaBb$ ; elles sont proportionnelles à ces pesanteurs; elles agissent sur les mêmes directions: & ainsi, puisque les pesanteurs des deux parties  $aEFb$  &  $AaBb$  sont en raison réciproque des distances de leurs centres particuliers  $F$  &  $\gamma$  ou de celles de leurs directions au centre  $G$  de la carene, à cause de leur équilibre autour de ce centre qui est leur centre de gravité commun; il est sensible que la poussée de l'eau & l'effort  $NT$  seront aussi en raison réciproque des distances de leurs directions  $IZ$  &  $VNT$  au centre  $G$ . D'où il suit qu'aussi-tôt que la verticale  $VNT$  passe par le centre de gravité  $\gamma$  de la partie  $AaBb$  de la carene qui est hors de l'eau, il ne manque plus rien au Navire pour rester constamment dans le même état, sinon que son centre de gravité soit au même endroit que celui  $G$  de la carene;



### 30. DE LA MATURE DES VAISSEAUX.

afin que la pousse de l'eau & l'effort composé  $NT$  qui sont en équilibre autour du centre de gravité de la carene, le soient en même-tems autour du centre de gravité  $G$  du Navire.

#### II.

Fig. 9.

Mais ce qui n'a lieu que dans certains Vaisseaux pour toutes les situations, convient à tous les Vaisseaux lorsqu'il ne s'agit que de situations horisontales ou de situations parallèles à celle que le Navire prend de lui-même lorsqu'il est en repos; & cela peut nous servir à déterminer généralement la véritable disposition de la Mâtüre. Il n'importe en effet comment soit arrangée la charge du Navire  $OC$  [ Fig. 9. ] ni que le centre de gravité  $G$  du tout soit au même endroit que celui  $g$  de la carene  $A E F B$ : dès-lors que la direction composée  $VT$  des chocs de l'eau & du vent passe par le centre de gravité  $g$  de la partie  $A a b B$  de la carene qui est hors de l'eau, il y a toujours équilibre, comme nous venons de le voir, de part & d'autre du centre de gravité  $g$  de la carene entre l'effort composé  $NT$  & la pousse verticale de l'eau. Mais puisque ces deux puissances sont en équilibre autour du centre de gravité  $g$  de la carene, elles le seront aussi autour du centre de gravité  $G$  du Vaisseau; car tant que le Navire reste dans sa situation horisontale, son centre  $G$  répond exactement au-dessus ou au-dessous de celui  $g$  de la carene selon l'article I. du Chapitre IV; & on sçait d'ailleurs que les forces verticales qui sont en équilibre autour d'un certain point, le sont également autour de tous les autres points qui sont exactement au-dessus ou au-dessous dans la même verticale. Voilà ce qui montre que le Vaisseau placé une fois horisontalement ne sortira point de cet état: mais nous pouvons prouver encore qu'il n'est pas possible qu'il reste dans quelqu'autre situation. Supposons-le pour un moment panché, par exemple, vers la proue: Le centre de gravité  $F$  de la partie submergée  $A E F b$  dans lequel se réu-



nit la pousse de l'eau sera alors plus avancé vers l'avant , & plus éloigné du centre de gravité  $G$  qui sert d'hypomocion; au lieu que la direction verticale  $VT$  sur laquelle agit l'effort  $NT$  sera toujours à peu-près dans la même place , à moins qu'elle ne se trouve un peu plus proche du centre  $G$ . Or il suit de là que l'équilibre ne subsistera plus entre l'effort  $NT$  & la pousse verticale de l'eau , & que cette dernière puissance aura trop de moment ou de force relative par rapport à l'effort  $NT$ , parce qu'elle se trouvera appliquée à une trop grande distance du centre  $G$ . Ainsi cette même puissance ne pourra pas manquer de rétablir sa situation horizontale ; elle élèvera infailliblement la prouë que nous avons supposé trop enfoncée dans l'eau.

### III.

Ce ne seroit pas la même chose si la Mâtüre étant plus ou moins élevée , la direction  $SK$  de la voile rencontroit la direction  $DH$  du choc de l'eau sur la prouë en quelque point au-dessus ou au-dessous de  $N$ . Car la verticale  $VT$  passeroit en arriere ou en avant du centre de gravité  $\gamma$ , & puisque l'effort composé  $NT$  est en équilibre avec la pousse de l'eau lorsque la verticale  $VT$  se rend en  $\gamma$ , il est clair qu'aussi-tôt que cette même verticale passera en dedans de  $\gamma$ , c'est-à-dire, entre  $\gamma$  &  $G$ , l'effort  $NT$  ne fera plus assez d'effet, à cause de son trop peu de distance au point d'appuy  $G$ , pour entretenir l'équilibre : & qu'au contraire il en fera trop si la verticale  $VT$  passe en dehors de  $\gamma$ . D'où il suit que le Navire perdra sa situation horizontale dans ces deux circonstances, il s'inclinera du côté le plus foible, & l'inclinaison sera d'autant plus grande qu'il s'en faudra davantage que la verticale  $VT$  ne se rende en  $\gamma$ , parce qu'il s'en faudra aussi davantage qu'il n'y ait équilibre & égalité de momens. C'est donc une proposition générale qu'un Navire ne peut rester de niveau que lorsque la verticale  $VNT$  sur laquelle les chocs de



### 32. DE LA MÂTURE DES VAISSEaux.

Fig. 9. *l'eau & du vent se réunissent, passe par le centre de gravité  $\gamma$  de la partie non-submergée de la carene : & ainsi dans la résolution où nous sommes de ménager aux Vaisseaux de toutes sortes de figures, les mêmes avantages qu'à ceux dont la poupe & la prouë sont égales, nous devons éviter les deux dispositions où la Mâture est trop haute ou trop basse, pour ne nous rapporter qu'à celle qui fait passer la verticale VNT par le centre de gravité  $\gamma$  de la partie AabB. Le Vaisseau ne s'inclinera ensuite d'aucun côté, & nous serons à couvert de tous les accidens que l'on craint ordinairement en mer.*

#### IV.

Il se presente cependant une difficulté; il ne paroît pas que la plûpart des Vaisseaux soient propres à recevoir la bonne disposition de la Mâture. Car à mesure que les Navires s'elevent de l'eau ou s'y enfoncent, la poussée verticale de l'eau augmente ou diminue, & elle se trouve encore appliquée à différentes distances de l'hypomoclion ou du centre de gravité G du Vaisseau; parce que le centre de gravité I de la partie submergée *aEFb* dans lequel elle se réunit, change de place. Or afin que l'effort composé NT fit continuellement équilibre avec cette poussée dont l'action est ainsi variable, il faudroit, comme nous venons de le voir, que la verticale VNT se rendît toujours au centre de gravité  $\gamma$  de la partie non-submergée AabB de la carene, & c'est justement ce qui ne peut arriver que par un grand hazard dans les Vaisseaux construits sur les proportions ordinaires. On peut bien donner une certaine situation à la voile telle que VT passe presentement par le centre de gravité  $\gamma$  de la partie AabB; mais si le vent vient à augmenter ou à diminuer, le Vaisseau étant tiré plus ou moins selon VT par les chocs de l'eau & du vent, sortira plus ou moins de l'eau, & selon toutes les apparences, la verticale VT ne passera plus par le centre de gravité



vité  $\gamma$  de la partie de la carene qui sera hors de l'eau : car la verticale VT & le centre  $\gamma$  changeront de place & ils ne seront pas sujets aux mêmes changemens. VT qui est la direction composée des deux SK & DH reçoit son changement de DH, qui reçoit le sien de ce que l'eau ne frappe pas sur les mêmes parties de la prouë lorsque le Navire est plus ou moins enfoncé : & le centre de gravité  $\gamma$  change simplement ; parce que la partie de la carene qui est hors de l'eau n'est pas toujours la même. Ainsi il est clair que si on vouloit remplir scrupuleusement les conditions d'une Mâtire parfaite, on seroit obligé de toucher à la carene pour en regler \* la figure & l'accommoder sur celle de la prouë.

Fig. 9.

\* Voyez  
le dernier  
Chap. de la  
seconde  
Section.

Mais la difficulté s'évanouit aussi-tôt qu'on consulte l'expérience ou qu'on se rappelle le calcul du Chapitre IV. car on voit que l'effort NT ne fait jamais sortir de l'eau qu'une partie presque insensible AabB de la carene, une partie qui n'a jamais que 3 ou 4 pouces d'épaisseur. Pendant que la poupe, par exemple, s'élève de l'eau d'une certaine quantité dans les Navires dont la Mâtire est imparfaite ; d'un autre côté la prouë se plonge dans l'eau d'une quantité presque égale, & de cette sorte les Navires occupent toujours à peu près le même espace dans la mer. Cela supposé, la direction DH du choc de l'eau ne doit pas souffrir de grands changemens, & il suffit de faire passer la verticale VNT par le centre de gravité de la coupe horizontale du Navire prise à fleur d'eau, pour qu'elle passe sensiblement par le centre de gravité  $\gamma$  de la partie non-submergée AabB & pour que la Mâtire soit bien disposée. Car, puisque les Navires s'élèvent si peu de l'eau lorsque le vent a le plus de force, on peut regarder la partie non-submergée de leur carene comme une simple surface, ou comme une tranche sans aucune épaisseur, & il ne doit



### 34 DE LA MATURE DES VAISSEaux.

Fig. 9. y avoir aucune différence sensible entre le centre de gravité de cette tranche & celui  $\gamma$  de la partie AabB de la carene qui sort effectivement de l'eau.

Maxime  
de Mâtore  
pour les  
Vaisseaux  
de toutes  
sortes de  
fabriques.

Ainsi voicy à quoi se réduit la bonne Mâtore dans tous les Vaisseaux, & on sera maintenant dispensé d'examiner si leur poupe & leur prouë sont égales. *C'est de faire en sorte que le point N où la direction SK de la voile rencontre la direction DH du choc de l'eau sur la prouë, réponde exactement au-dessus du centre de gravité de la coupe du Navire prise à fleur d'eau, ou ce qui revient au même, c'est de faire passer la direction SK de la voile par le point de concours N de la direction DH du choc de l'eau sur la prouë, & de la verticale VT du centre de gravité de la coupe horizontale du Navire faite au raz de la mer.* Car pour peu que la direction SK de la voile passeroit par-dessus ou par-dessous le point N, elle rencontreroit DH en un point plus avancé vers la poupe ou vers la prouë, & les chocs du vent & de l'eau ne se réuniroient plus dans la verticale VT du centre de gravité  $\gamma$ ; ils se réuniroient sur une direction verticale qui passeroit en arrière ou en avant de ce centre, & cela romproit tout l'équilibre dont nous avons besoin. Le Navire s'inclineroit, comme on le sçait, vers la prouë ou vers la poupe, & l'inclinaison pourroit être excessive, parce qu'elle dépend des forces relatives de la poussée de l'eau & de l'effort composé NT; forces relatives qui peuvent être fort grandes, lorsque même la force absolue de ces deux puissances est fort petite. Suivant notre maxime nous avons deux choses à trouver pour pouvoir déterminer la disposition parfaite de la Mâtore. 1<sup>o</sup>. Le centre de gravité de la première tranche horizontale de la carene & la verticale VT. 2<sup>o</sup>. La direction DH du choc de l'eau sur la prouë. Et l'intersection de ces deux lignes sera le point vélique par lequel il ne restera plus qu'à faire passer la direction DH du choc du vent sur la voile.



## VI.

On n'a point osé jusques icy donner une grande étendue aux voiles, parce que comme il n'y avoit pas de moyen sûr pour en déterminer la situation, on a toujours eu lieu d'apprehender que le Vaisseau ne fût sujet à une inclinaison considérable. Mais nous pouvons maintenant augmenter la grandeur des voiles sans rien craindre de la plus grande violence du vent. Car quelque puissance qu'ait ensuite l'effort composé NT, il ne fera que soulever une plus grande partie AabB de la carene, une partie qui aura peut-être 6 pouces d'épaisseur; mais comme toutes les coupes horizontales de la carene qu'on peut concevoir dans une épaisseur non-seulement de 6 pouces, mais même d'un pied, doivent être sensiblement des figures semblables, & avoir toutes leur centre de gravité au-dessous les unes des autres dans la même verticale, c'est assez que la verticale VT sur laquelle agit l'effort composé NT des chocs du vent & de l'eau, passe par le centre de gravité de la première tranche de la carene, pour qu'elle passe aussi par le centre de gravité  $\gamma$  de la plus grande partie AabB de la carene qui s'élèvera de l'eau. Or c'est-là selon les articles II. & III. de ce Chapitre la seule condition qui caractérise la bonne Mâturation; & ainsi on sera continuellement à couvert du péril, malgré la rapidité du sillage & la grande étendue de la voile.

E 11



## CHAPITRE VII.

*Manière de trouver la direction de l'impulsion de l'eau sur la prouë.*

## I.

**N**ous nous dispenserons icy de traiter de la manière de déterminer le centre de gravité de la première tranche de la carene, & de tracer la verticale : mais quoique nous pourrions nous dispenser aussi de traiter de la manière de découvrir la direction de l'impulsion de l'eau sur la prouë, nous allons en parler dans ce Chapitre, afin de répandre un plus grand jour sur notre sujet. Un fluide qui choque perpendiculairement une superficie, agit dessus avec toute sa force absoluë : mais lorsqu'il vient la rencontrer obliquement, il ne lui en communique qu'une partie, qui est d'autant plus petite que l'obliquité est plus grande. Si, par exemple, [ dans la Figure 10 ] AB représente une superficie exposée obliquement au cours d'un fluide dont CD est la direction ; & si CD représente l'espace que parcourt une molécule C du fluide dans une seconde de tems, on ne peut pas dire que cette molécule C choque la superficie AB avec toute la vitesse CD : car quoiqu'elle avance de tout CD dans une seconde, elle ne s'approche cependant de la superficie AB, que de la quantité CE perpendiculaire à la superficie ; ainsi c'est CE qui doit exprimer le choc de chaque molécule, & non pas CD. Or CD étant prise pour rayon, CE sera le sinus de l'angle CDA. Il s'ensuit donc que les impressions des particules d'un fluide dépendent des sinus des angles d'incidence CDA formez par la direction du fluide & par la superficie : de sorte que si le sinus d'incidence est double ou triple, l'impulsion que fera chaque molécule sera aussi double ou triple.

Fig. 10.



## II.

Puisque les molécules du fluide n'agissent sur la superficie que selon le sens perpendiculaire CE suivant lequel elles s'en approchent, il est évident que le fluide ne doit aussi pousser la superficie que perpendiculairement. C'est pourquoi, lorsqu'il s'agira de trouver l'axe de l'impulsion d'un fluide sur une superficie AB, il n'y aura qu'à lui élever une perpendiculaire DH en son milieu D. Cela suffira pour les challans, & pour toutes les especes de Navires dont la prouë est formée par une seule surface plane inclinée en avant.

## III.

Et quant à nos Vaisseaux de mer dont les prouës sont terminées par des surfaces courbes, on les divisera en un si grand nombre de parties, qu'on pourra prendre ces parties pour des surfaces planes. On cherchera l'axe de l'impulsion que reçoit chaque de ces parties; & composant ensuite tous ces axes ou toutes ces directions (selon les loix de la composition des mouvemens) on trouvera enfin une seule direction équivalente à toutes les autres; & ce sera l'axe de l'impulsion totale. Il est vrai qu'à prendre la chose dans la rigueur, il faudroit que le nombre des parties dans lesquelles on divise la prouë fût infini, afin que ces parties fussent planes. Mais bien loin que cette condition nous doive faire craindre quelque mauvais succès, c'est elle au contraire qui nous fait heureusement réussir; parce que c'est elle qui nous donne occasion d'y appliquer le calcul intégral. C'est ce qu'on va voir pour toutes les prouës faites en demi conoïde. Et, afin de n'être pas obligé de recommencer dans la suite une nouvelle recherche, nous allons supposer que le Navire se meut obliquement par rapport à sa quille.



## IV.

Fig. 11. 12.

Que  $BADE$  [ Fig. 11, & 12. ] soit le demi conoïde qui sert de prouë, formé par la révolution de la ligne courbe  $AD$  autour de son axe  $AC$ ; nous diviserons la superficie de la prouë en une infinité de zones, comme  $DdEBd$  par des circonferences de cercles  $DEB$ ,  $dEb$  qui ont les différentes ordonnées du conoïde pour rayons; & nous diviserons ces circonferences en une infinité de petites parties comme  $Ef$ . Ces divisions faites à l'infini feront causé que chaque petite partie  $Ef$  pourra être considérée comme une ligne droite, & que cherchant l'impulsion que cette partie  $Ef$  ressent de la part de l'eau, il sera facile de trouver l'impulsion que doit recevoir la demie circonferéce entière  $DEB$ . Car de même que les  $Ef$  sont les élémens de la demie circonferéce, de même aussi les petites impulsions que reçoivent les  $Ef$  sont les élémens de l'impulsion entiere que reçoit la demie circonferéce  $DEB$ ; & il suffira par conséquent d'intégrer les impulsions sur  $Ef$  ou d'en prendre la somme infinie pour trouver l'impulsion sur  $DEB$ . Après cela nous multiplierons l'impulsion sur  $DEB$  par  $dD$ ; le produit nous donnera, comme il est évident, l'impulsion de l'eau sur la zone  $dDEbB$ , puisque  $dD$  en est la largeur. Mais puisque cette impulsion sur la zone est aussi l'élément de l'impulsion que supporte la prouë entiere, nous n'aurons qu'à intégrer une seconde fois pour trouver l'impulsion totale. Et cette impulsion trouvée, nous en chercherons l'axe en employant le principe ordinaire de statique.

## V.

Pour exécuter tout cela, je mène de chaque point  $F$  une ligne horisontale  $FI$  qui est le sinus de l'arc  $FE$ ; une verticale  $FH$  qui est sinus de l'arc de complement  $ED$ ; une



rayon FC au centre C de la zone, & une parallèle FL à l'axe AC; & j'éleve ensuite de chaque point F une perpendiculaire FG à la superficie du conoïde. Toutes ces perpendiculaires sont égales dans la même zone dEb, & se rencontrent toutes au même point G de l'axe, comme il est évident. On peut les considérer comme des diagonales d'un solide rectangle qui auroit IC pour hauteur & pour base le plan horizontal IFLO dans lequel est la direction FK du liquide. Cette direction est située obliquement, parce qu'elle est, à proprement parler, la direction du Vaisseau même auquel nous faisons prendre icy une route oblique, afin de rendre nos formules plus générales. La route ou la direction FK fait avec FL parallèle à l'axe AG, un angle KFL qui est le même dans tous les points F, parce qu'il est toujours égal à l'angle que fait la route du Vaisseau avec sa quille, qu'on appelle ordinairement *angle de la dérive*.

Fig. 11. &  
12.

## VI.

Pour venir à la mesure de l'angle d'incidence duquel dépend chaque impulsion, je remarque qu'il est le complément de l'angle GFK que fait la direction FK avec la perpendiculaire FG à la superficie du conoïde. Cela est sensible, parce que l'angle d'incidence est formé par la direction FK & la superficie du conoïde, & que FG est perpendiculaire à cette superficie. Ainsi si, du point G rencontre de FG & de l'axe AC, nous abaïssons une perpendiculaire GN sur la direction FK, l'angle FGN sera égal à celui d'incidence, & dans le triangle rectangle FGN l'hypoténuse FG représentant le sinus total, le côté FN sera le sinus de l'incidence de l'eau sur l'endroit F de la superficie du conoïde. Mais on peut déterminer ce sinus d'une manière bien plus commode pour fournir une expression. C'est d'abaïsser du point O la perpendiculaire ON sur la direction FK, & le point N de rencontre sera le même que si la perpendiculaire sortoit du point G. Pour s'en con-



Fig. 11. &  
12.

vaincre, il suffit de faire attention que comme la ligne GO est perpendiculaire au plan IL, tous les triangles GON qu'on peut former par la verticale GO qui sert de côté commun à tous, & par des lignes ON & GN qui concourent il n'importe en quel point N de la direction FK, sont rectangles en O: ainsi aussi-tôt qu'on aura trouvé l'hypoténuse GN la plus courte, ce qui n'arrivera que lorsqu'elle sera perpendiculaire à FK, on aura aussi trouvé la ligne la plus courte ON. D'où il suit que toutes les fois que GN est perpendiculaire à la direction FK, la ligne ON est aussi perpendiculaire à cette direction, & ainsi ON peut servir également à limiter la longueur du sinus d'incidence FN.

## V I I.

Si nous portons maintenant sur la parallèle FL à l'axe la grandeur  $FY = b$ , & que du point Y abaissant la perpendiculaire YK sur la direction, elle se trouve égale à  $m$  & fasse  $FK = n$ ; si de plus nous nommons  $r$  le rayon CD du cercle DEB &  $q$  le quart DFE de sa circonférence;  $s$  la sousperpendiculaire CG;  $p$  la perpendiculaire FG, & qu'enfin  $LO = FI$  soit appelé  $z$ ; il sera facile de trouver la valeur du sinus FN. Car en menant LM perpendiculaire à la direction, nous aurons  $FY = b \parallel FK = n \parallel FL = CG = s \parallel FM = \frac{ns}{b}$ ; & du point O conduisant OZ parallèle à la direction jusqu'à ce qu'elle rencontre LM prolongée; on formera le triangle LZO semblable au triangle FKY, parce que l'angle FLO étant droit, l'angle ZLO est le complément de FLM, & partant égal à l'angle KFY, & de plus les deux triangles sont rectangles en Z & en K. Or cette ressemblance nous donne cette proportion,  $FY = b \parallel YK = m \parallel LO = z = FI \parallel ZO = \frac{mz}{b}$ . Et comme  $ZO = MN$ , parce que la figure ZN est un rectangle



par la construction, il s'ensuit que  $MN = \frac{mz}{h}$  & par conséquent  $FN = FM + MN = \frac{ns + mz}{h}$ . Mais c'est lorsque le point F est du côté de la *dérive* comme dans la Figure 11. Car s'il étoit placé de l'autre côté, il faudroit retrancher, comme on le voit dans la Figure 12, la partie MN de FM & on trouveroit alors  $\frac{ns - mz}{h}$  pour FN, de sorte que pour satisfaire aux deux cas, nous n'avons qu'à dire que FN est exprimé par  $\frac{ns \pm mz}{h}$ . Et comme cette ligne FN n'est sinus de l'angle d'incidence du liquide sur le point F de la prouë que lorsque  $FG = p$  représente le sinus total, il est évident que prenant dans la suite la constante  $n$  pour le sinus total au lieu de FG, on trouvera que  $\frac{n^2s \pm nmz}{bp}$  exprime le sinus d'incidence, parce que  $p \left| \frac{ns \pm mz}{h} \right| n \left| \frac{n^2s \pm nmz}{bp} \right|$  &  $\frac{n^4s^2 \pm 2n^3msz + n^2m^2z^2}{h^2p^2}$  sera le quarré de ce sinus.

## VIII.

Nommant donc,  $du$ , la petite particule Ff du quart de cercle DFE, nous aurons  $\frac{n^4s^2 \pm 2n^3msz + n^2m^2z^2}{h^2p^2} \times du$ , pour l'impression entière que reçoit Ff selon la direction perpendiculaire FG. Je multiplie  $du$  par le quarré sinus d'incidence  $\frac{n^2s \pm nmz}{bp}$ , quoique les impressions que fait une particule du liquide suivent le rapport du sinus d'incidence : parce que la multitude des particules ou gouttes d'eau qui viennent frapper  $Ff = du$ , change aussi selon le sinus d'incidence ; ce qui doit faire suivre aux impulsions totales que les gouttes d'eau forment ensemble, le rapport des quarrés des sinus d'incidence. C'est-à-dire, si le sinus d'incidence devient double, qu'outre que chaque parti-



Fig. 11, &  
22,

cule du liquide fera une impression double, comme on l'a montré cy-dessus dans le premier article de ce Chapitre, il y aura encore deux fois autant de particules qui contribueront à l'impression totale, parce que la surface sera deux fois plus exposée au cours du liquide : d'où il suit que l'impulsion entière sera quadruple & aura augmenté comme le quarré du sinus d'incidence.

## IX.

Mais cette impression  $\frac{n^4 s^2 + 2 n^3 m s z + n^2 m^2 z^2}{h^2 p^2} \times du$  que supporte  $Ff = du$  selon la direction FG, peut se diviser en trois déterminations différentes : la première est parallèle à l'axe du conoïde selon FL, & nous l'appellerons *directe* ; la deuxième est horizontale & perpendiculaire à l'axe selon FI, & on peut l'appeller *latérale* ; & enfin la troisième est *verticale* selon FH. Ou bien on peut diviser l'impulsion absoluë qui agit selon FG en deux déterminations ; l'une selon l'axe CG, l'autre selon le rayon ou la perpendiculaire FC à l'axe, & cette seconde détermination se subdivisera en deux autres selon FI & FH, ce qui donne encore les trois déterminations simples FL, FI, FH équivalentes ensemble à la seule FG. On peut aussi trouver facilement les trois forces qui agissent selon ces trois sens, puisqu'elles sont exprimées par les trois lignes FL, FI, FH, lorsque FG représente l'impulsion absoluë. Ainsi

$$FG = p \mid FL = s \mid \mid \frac{n^4 s^2 + 2 n^3 m s z + n^2 m^2 z^2}{h^2 p^2} \times du \mid \dots\dots$$

$$\frac{n^4 s^3 + 2 n^3 m s^2 z + n^2 m^2 s z^2}{h^2 p^3} \times du \text{ pour l'impulsion relative se-}$$

$$\text{lon l'axe ; } FG = p \mid FI = z \mid \mid \frac{n^4 s^2 + 2 n^3 m s z + n^2 m^2 z^2}{h^2 p^2} \times du$$

$$\mid \frac{n^4 z s^2 + 2 n^3 m s z^2 + n^2 m^2 z^3}{h^2 p^3} \times du \text{ pour l'impulsion horizontale}$$

$$\text{selon le sens perpendiculaire à l'axe ; \& enfin } FG = p \mid$$

$$FH = \sqrt{r^2 - z^2} \mid \mid \frac{n^4 s^2 + 2 n^3 m s z + n^2 m^2 z^2}{h^2 p^2} \times du \mid \dots\dots ;$$



$\frac{n^4 s^2 + 2mn^3 s z + n^2 m^2 z^2}{h^2 p^3} \times du \sqrt{r^2 - z^2}$  pour l'impulsion relative selon la détermination verticale.

Fig. 11,  
 & 12.

## X.

Je transforme ces trois impulsions, en substituant  $\frac{rdz}{\sqrt{r^2 - z^2}}$  à la place de  $du$  ( parce que regardant  $FI = z$  comme une quantité variable dont la différence est  $Ff = dz$  afin de l'accommoder à tous les points  $F$  du quart de cercle DFE ou EB, il vient à cause de la ressemblance du grand triangle FCI & du petit  $fFf$  la proportion,  $CI = \sqrt{r^2 - z^2}$  |  $FC = r$  |  $Ff = dz$  |  $Ff = du = \frac{rdz}{\sqrt{r^2 - z^2}}$  ) La première impulsion se réduit à  $\frac{n^4 s^3 r dz}{h^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}} + \frac{2mn^3 r s^2 z dz}{h^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}} + \dots$   $\frac{r n^2 m^2 s z^2 dz}{h^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}}$ . La seconde à  $\frac{n^4 r s^2 z dz}{h^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}} + \frac{2mn^3 r s z^2 dz}{h^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}} + \dots$   $\frac{m^2 n^2 r z^3 dz}{h^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}}$ . Et la troisième à  $\frac{n^4 r s^2 dz}{h^2 p^3} + \frac{2mn^3 r s z dz}{p^2 h^3} + \dots$   $\frac{n^2 m^2 r z^2 dz}{h^2 p^3}$ . Et je considère ensuite que puisque ces grandeurs expriment les impressions relatives faites en différens sens sur une petite particule  $Ff$  du quart de cercle DFE, les intégrales marqueront les efforts que reçoit le quart de cercle entier DFE, ou EB selon les mêmes déterminations : c'est-à-dire, que la lettre  $\int$  marquant l'intégrale des grandeurs qu'elle précède, nous aurons  $\frac{n^4 s^3}{h^2 p^3} \int \frac{rdz}{\sqrt{r^2 - z^2}} + \frac{2mn^3 r s^2 \sqrt{r^2 - z^2}}{h^2 p^3} + \frac{2mn^3 r s^2}{h^2 p^3} - \dots$   $\frac{n^2 m^2 r s z \sqrt{r^2 - z^2}}{2 h^2 p^3} + \frac{n^2 m^2 r^2 s}{2 h^2 p^3} \int \frac{rdz}{\sqrt{r^2 - z^2}}$  pour l'impulsion que reçoit chaque quart de cercle DFE ou quelqu'un de ses arcs EF selon la détermination parallèle à l'axe ; & intégrant les deux autres impulsions que reçoit le même élément  $Ff$  de la circonférence, on trouve que la seconde

F ij



#### 44 DE LA MATURE DES VAISSEAUx.

Fig. 11.  
& 12

impulsion c'est-à-dire, celle qui agit horizontalement & perpendiculairement à l'axe, est  $-\frac{n^4rs^2\sqrt{r^2-z^2}}{h^2p^3} + \frac{n^4r^2s^2}{h^2p^3} + \frac{mn^3rsz\sqrt{r^2-z^2}}{h^2p^3} + \frac{mn^3r^2s}{h^2p^3} \int \frac{rdz}{\sqrt{r^2-z^2}} - \frac{n^2m^2rz^2\sqrt{r^2-z^2}}{3h^2p^3} - \frac{2n^2m^2r^3\sqrt{r^2-z^2}}{3h^2p^3} + \frac{2n^2m^2r^4}{3h^2p^3}$ , & la troisième impulsion qui est celle que reçoit le quart de cercle entier DFE ou quelqu'un de ses arcs EF selon le sens vertical, se trouve de  $\frac{n^4rs^2z}{h^2p^3} + \frac{mn^3rsz^2}{h^2p^3} + \frac{n^2m^2rz^3}{3h^2p^3}$ . Il faut remarquer qu'ayant supposé  $z=0$ , j'ay ajouté aux intégrales précédentes les quantitez qui leur manquoient, & qu'ainsi elles sont completes.

#### XI.

Mais puisque nous supposons icy que le demi conoïde est entièrement submergé, nous pouvons introduire  $r$  à la place de  $z$  dans les valeurs précédentes, &  $q$  à la place de  $\int \frac{rdz}{\sqrt{r^2-z^2}}$ ; parce que dans ce cas, le sinus  $z$  se confond avec le rayon  $CD=r$ , & l'arc EF qui est égal à  $\int \frac{rdz}{\sqrt{r^2-z^2}}$ , puisque  $\frac{rdz}{\sqrt{r^2-z^2}} = du = Ff$ , devient alors ED ou EB= $q$  quart de toute la circonférence du cercle. Nous trouverons donc que la résistance que ressent chaque quart de cercle selon la détermination parallèle à l'axe est  $\frac{n^4s^3q}{h^2p^3} + \frac{2mn^3r^2s^2}{h^2p^3} + \frac{n^2m^2r^2sq}{2h^2p^3}$ , parce que tous les termes qui sont multipliez par  $\sqrt{r^2-z^2}=0$  deviennent nuls. Nous aurons aussi pour la résistance dans le sens horizontal & perpendiculaire à l'axe  $\frac{n^4r^2s^2}{h^2p^3} + \frac{mn^3r^2sq}{h^2p^3} + \frac{2n^2m^2r^4}{3h^2p^3}$ ; & enfin pour celle qui agit dans le sens vertical  $\frac{n^4s^2r^2}{h^2p^3} + \frac{mn^3r^3s}{h^2p^3} + \frac{n^2m^2r^4}{3h^2p^3}$ .



Il est vrai que si ces expressions marquent infailliblement l'impulsion du fluide pour la moitié de la prouë qui est du côté de la dérive, il n'est pas sûr qu'elles le fassent toujours pour l'autre moitié. Car on voit dans la Figure 13, où les lignes KB, KF, Kf représentent des directions parallèles du liquide, que pendant que la moitié de la prouë du côté de AB est toute choquée par l'eau, l'impulsion ne se fait ressentir de l'autre côté que sur la partie EAF terminée par les points F, f, où les directions KF, Kf du liquide sont tangentes à la superficie de la prouë. Mais on peut non-seulement répondre que ce cas doit être assez extraordinaire dans la pratique, parce que l'obliquité de la route par rapport à la quille est ordinairement plus petite; mais encore que les formules qui donneront l'impulsion de l'eau comme si elle se faisoit sur toute la demie prouë ADE, quoy qu'elle ne se fasse effectivement que sur AffE ne seront jamais sujettes à une erreur considérable, parce que la partie FffD sera toujours située si obliquement, que l'eau ne pourroit faire que très-peu d'effet si elle la pouvoit rencontrer. Et enfin au lieu d'intégrer dans la Figure 12. les petites impulsions sur Ff jusqu'au point D, comme nous l'avons fait cy-devant, on pourroit bien ne les intégrer que jusqu'au point F où finit l'impulsion sur le quart de cercle ED. Et on détermineroit ce point, en faisant  $z$  ou FI égale à  $\frac{rs}{m}$  ainsi que le démontreront aisément ceux qui sont un peu Géomètres.

## XII.

Jusqu'icy les grandeurs  $r, s, p$  ont été constantes, parce que nous ne voulions examiner que chaque quart de cercle en particulier, & que le rayon CE, la sôupendiculaire CG & la perpendiculaire FG est la même pour tous les points F du même cercle. Mais comme nous voulons maintenant comparer les impressions de différens cercles &



Fig. 11,  
& 12.

même de différentes zones, il nous faut mettre à la place de  $r$  les ordonnées comme CE de la ligne courbe AXE qui a formé le conoïde par la révolution. J'appelleray  $y$  ces ordonnées &  $x$  les abscisses correspondantes comme AC: nous mettrons par conséquent  $\frac{y}{r}$  à la place de  $q$ , parce que  $\frac{y}{r}$  est le quart de la circonférence du cercle dont  $y$  est le rayon puisque  $r \parallel y \parallel q \left| \frac{qy}{r} \right|$ ; & à la place de  $CG=r$  & de  $FG=p$  nous substituerons ces expressions  $\frac{ydy}{dx}$  &  $\frac{y\sqrt{dx^2+dy^2}}{dx}$  que nous fournit le calcul différentiel pour la souperpendiculaire & la perpendiculaire. La première résistance selon l'axe,  $\frac{n^4s^3q}{b^2p^3} + \frac{2mn^3r^2s^2}{b^2p^3} + \frac{n^2m^2r^2sq}{2b^2p^3}$  se changera de cette manière en  $\frac{2n^4qydy^3 + 4mn^3rydy^2dx + n^2m^2aydydx^2}{2b^2r \times \sqrt{dx^2+dy^2}^{\frac{3}{2}}}$ : la seconde résistance selon la détermination horisontale & perpendiculaire à l'axe se changera en  $\frac{3n^4rydy^2dx + 3mn^3qydy^2x^2 + 2n^2m^2rydx^3}{3b^2r \times \sqrt{dx^2+dy^2}^{\frac{3}{2}}}$  & enfin la troisième résistance selon le sens vertical en  $\frac{3n^4ydy^2dx + 3mn^3ydy^2dx^2 + n^2m^2ydx^3}{b^2 \times \sqrt{dy^2+dx^2}^{\frac{3}{2}}}$ ; de sorte que voilà trois expressions en termes variables qui sont générales pour tous les quarts de cercle tracez sur la superficie de la proue & confiderez sans aucune largeur.

## XIII.

Nous cherchons ensuite les résistances que souffrent les zones mêmes  $dDEBb$  contenues entre deux circonférences de cercles. Cela est facile; car puisque nous avons déjà découvert les différentes résistances du quart de cercle DFE; il n'y a qu'à les multiplier par la largeur  $Dd$  qui est par tout la même, pour avoir les résistances du quart de zone  $dDFE$  & ainsi de suite de toutes les autres. Or cette largeur  $dD$  de la zone, qui est une petite particule ou un élément de la ligne courbe qui a formé le conoïde



est toujours égale à  $\sqrt{dx^2 + dy^2}$  lorsque les ordonnées  $y$  sont perpendiculaires à la ligne des abscisses  $x$ , comme on l'apprend par la considération des différentielles; ainsi la résistance selon l'axe que trouve le quart de zone  $dDFE$  ou  $EBb$  est  $\frac{2n^4 qy dy^3 + 4mn^3 r y dy^2 dx + n^2 m^2 qy dy dx^2}{2b^2 r \times dx^2 + dy^2}$ ; la résistance horisontale selon la perpendiculaire à l'axe est  $\dots$   $\frac{3n^4 r y dy^2 dx + 3mn^3 qy dy dx^2 + 2m^2 n^2 r y dx^3}{3b^2 r \times dy^2 + dx^2}$ , & la troisième résistance qui est celle que chaque côté de zone  $dDE$  ou  $EBb$  ressent selon la détermination verticale est  $\dots$   $\frac{3n^4 y dy^2 dx + 3mn^3 y dy dx^2 + n^2 m^2 r ax^3}{3b^2 \times dy^2 + dx^2}$ . Voilà les expressions des trois impulsions & elles conviennent à toutes les zones.

## XIV.

Mais enfin, puisque les résistances que la prouë ressent selon les trois différentes déterminations sont composées des résistances de toutes les zones comme  $dDFE$ , il est évident que si on intègre les trois expressions que nous avons découvert en dernier lieu, nous trouverons les trois résistances ou impulsions entières que reçoit chaque quart du conoïde ou chaque moitié de la prouë de part & d'autre de l'axe; parce que les résistances des zones sont les élémens des trois résistances totales de même que les zones sont les élémens de la superficie de la prouë. Par conséquent  $\int \frac{2n^4 qy dy^3 + 4mn^3 r y dy^2 dx + n^2 m^2 qy dy dx^2}{2b^2 r \times dx^2 + dy^2}$  exprime l'impulsion directe ou l'impulsion que reçoit chaque moitié de la prouë de part & d'autre de la quille selon la détermination de l'axe;  $\int \frac{3n^4 r y dy^2 dx + 3mn^3 qy dy dx^2 + 2m^2 n^2 r y dx^3}{3b^2 r \times dx^2 + dy^2}$  exprime l'impulsion relative selon la détermination horisontale perpendiculaire à l'axe &  $\dots$   $\int \frac{3n^4 y dy^2 dx + 3mn^3 y dy dx^2 + n^2 m^2 r ax^3}{3b^2 \times dx^2 + dy^2}$  désigne l'impulsion dans



Fig. 11,  
& 12.

le sens vertical, ou bien marque avec quelle force chaque moitié de la prouë est poussée en haut par le choc du liquide.

## XV.

Pour trouver maintenant les axes des impulsions relatives que nous venons de découvrir, il n'y a qu'à employer le principe général de statique par le moyen duquel on peut reconnoître la direction composée d'une infinité de directions. Pour déterminer la distance de l'axe de l'impulsion selon la quille au plan vertical CIOG qui passe par l'axe, il faut d'abord multiplier chaque petite impulsion  $\frac{n^4 s^3 r dz}{h^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}} + \frac{2mn^3 r s^2 z dz}{h^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}} + \frac{n^2 m^2 s r z^2 dz}{h^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}}$  que reçoit l'élément Ff, par sa distance FI = z au plan vertical CIOG, le produit  $\frac{n^4 s^3 r z^2 dz}{h^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}} + \frac{2mn^3 r s^2 z^2 dz}{h^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}} + \frac{n^2 m^2 s r z^3 dz}{h^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}}$  fera

le moment de l'impulsion que souffre la petite particule Ff du quart de cercle DFE & l'intégrale  $-\frac{n^4 s^3 r \sqrt{r^2 - z^2}}{h^2 p^3}$

+  $\frac{n^4 s^3 r^2}{h^2 p^3} + \frac{mn^3 r s^2 z \sqrt{r^2 - z^2}}{h^2 p^3} + \frac{mn^3 r^2 s^2}{h^2 p^3} \int \frac{rdz}{\sqrt{r^2 - z^2}} - \dots$   
 $\frac{n^2 m^2 s r z^2 \sqrt{r^2 - z^2}}{3h^2 p^3} - \frac{2n^2 m^2 s r^3 \sqrt{r^2 - z^2}}{3h^2 p^3} + \frac{2m^2 s r^4 n^2}{3h^2 p^3}$  désignera par

conséquent le moment total des impulsions que reçoit chaque partie sensible du quart de cercle, puisque ce moment est la somme de tous les momens des petites impulsions faites sur les Ff. Mais il se réduit lorsque le demi conoïde étant entièrement enfoncé dans l'eau, z devient r, l'intégrale  $\int \frac{rdz}{\sqrt{r^2 - z^2}}$  devient q, & que la valeur

$\sqrt{r^2 - z^2}$  devient nulle; ce moment, dis-je, se réduit à

$\frac{3n^4 r^2 s^3}{3h^2 p^3} + \frac{3mn^3 r^2 s^2 q}{3h^2 p^3} + \frac{2m^2 s r^4 n^2}{3h^2 p^3}$  qu'on peut transformer aisément

( par la substitution de y à la place de r, de  $\frac{y}{r}$  à la place de q, de  $\frac{y dy}{dx}$  à la place de s & de  $\frac{y \sqrt{dx^2 + dy^2}}{dx}$



au lieu de  $p$ , comme nous l'avons fait cy-dessus ) à l'expression  $\frac{n^4 y^2 dy^3}{b^2 \times dx^2 + dy^2} \frac{3}{2} + \frac{mn^3 q y^2 dy^2 dx}{b^2 r \times dx^2 + dy^2} \frac{3}{2} + \frac{2n^2 m^2 y^2 dy dx^2}{3b^2 \times dx^2 + dy^2} \frac{3}{2}$  Fig. 11, & 12  
 qui est générale pour le moment de l'impulsion que reçoivent selon l'axe tous les quarts de cercles comme DFE ou BE, &c. tracez sur la superficie de la prouë.

## XVI.

Je multiplie cette dernière expression du moment de l'arc DFE, par la largeur  $dD$  comprise entre les conférences de cercle, pour avoir le moment de l'impulsion que supporte chaque zone. Cette largeur  $dD$  est  $\sqrt{dx^2 + dy^2}$  comme on le sçait; ainsi le produit sera  $\frac{3n^4 y^2 dy^3 + 3mn^3 q y^2 dy^2 dx + 2n^2 m^2 y^2 dy dx^2}{3b^2 r \times dx^2 + dy^2}$  & c'est-là le moment

pour chaque zone en quart de cercle; moment qu'il ne reste plus qu'à intégrer pour trouver le moment total de l'impulsion sur chaque moitié de la prouë dont il étoit l'élément.

Cette integrale  $\int \frac{3n^4 y^2 dy^3 + 3mn^3 q y^2 dy^2 dx + 2n^2 m^2 y^2 dy dx^2}{3b^2 r \times dx^2 + dy^2}$

doit être divisée par l'impression . . . . .

$\int \frac{2n^4 q y dy^3 + 4mn^3 r y dy^2 dx + n^2 m^2 q y dy dx^2}{2b^2 r \times dx^2 + dy^2}$ , puisque le principe gé-

neral prescrit de diviser le moment total de toutes les forces par la somme des forces mêmes; & le quotient marquera la distance de la direction composée au plan vertical qui sépare la prouë en deux parties égales en passant par la quille.

## XVII.

Nous sçavons donc combien l'axe du choc que supporte chaque quart du conoïde ou bien chaque moitié de la prouë selon la détermination parallèle à l'axe, est éloigné du plan vertical CIOG. Cela suffit pour que nous ne puissions pas désormais mettre cet axe trop près du milieu ou des côtes de la prouë; mais nous pourrions encore le pla-



Fig. 11, &  
12,

cer trop haut ou trop bas, parce que rien ne détermine sa situation par rapport au plan horizontal BAD ou CQ qui passe par l'axe de la prouë. C'est pourquoy il nous faut

reprandre l'impulsion  $\frac{n^4 s^3 r dz + 2mn^3 r s^2 z dz + n^2 m^2 s r z^2 dz}{h^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}}$  que reçoit chaque Ff selon FL parallèle à l'axe, & la multiplier par FH =  $\sqrt{r^2 - z^2}$  pour en avoir le moment par rapport au plan horizontal ADB, on trouvera . . . . .

$\frac{n^4 s^3 r dz + 2mn^3 r s^2 z dz + n^2 m^2 s r z^2 dz}{h^2 p^3}$  & si on en prend l'intégrale terme à terme, on aura  $\frac{3n^4 s^3 r z + 3mn^3 r s^2 z^2 + n^2 m^2 s r z^3}{3h^2 p^3}$  pour le

moment de l'impulsion que reçoit chaque arc de cercle comme EF de part & d'autre de la quille; & si on met  $r$  à la place de  $z$ , il viendra  $\frac{3n^4 s^3 r^2 + 3mn^3 s^2 r^3 + n^2 m^2 s r^4}{3h^2 p^3}$  qui est

le moment pour chaque quart de cercle entier. On le changera par les substitutions ordinaires dans les articles précédens, en  $\frac{3n^4 y^2 dy^3 + 3mn^3 y^2 dy^2 dx + n^2 m^2 y^2 dy dx^2}{3h^2 \times dx^2 + dy^2}$  que je mul-

tiplie par la largeur  $dD = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ , afin d'avoir le moment  $\frac{3n^4 y^2 dy^3 + 3mn^3 y^2 dy^2 dx + n^2 m^2 y^2 dy dx^2}{3h^2 \times dx^2 + dy^2}$  de l'impulsion

que reçoit chaque zone comme dDFE ou Ebb: & prenant son intégrale pour trouver le moment total des impulsions selon l'axe que reçoit chaque moitié de la prouë, il ne faudra plus que la diviser par l'impulsion même, & le quotient marquera la distance de l'axe de la résistance selon la quille au plan horizontal DAB; de sorte que la position de cet axe sera entièrement déterminée, puisque nous sçaurons non-seulement l'endroit de la largeur de la prouë par où il doit passer, mais encore celui de la hauteur. On pourra découvrir, en tenant à peu-près le même chemin, la situation des axes des autres résistances & construire les formules que j'ay mis icy dans une table pour la commodité de ceux qui voudront s'appliquer à ces sortes de problèmes.





## XVIII.

Fig. 11,  
& 12.

Lorsqu'on voudra se servir de ces formules, il faudra se souvenir que les lettres  $q, r, h, n, m$  sont connues ou marquent des rapports connus:  $q$  &  $r$  désignent le rapport du quart de cercle au rayon, d'environ 157 à 100, & pour  $n, m, h$ , elles représentent le sinus total, la tangente de l'angle de la dérive & la sécante de cet angle, comme cela se voit à l'œil dans le triangle rectangle KFY où  $FY = h$ ,  $FK = n$ ,  $YK = m$ , & KFY est égal à l'angle de la dérive ou à l'obliquité de la route du Vaisseau. Il faudra donc remplir la place de toutes ces lettres par leur valeur, & changer par la substitution  $x, y, dx$  &  $dy$  en une seule variable avec sa différentielle, ce qu'on exécutera par la connoissance de la nature de la courbe qui a formé la prouë: & on trouvera des expressions dont il ne restera plus qu'à prendre les intégrales, pour avoir les diverses impulsions de l'eau sur les deux côtes de la prouë. Après cela il n'y aura plus qu'à composer les impulsions relatives directes avec les latérales pour avoir l'impulsion entière que souffre la prouë selon le sens horisontal; & il est clair que si on compose cette impulsion avec les impulsions relatives verticales, il viendra l'impulsion absolue que reçoit toute la prouë; puisque cette impulsion ne doit être formée que des trois impulsions relatives directe, latérale & verticale.

## XIX.

Enfin on doit remarquer que lorsque le Vaisseau singe directement sur sa quille, les formules précédentes se réduisent à d'autres beaucoup plus simples; comme alors l'angle de la dérive est nul & que la ligne FK tombe sur FY,  $n$  devient égal à  $h$  &  $m = 0$ . C'est pourquoy, si dans l'impulsion directe . . . . .



Fig. 11. &  
12.

$\int \frac{2n^2 q y dy^3 + 4mn^3 r y dy^2 dx + m^2 n^2 q y dy dx^2}{2b^2 r \times dx^2 + dy^2}$  on efface les termes

qui sont multipliez par  $m$ , & si on traite  $n$  &  $b$  comme deux quantitez égales, on trouvera que l'impulsion directe sur chaque moitié de la prouë pour le cas où il n'y a point de dérive, est  $\int \frac{n^2 q}{r} \times \frac{y dy^3}{dx^2 + dy^2}$  & par conséquent

sur toute la prouë  $\int \frac{2n^2 q}{r} \times \frac{y dy^3}{dx^2 + dy^2}$ . Et, continuant la même operation sur les autres formules, on reconnoitra que cette impulsion directe agit sur une direction qui est exactement au-dessous de l'axe de la prouë de la quantité

$\int \frac{2n^2 y^2 dy^3}{dx^2 + dy^2}$ ; que l'impulsion verticale est ...

$\int \frac{2n^2 q}{r} \times \frac{y dy^3}{dx^2 + dy^2}$   
 $\int \frac{2n^2 y dy^2 dx}{dx^2 + dy^2}$  & se réunit dans une direction éloignée du

sommet de la prouë de la distance  $\frac{\int \frac{2n^2 y x dy^2 dx}{dx^2 + dy^2}}{\int \frac{2n^2 y dy^2 dx}{dx^2 + dy^2}}$ . Comme

les impulsions latérales que reçoivent les parties droite & gauche de la prouë se détruisent mutuellement par leur égalité & leur opposition, il n'est pas nécessaire de s'en mettre en peine.

## CHAPITRE VIII.

*Applications des formules précédentes à la prouë qui a la figure la plus avantageuse, & à une prouë conique.*

### I.

I. **P**Our rendre plus sensible l'usage de nos formules, nous allons appliquer à la prouë qui a la figure la plus avantageuse, celles qui servent pour la route directe.



Pour découvrir les impulsions de l'eau sur les prouës formées en demi conoïdes.

Première formule, qui exprime l'impulsion directe que reçoit chaque moitié de la prouë.

$$\int \frac{2n^4 q y dy^3 + 4mn^3 r y dy^2 dx + m^2 n^2 q y dy dx^2}{2h^2 r \times dx^2 + dy^2}$$

Seconde formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion directe, que reçoit chaque moitié de la prouë, est éloignée du plan vertical qui passe par le milieu de la prouë.

$$\frac{\int \frac{3n^4 y^2 dy^3 + \frac{3mn^3 q}{r} y^2 dx dy^2 + 2m^2 n^2 y^2 dy dx^2}{3h^2 \times dx^2 + dy^2}}{\int \frac{2n^4 q y dy^3 + 4mn^3 r y dy^2 dx + m^2 n^2 q y dy dx^2}{2h^2 r \times dx^2 + dy^2}}$$

Troisième formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion directe est au-dessous de la surface de l'eau.

$$\frac{\int \frac{3n^4 y^2 dy^3 + 3mn^3 y^2 dy^2 dx + n^2 m^2 y^2 dx^2 dy}{3h^2 \times dx^2 + dy^2}}{\int \frac{2n^4 q y dy^3 + 4mn^3 r y dy^2 dx + m^2 n^2 q y dy dx^2}{2h^2 r \times dx^2 + dy^2}}$$

Quatrième formule, qui exprime l'impulsion latérale ou l'impulsion selon le sens horizontal & perpendiculaire à l'axe que reçoit chaque moitié de la prouë.

$$\int \frac{3n^4 y dy^2 dx + \frac{3mn^3 q}{r} y dy dx^2 + 2m^2 n^2 y dx^3}{3h^2 \times dx^2 + dy^2}$$

Cinquième formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion latérale est éloignée du sommet de la prouë.

$$\frac{\int \frac{3n^4 y x dy^2 dx + \frac{3mn^3 q}{r} y x dy dx^2 + 2m^2 n^2 y x dx^3}{3h^2 \times dx^2 + dy^2}}{\int \frac{3n^4 y dy^2 dx + \frac{3mn^3 q}{r} y dy dx^2 + 2m^2 n^2 y dx^3}{3h^2 \times dx^2 + dy^2}}$$

Sixième formule qui exprime combien la direction de l'impulsion latérale est au-dessous de la surface de l'eau.

$$\frac{\int \frac{6n^4 y^2 dx dy^2 + 8mn^3 y^2 dy dx^2 + 3m^2 n^2 y^2 dx^3}{12h^2 \times dx^2 + dy^2}}{\int \frac{3n^4 y dy^2 dx + \frac{3mn^3 q}{r} y dy dx^2 + 2m^2 n^2 y dx^3}{3h^2 \times dx^2 + dy^2}}$$

Septième formule, qui exprime l'impulsion verticale que reçoit chaque moitié de la prouë.

$$\int \frac{3n^4 y dy^2 dx + 3mn^3 y dy dx^2 + m^2 n^2 y dx^3}{3h^2 \times dx^2 + dy^2}$$

Huitième formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion verticale est éloignée du sommet de la prouë.

$$\frac{\int \frac{3n^4 y x dy^2 dx + 3mn^3 y x dy dx^2 + m^2 n^2 y x dx^3}{3h^2 \times dx^2 + dy^2}}{\int \frac{3n^4 y dy^2 dx + 3mn^3 y dy dx^2 + m^2 n^2 y dx^3}{3h^2 \times dx^2 + dy^2}}$$

Neuvième formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion verticale est éloignée du plan vertical qui passe par le milieu de la prouë.

$$\frac{\int \frac{6n^4 y^2 dy^2 dx + 8mn^3 y^2 dy dx^2 + 3m^2 n^2 y^2 dx^3}{12h^2 \times dx^2 + dy^2}}{\int \frac{3n^4 y dy^2 dx + 3mn^3 y dy dx^2 + m^2 n^2 y dx^3}{3h^2 \times dx^2 + dy^2}}$$

Première formule, qui exprime l'impulsion directe sur la prouë entière dans la route directe.

$$\int \frac{2n^2 q}{r} \times \frac{y dy^3}{dx^2 + dy^2}$$

Seconde formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion directe est au-dessous de l'axe de la prouë.

$$\frac{\int \frac{2n^2 y^2 dy^3}{dx^2 + dy^2}}{\int \frac{2n^2 q}{r} \times \frac{y dy^3}{dx^2 + dy^2}}$$

Troisième formule, qui exprime l'impulsion verticale sur la prouë entière dans la route directe.

$$\int \frac{2n^2 y dy^2 dx}{dy^2 + dx^2}$$

Quatrième formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion verticale est éloignée de l'extrémité de la prouë.

$$\frac{\int \frac{2n^2 y x dy^2 dx}{dx^2 + dy^2}}{\int \frac{2n^2 y dy^2 dx}{dx^2 + dy^2}}$$

Les formules qui sont cy à côté servent pour les routes obliques; & dans ces formules,  $n$  représentant le sinus total,  $m$  marque la tangente de l'obliquité de la route, &  $h$  la secante de cette obliquité:  $q$  &  $r$  marquent le rapport du quart de la circonférence d'un cercle à son rayon ou d'environ 157 à 100.  $x$  exprime les abscisses ou les parties de l'axe de la prouë, &  $y$  les ordonnées ou les demi-largeurs: enfin la lettre  $\int$  désigne les sommes infinies ou les intégrales des grandeurs qu'elle précède.

Les formules qui sont cy à côté ne servent que pour la route directe, ou pour le cas où le Navire singe directement sur sa quille, sans aucune dérive.







Plusieurs grands Hommes ont trouvé que la ligne courbe qui forme la proue par une demie révolution autour de son axe, doit être telle que si  $a$  est une grandeur arbitraire constante, &  $z$  une quantité variable, chaque des ordonnées ( $y$ ) doit être égale à  $\frac{z^3}{a^2} + 2z + \frac{a^2}{z}$  & l'abscisse

Fig. 11,  
& 12.

( $x$ ) correspondante égale à  $\frac{3z^4}{4a^3} + \frac{z^2}{a} - \frac{5}{12}a - Lz$ ; de sorte qu'on trouve autant d'ordonnées & d'abscisses qu'on attribue de différentes valeurs à  $z$ . Ce n'est point ici le lieu d'expliquer cette découverte; on peut consulter l'excellent Livre de l'*Analyse démontrée*. Mais de ce que  $y =$

$$\frac{z^3}{a^2} + 2z + \frac{a^2}{z} = \frac{z^4 + 2a^2z^2 + a^4}{a^2z}, \text{ \& } x = \frac{3z^4}{4a^3} + \frac{z^2}{a} - \frac{5}{12}a - Lz, \text{ il s'ensuit que } dy = \frac{3z^4dz + 2a^2z^2dz - a^4dz}{a^2z^2}$$

$$\text{ \& } dx = \frac{3z^3dz}{a^3} + \frac{2zdz}{a} - \frac{adz}{z} = \frac{3z^4dz + 2a^2z^2dz - a^4dz}{a^3z}. \text{ Je}$$

fais entrer toutes ces valeurs dans la formule  $\int \frac{2qn^2}{r} X \dots$

$\frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2}$  de l'impulsion directe, & je trouve que  $\frac{2qn^2}{r} X \dots$

$$\frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2} = \frac{2qn^2}{r} X \dots$$

$$\frac{z^4 + 2a^2z^2 + a^4}{z^4 + 2a^2z^2 + a^4} X \frac{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}{z^3} dz^3$$

$$a^4z^3 X \frac{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}{z^4 + 2a^2z^2 + a^4} X dz^2 + a^2z^5 X \frac{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}{z^4 + 2a^2z^2 + a^4} X dz^2$$

qui se réduit (en divisant le numérateur & le dénominateur

$$\text{ par } 3z^4 + 2a^2z^2 - a^4 \text{ X } dz^2) \text{ à } \frac{2qn^2}{r} X \dots$$

$$\frac{z^4 + 2a^2z^2 + a^4}{a^4z^3 + a^2z^5} X \frac{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}{z^4 + 2a^2z^2 + a^4} X dz = \frac{2qn^2}{r} X \dots$$

$$\frac{3z^8 + 8a^2z^6 + 6a^4z^4 - a^8}{a^4z^3 + a^2z^5} X dz. \text{ Mais comme dans cette der-}$$

nière expression le numérateur contient exactement le dé-

nominateur, on a par la division,  $\frac{2qn^2}{r} X \frac{3z^3}{a^2} + 5z + \frac{a^2}{z} - \frac{a^4}{z^3}$

$X dz$  qui est toujours la valeur de  $\frac{2qn^2}{r} X \frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2}$ ; & si



on intègre terme à terme, on trouvera  $\frac{2qn^2}{r} \dots \dots \dots \times$

$\frac{3z^4}{4a^2} + \frac{5}{2} z^2 - \frac{29}{12} a^2 + \frac{a^4}{2z^2} + aLz$  pour la résistance ou pour l'impulsion que souffre la prouë entiere selon la détermination horisontale : mais il a fallu joindre  $\frac{29}{12} a^2$  avec le signe — à cette expression, pour la rendre complete ; parce qu'en supposant  $z = a\sqrt{\frac{1}{3}}$  &  $Lz = 0$  comme cela arrive lorsque  $x = 0$ , l'intégrale au lieu de devenir nulle comme la résistance qu'elle désigne, se trouvoit égale à  $+\frac{29}{12} a^2$ .

2. Pour découvrir maintenant avec quelle force la prouë est poussée par l'eau dans le sens vertical, il n'y a qu'à substituer les valeurs de  $y$  & de  $x$ , &c. dans la formule  $\int \frac{2n^2 y dx dy^2}{dx^2 + dy^2}$  & nous changerons  $\frac{2n^2 y dx dy^2}{dx^2 + dy^2} \dots \dots$  en

$$\frac{n^2 \times 2z^4 + 4a^2 z^2 + 2a^4 \times 3z^4 + 2a^2 z^2 - a^4 \times 3z^4 + 2a^2 z^2 - a^4 \times dz^3}{a^5 z^2 \times 3z^4 + 2a^2 z^2 - a^4 \times dz^2 + a^3 z^4 \times 3z^4 + 2a^2 z^2 - a^4 \times dz^2} \\ = \frac{n^2 \times 2z^4 + 4a^2 z^2 + 2a^4 \times 3z^4 + 2a^2 z^2 - a^4 \times dz}{a^5 z^2 + a^3 z^4} \text{ qui se ré-}$$

duit par la division à  $n^2 \times \frac{6z^4}{a^3} + \frac{10z^2}{a} + 2a - \frac{2a^3}{z^2} \times dz$ , & intégrant cette expression comme l'indique la formule, il

vient  $n^2 \times \frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} + 2az + \frac{2a^3}{z} - \frac{416a^2}{45\sqrt{3}}$  : après en avoir soustrait  $\frac{416a^2}{45\sqrt{3}}$ , parce que cette intégrale se trouvetrop gran-

de de cette quantité; & ainsi  $n^2 \times \frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} + 2az + \frac{2a^3}{z} - \frac{416a^2}{45\sqrt{3}}$  est l'impulsion relative que souffre la prouë entiere selon le sens vertical.

3. En faisant de pareilles substitutions des valeurs de  $x$ ,  $y$ , &c. dans la 2<sup>me</sup> & 4<sup>me</sup> formule, on trouvera les directions des efforts relatifs que nous venons de découvrir.

$$\frac{2n^2 y^2 dy^3}{dx^2 + dy^2} \dots \dots \dots \text{deviendra} \\ \frac{n^2 \times 2z^4 + 2a^2 z^2 + a^4 \times 3z^4 + 2a^2 z^2 - a^4 \times 2dz^3}{a^6 z^4 \times 3z^4 + 2a^2 z^2 - a^4 \times dz^2 + a^4 z^6 \times 3z^4 + 2a^2 z^2 - a^4 \times dz^2}$$



$$= \frac{n^2 X z^4 + 2a^2 z^2 + a^4 X 3z^4 + 2a^2 z^2 - a^4 X 2dz}{a^6 z^4 + a^4 z^6}$$
 qui se réduit par la multiplication & la division à  $\dots n^2 X$ 

$$\frac{6z^6}{a^4} + \frac{2z^4}{a^2} + 28z^2 + 12a^2 - \frac{2a^4}{z^2} - \frac{2a^6}{z^4} X dz,$$
 & integrant cette expression pour avoir la valeur de  $\int \frac{2n^2 y^2 dy^2}{dx^2 + dy^2}$  nous

trouverons  $n^2 X \frac{6z^7}{7a^4} + \frac{2z^5}{5a^2} + \frac{28z^3}{3} + 12a^2 z + \frac{2a^4}{z} + \frac{2a^6}{3z^3}$ 

$$\frac{8704a^3}{315V^3}$$
 qu'il faut (selon la seconde formule) diviser par  $\frac{2qn^2}{r}$

$$X \frac{3z^4}{4a^2} + \frac{1}{2} z^2 - \frac{2}{12} a^2 + \frac{a^4}{2z^2} + aLz = \int \frac{2qn^2}{r} X \frac{ydy^2}{dx^2 + dy^2}$$
 & on aura 
$$\frac{6z^7}{7a^4} + \frac{2z^5}{5a^2} + \frac{28}{3} z^3 + 12a^2 z + \frac{2a^4}{z} + \frac{2a^6}{3z^3} - \frac{8704a^3}{315V^3}$$

$$\frac{3qz^4}{27a^2} + \frac{5qz^2}{r} - \frac{29qa^2}{6r} + \frac{qa^4}{r^2} + \frac{2q}{r} aLz$$

pour la quantité dont la direction de l'impulsion directe est au-dessous de l'axe de la proue.

4. On transformera aussi dans la quatrième formule,  $\frac{2n^2 y x dx dy^2}{dx^2 + dy^2} \dots$  en

$$n^2 X \frac{6z^4}{4a^3} + \frac{2z^2}{a} - \frac{5}{6} a^{-1} Lz X z^4 + 2a^2 z^2 + a^4 X 3z^4 + 2a^2 z^2 - a^4 X 3z^4 + 2a^2 z^2 - a^4 X dz^3$$

$$a^5 z X 3z^4 + 2a^2 z^2 - a^4 X dz^2 + a^3 z^4 X 3z^4 + 2a^2 z^2 - a^4 X dz^2$$

qui se réduira à 
$$\frac{n^2 X \frac{3z^4}{2a^3} + \frac{2z^2}{a} - \frac{5}{6} a^{-1} Lz X z^4 + 2a^2 z^2 + a^4 X 3z^4 + 2a^2 z^2 - a^4 X dz}{a^5 z^2 + a^3 z^4}$$

$$= n^2 X \frac{9z^8 dz}{2a^6} + \frac{27z^6 dz}{2a^4} + \frac{9z^4 dz}{a^2} - \frac{1}{3} z^2 dz - \frac{17}{6} a^2 dz +$$

$$\frac{5a^4 dz}{6z^2} - \frac{6z^4 dz}{a^3} Lz - \frac{10z^2 dz}{a} Lz - 2adz Lz + \frac{2a^3 dz}{z} Lz$$
 dont

l'intégrale telle qu'on la trouve terme à terme est  $n^2 X \frac{z^9}{2a^6}$

$$+ \frac{27z^7}{14a^4} + \frac{51z^5}{25a^2} - \frac{1}{9} z^3 - \frac{5}{6} a^2 z - \frac{17a^4}{6z} - \frac{6z^3}{5a^3} Lz - \frac{10z^3}{3a} Lz -$$

$$2az Lz - \frac{2a^3}{z} Lz + \frac{1071458a^3}{127575V^3} = \int \frac{2n^2 y x dx dy^2}{dx^2 + dy^2};$$
 après cepe-



dant y avoir ajouté  $\frac{1071458a^3}{127575\sqrt{3}}$  pour la rendre complete, & il ne restera plus qu'à la diviser, comme l'indique la qua-

trième formule, par  $n^2 \times \frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} + 2az + \frac{2a^3}{z} - \frac{416a^2}{45\sqrt{3}}$

=  $\int \frac{2n^2 y dx dy^2}{dx^2 + dy^2}$  . . . . . pour avoir

$$\frac{z^9}{2a^6} + \frac{2727}{1444} + \frac{5125}{25a^2} - \frac{1}{9}z^3 - \frac{5}{6}a^2z - \frac{1744}{6z} - \frac{6z^5}{5a^3}Lz - \frac{10z^3}{3a}Lz - 2azLz - \frac{2a^3}{z}Lz + \frac{1071458a^3}{127575\sqrt{3}}$$

$$\frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} + 2az + \frac{2a^3}{z} - \frac{416a^2}{45\sqrt{3}}$$

qui exprime combien la direction de l'effort relatif dans le sens vertical, est éloignée de l'extrémité de la proue.

Fig. 14. 5. Il résulte de tout ce calcul que pour déterminer dans la Figure 14. la direction composée DN de l'impulsion de l'eau sur la proue la plus avantageuse CAEC; il faut tirer la parallèle DR à l'axe AB à la distance FD

qu'on fera de  $\frac{\frac{6z^7}{7a^4} + \frac{2225}{5a^2} + \frac{3924}{2ra^2} + \frac{5922}{r}}$  &c. (trouvée nomb. 3.) &

cette ligne DR sera la direction de l'impulsion que ressent la proue dans le sens horizontal. Il faudra conduire aussi la verticale DS, de manière qu'elle soit éloignée du sommet A de la proue de la distance AF

$\frac{z^9}{2a^6} + \frac{2727}{1444} + \frac{5125}{25a^2} - \frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} +$  &c. (trouvée nomb. 4.) cette li-

gne DS sera la direction de la force avec laquelle la proue est poussée par l'eau selon la détermination verticale. Enfin on fera les deux lignes DR & DS depuis leur intersection D dans le rapport des impulsions directe & verti-

cale; c'est-à-dire, dans le rapport de  $\frac{2qn^2}{r} \times \frac{3z^4}{4a^2} + \frac{1}{2}z^2 -$

$\frac{29}{12}a^2 + \frac{a^4}{2z^2} + aLz$  à  $n^2 \times \frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} + 2az + \frac{2a^3}{z} - \frac{416a^2}{45\sqrt{3}}$ .

Achevant.



Achevant ensuite le rectangle DSVR & conduisant la diagonale DV, on aura la direction composée des deux DS, DR, qui sera l'axe du choc absolu de l'eau sur la prouë ; avec lequel & la verticale  $\gamma N$  du centre de gravité  $\gamma$  de la coupe du Navire faite au raz de l'eau, on déterminera selon nos principes le *point vélique* N par lequel doit passer la direction de la voile. Il n'y aura qu'à faire cette proportion, l'impulsion directe DR est à l'impulsion selon le sens vertical DS ou RV ; ainsi la distance F $\gamma$  du point F à la verticale  $\gamma N$  du centre de gravité  $\gamma$  de la coupe du Navire faite à fleur d'eau, sera à la hauteur du *point vélique* N au-dessus de la direction DR de l'impulsion directe de l'eau.

## II.

*Trouver la direction de l'impulsion de l'eau dans toutes les routes sur une prouë conique.*

1. Nous eussions pû appliquer nos autres formules à la prouë la plus avantageuse & nous l'eussions fait avec le même succès : mais pour éviter la longueur du calcul & changer d'exemple, nous allons supposer que la prouë [Fig. 15.] est formée par la demie révolution de la ligne droite AF autour de l'axe AC ; de sorte que la prouë que nous avons à examiner est un demi cone, dont A est le sommet & BEF le demi cercle de la base.  $n$  exprime toujours le sinus total, & je prends  $f$  pour désigner la tangente de l'angle CAF formé par l'axe AC & par le côté AF du cone. Ainsi  $n$ , &  $f$  marquent le rapport constant des AC & des CF ou des abscisses  $x$  & des ordonnées  $y$  ; & nous avons pour tous les points de AF la proportion,  $n \mid f \parallel x \mid y$  & l'équation  $ny = fx$  qui exprime la relation continuelle de tous les points de la ligne AF à ceux de l'axe AC. De cette égalité  $ny = fx$ , je déduis  $x = \frac{ny}{f}$  &  $dx = \frac{ndy}{f}$  & je substitue

Fig. 15.



# 58 DE LA MATURE DES VAISSEaux.

Fig. 15. ces valeurs de  $x$  & de  $dx$  dans la première, la quatrième & la septième formule qui sont d'usage lorsqu'il y a de la dérive. Je trouve  $\frac{n^4 m^2 q y dy + 4 n^4 m r f y dy + 2 n^4 f^2 q y dy}{2 h^2 n^2 r + 2 n^2 f^2 r}$  pour l'é-

lement de l'impulsion directe :  $\frac{3 n^5 f^2 y dy + 3 n^5 m q f y dy + 2 n^5 m^2 y dy}{r}$

pour l'élément de l'impulsion latérale & . . . . .

$\frac{3 n^5 f^2 y dy + 3 n^5 m q f y dy + n^5 m^2 y dy}{3 h^2 n^2 f + 3 h^2 f^3}$  pour l'élément de l'impulsion

verticale sur chaque moitié de la prouë : sur la moitié du côté de l'angle de la dérive si on employe dans l'endroit où il y a  $+$  le signe  $+$ , & la moitié de l'autre côté si on employe le signe  $-$ .

2. Je prends ensuite les intégrales de ces élémens comme l'indiquent les formules générales, & je découvre que

$\frac{n^4 m^2 q y^2 + 4 n^4 m r f y^2 + 2 n^4 f^2 q y^2}{4 h^2 n^2 r + 4 h^2 f^2 r}$  est l'impulsion directe, . . . . .  
 $\frac{3 n^5 f^2 y^2 + 3 n^5 m q f y^2 + 2 n^5 m^2 y^2}{r}$

l'impulsion latérale ; & . . . . .

$\frac{3 n^5 f^2 y^2 + 3 n^5 m q f y^2 + n^5 m^2 y^2}{6 h^2 n^2 f + 6 h^2 f^3}$  l'impulsion verticale sur chaque moi-

tié de la prouë. Par conséquent  $\frac{n^4 m^2 q y^2 + 4 n^4 m r f y^2 + 2 n^4 f^2 q y^2}{4 h^2 n^2 r + 4 h^2 f^2 r}$

+  $\frac{n^4 m^2 q y^2 - 4 n^4 m r f y^2 + 2 n^4 f^2 q y^2}{4 h^2 n^2 r + 4 h^2 f^2 r} = \frac{n^4 m^2 q y^2 + 2 n^4 f^2 q y^2}{2 h^2 n^2 r + 2 h^2 f^2 r}$  exprime

l'impulsion directe que reçoit la prouë entière ou ses deux moitiés jointes ensemble ; &  $\frac{3 n^5 f^2 y^2 + 3 n^5 m q f y^2 + n^5 m^2 y^2}{6 h^2 n^2 f + 6 h^2 f^3} +$

$\frac{3 n^5 f^2 y^2 - 3 n^5 m q f y^2 + n^5 m^2 y^2}{6 h^2 n^2 f + 6 h^2 f^3} = \frac{3 n^5 f^2 y^2 + n^5 m^2 y^2}{3 h^2 n^2 f + 3 h^2 f^3}$  l'impulsion qu'el-

le souffre selon le sens vertical : mais parce que les impulsions latérales faites sur chaque moitié sont contraires, car l'impulsion latérale du côté droit tend vers le gauche, & celle que reçoit le côté gauche tend vers le droit, il faut soustraire la plus petite impulsion de la plus grande & le

reste  $\frac{3 n^5 f^2 y^2 + 3 n^5 m q f y^2 + 2 n^5 m^2 y^2}{r} - \frac{3 n^5 f^2 y^2 + 3 n^5 m q f y^2 - 2 n^5 m^2 y^2}{r}$   
 $\frac{6 h^2 n^2 f + 6 h^2 f^3}{r} - \frac{6 h^2 n^2 f + 6 h^2 f^3}{r}$



$\frac{n^5 m g y^2}{r h^2 n^2 + r h^2 f^2}$  marquera combien la prouë est poussée latéralement ou de côté, par l'impulsion la plus forte.

3. On trouvera ensuite le résultat de ces impulsions en retranchant d'abord sur l'axe AC la partie DR, afin qu'elle représente la résistance directe  $\frac{n^4 m^2 g y^2 + 2 n^4 f^2 g y^2}{2 h^2 n^2 r + 2 h^2 f^2 r}$  & conduisant dans le plan BAF la perpendiculaire DZ à l'axe d'une longueur DZ à exprimer l'impulsion latérale  $\frac{n^5 m g y^2}{h^2 n^2 r + h^2 f^2 r}$  il n'y aura qu'à former le rectangle DZLR, & sa diagonale DL sera la direction composée dans laquelle se réunira toute la résistance horizontale. Ainsi il ne restera plus qu'à élever au point D la verticale DS

$\frac{3 n^5 f^2 y^2 + n^5 m^2 y^2}{3 h^2 n^2 f + 3 h^2 f^3}$  pour représenter l'impulsion dans le sens vertical, & achever en l'air le rectangle DSVL & on aura dans sa diagonale DV la direction composée de l'impulsion totale que reçoit la prouë. On peut considérer après cela que dans le triangle rectangle DRL le côté DR étant pris pour le sinus total, le côté RL = DZ sera la tangente de l'angle RDL que fait l'axe de la prouë avec la direction DL de toute l'impulsion horizontale que souffre la prouë; d'où il suit que nous pouvons trouver la tangente de cet angle par cette proportion;  $DR = \frac{n^4 m^2 g y^2 + 2 n^4 f^2 g y^2}{2 h^2 n^2 r + 2 h^2 f^2 r}$

est au sinus total  $n$  comme RL = DZ =  $\frac{n^5 m g y^2}{h^2 n^2 r + h^2 f^2 r}$  est à

$\frac{2 n^2 m}{m^2 + 2 f^2}$  pour la tangente de l'angle LDR que fait la direction de toute l'impulsion relative horizontale de l'eau avec l'axe de la prouë. Et si dans le triangle rectangle DLV nous prenons DL pour le sinus total, nous pourrions trouver l'angle VDL que fait la direction DV du choc total ou absolu avec l'horison par cette analogie, DL =

$\sqrt{DR^2 + RL^2} = \frac{n^4 g y^2 \sqrt{m^4 + 4 n^2 m^2 + 4 m^2 f^2 + 4 f^4}}{2 h^2 n^2 r + 2 h^2 f^2 r}$  est au si-



Fig. 15. nus total  $n$  comme  $LV = DS = \frac{3n^2f^2y^2 + n^2m^2y^2}{3b^2n^2f + 3b^2f^3}$  est à . .

$\frac{6n^2f^2r + 2n^2m^2r}{3fq\sqrt{m^4 + 4n^2m^2 + 4m^2f^2} + 4f^4}$  pour la tangente de l'angle VDL que fait avec l'horison la direction DH du choc absolu. Ainsi pour connoître entierement la situation des directions DL & DH, il ne nous reste plus qu'à connoître le point D dont elles partent.

Nous aurions recours pour cela à nos autres formules, mais nous sçavons d'ailleurs que les directions DL & DH prennent leur origine dans le cone en D sur l'axe, à la distance  $\frac{2n^2y + 2f^2y}{3nf}$  du sommet A. Car si on divise la superficie conique en une infinité de petits triangles comme EAP, qui ayent leur sommet en A & leur base sur la circonférence du demi cercle BED, chacun de ces triangles recevra une impulsion qui se réunira en Q au tiers EQ de sa hauteur EA, & dont la direction QF viendra rencontrer l'axe AC du cone au point D éloigné du sommet A de la distance  $\frac{2n^2y + 2f^2y}{3nf}$  comme on peut le vérifier aisement.

Mais puisque toutes les directions des autres petits triangles viennent se rendre au même point D, il est évident que la direction DH de l'impulsion absolüe doit y passer aussi; puisqu'elle est composée de toutes les directions particulieres des petits triangles.

4. Enfin comme la résolution précédente convient à tous les angles de dérive dont  $m$  est la tangente, pendant que  $n$  exprime le sinus total, il est clair qu'elle convient aussi au cas dans lequel il n'y a point de dérive ou dans lequel le Navire singe directement sur sa quille. Mais puisqu'alors  $m = 0$ , la tangente  $\frac{2n^2m}{m^2 + 2f^2}$  de l'angle LDR que fait la direction DL de l'impulsion horisontale avec l'axe de la prouë deviendra nulle, ce qui nous feroit connoître, si nous ne le sçavions pas déjà, que la direction DL tombe alors exactement sur l'axe de la prouë. D'un autre



côté la tangente  $\frac{6n^2f^2r + 2n^2m^2r}{3fq\sqrt{m^4 + 2n^2m^2 + 4m^2f^2} + 4f^4}$  de l'angle Fig. 15.

VDL que fait la direction DV du choc absolu de l'eau avec l'horison, se réduira à  $\frac{rn^2}{qf}$  ; ce qui nous montre qu'il n'y a qu'à multiplier le quarré du sinus total  $n$  par  $r = 100$  & diviser le produit par  $q = 157$  & par la tangente  $f$  de l'angle FAC que fait le côté du cone avec son axe, pour avoir la tangente  $\frac{rn^2}{qf}$  de l'angle que fait avec l'horison la direction du choc absolu de l'eau sur la prouë. Ainsi il sera très-facile dans la route directe de trouver la hauteur du point vélique ou du point de concours de la direction DH du choc absolu de l'eau & de la verticale du centre de gravité  $\gamma$  de la coupe du Navire faite à fleur d'eau. Car aussi-tôt que nous aurons déterminé, par les moyens ordinaires de la Statique, le centre de gravité  $\gamma$ , nous n'aurons qu'à faire cette analogie ; le sinus total  $n$  est à la tangente  $\frac{rn^2}{qf}$  de l'angle que fait la direction DH avec l'horison, comme la distance D $\gamma$  du point D au centre de gravité  $\gamma$  sera à la hauteur requise du point vélique.

## CHAPITRE IX.

*De la figure qu'on doit donner aux voiles, & de la hauteur qu'aura ensuite la Mâtüre.*

### I.

LE point vélique étant ainsi déterminé, il ne reste plus maintenant qu'à faire passer, selon la maxime de l'article V. du Chapitre VI. la direction de l'effort de la voile par ce point. C'est ce que nous pourrions exécuter en donnant quelle hauteur nous voudrions au Mât & en inclinant ensuite plus ou moins la voile par le moyen de



Fig. 15. la méthode que nous donnerons dans la seconde Section, pour faire passer la direction de l'effort du vent par le *point vélique*, lorsque ce point se trouve fort bas dans les routes obliques. Mais comme ce point a toujours une hauteur considérable dans la route directe, nous croyons qu'il est plus naturel de placer la voile verticalement; & de cette sorte, sa direction sera horizontale, & il faudra que son centre d'effort soit précisément à même hauteur que le *point vélique*. Si cependant il avoit été question de mâter, selon nos principes, l'Arche de Noé, ou les deux bâtimens qu'un certain Pierre Jansse de Horne fit construire sur les mêmes proportions, on n'eût pas pû mettre la voile dans une situation verticale; parce que comme la prouë de ces Navires n'avoit aucune saillie, la direction du choc de l'eau ne devoit pas s'élever en l'air en avançant vers la poupe, mais elle devoit être exactement horizontale: de sorte que le *point vélique* devoit se trouver dans le corps même du Navire, & il falloit nécessairement incliner la voile pour lui donner une disposition parfaite. Mais ce n'est pas la même chose dans tous nos Vaisseaux ordinaires: car leur prouë a une grande saillie, & le *point vélique* se trouvera toujours considérablement élevé.

## I I.

Quant à la figure que doivent avoir les voiles, il est clair qu'elles ne peuvent pas en avoir une plus simple ni une qui leur donne plus d'étendue que la rectangulaire. Et il seroit aussi très-facile de regler ensuite la hauteur des Mâts: car comme le centre d'effort d'une voile rectangulaire est précisément en son milieu, il n'y auroit qu'à faire la hauteur du Mât double de celle du *point vélique* ou double de la hauteur que doit avoir le centre d'effort de la voile. Mais il faut remarquer qu'on ne peut pas faire ainsi les voiles en rectangle: parce que si on les faisoit aussi larges par en bas que par en haut, elles sortiroient



du Navire des deux côtez d'une quantité trop considérable, & aussi-tôt que la mer seroit un peu agitée, elles seroient continuellement exposées par en bas au choc des vagues; ce qui ne pourroit pas manquer de causer différens accidens. C'est pourquoi nous ne nous proposons de donner aux voiles que la figure d'un exagone irrégulier CFLMKD [ Fig. 16. ] dont la partie supérieure FLMK fera un rectangle, & l'inférieure CFKD un trapeze beaucoup plus étroit par en bas que par en haut. Nous donnerons aux vergues FK & LM le plus de longueur qu'il nous sera possible: mais nous ne ferons la base CD que d'environ une fois & demie la largeur du Vaisseau, afin qu'elle ne déborde pas d'une trop grande quantité.

Fig. 16.

### III.

Les Marins prétendent qu'il est à propos de diminuer aussi la largeur des voiles par le sommet, afin de pouvoir élever ensuite davantage la Mât, & de profiter par cette élévation du vent qui est peut-être un peu plus rapide en haut. Mais plusieurs raisons nous empêchent d'entrer dans cette pensée. Il se pourroit bien qu'il n'y auroit sur la mer que fort peu de différence entre toutes les vitesses du vent: car ce ne doit pas être là tout-à-fait comme icy à terre où le vent rencontre en bas plusieurs obstacles qui peuvent interrompre son cours. Et d'ailleurs quand même la différence des vitesses du vent seroit tout-à-fait sensible, nous pourrions encore montrer qu'il y auroit du désavantage à retrécir les voiles par le sommet.

Nous n'avons, pour en convaincre le Lecteur, qu'à supposer qu'on élève la vergue LM jusqu'en  $f$ , mais qu'afin de faire en sorte que le centre d'effort N se trouve encore dans le même endroit, & réponde toujours exactement au point vélique, on raccourcisse cette vergue & on ne lui donne que la longueur  $lm$ . Notre voile qui avoit la surface CFLMKD aura ensuite la surface CFL $m$ KD & pen-



Fig. 16. dant que nous perdons par les côtes les deux triangles FLQ & KMP, nous acquerons par en haut le trapeze Q $\overline{lm}$ P. On voit aussi que les deux voiles auront une partie commune CFQPKD dont le centre d'effort sera en  $i$ , & que selon qu'on ajoutera à cette partie les deux triangles FLQ & KMP ou le trapex Q $\overline{lm}$ P, on formera l'une ou l'autre voile, & on fera monter le centre d'effort de  $i$  en N. Mais puisque la sûreté de la navigation exige que le centre d'effort des voiles soit toujours dans le même point N, il faut que le trapeze Q $\overline{lm}$ P fasse précisément le même effet par rapport au centre d'effort N que les deux triangles FLQ & KMP; c'est-à-dire, qu'il faut que l'impulsion que souffre le trapeze ait précisément le même moment que l'impulsion que souffrent les deux triangles ensemble: Car autrement le trapeze ne feroit pas monter le centre d'effort de  $i$  en N précisément de la même manière que les deux triangles. Mais cela supposé le trapeze Q $\overline{lm}$ P doit recevoir moins d'impulsion que les deux triangles FLQ, KMP joints ensemble; puisque ce trapeze est plus élevé au-dessus du centre N & que cependant il n'a que le même moment. Ainsi il est sensible que notre voile CFLMKD qui est composée de la partie CFQPKD & des deux triangles FLQ, KMP recevra toujours plus d'impulsion que la voile CF $\overline{lm}$ KD qui est formée de la partie CFQPKD & du trapeze Q $\overline{lm}$ P: & on voit donc qu'il n'est point à propos de retrécir les voiles par le sommet, quoi qu'on leur donne en même-tems plus d'élévation & qu'elles soient exposées, peut-être par le haut à un vent plus rapide. Car, encore une fois, aussi-tôt que leur centre d'effort sera précisément dans le même point N, on perdra toujours plus par le retranchement des deux triangles FLQ, KMP, ou par la diminution de la largeur, qu'on ne gagnera par l'addition du trapeze Q $\overline{lm}$ P, ou par l'augmentation de la hauteur. Il est clair qu'on pourra appliquer aussi le même raisonnement aux voiles qui n'auront point de vergues au milieu & qui n'auront la figure que d'un simple trapeze.



## IV.

Il suit de tout cela qu'on doit toujours, contre la pratique ordinaire des Marins, donner le plus de largeur qu'il est possible aux voiles par en haut; & qu'il suffit d'observer simplement de ne leur en pas donner une si grande, qu'on ait ensuite trop de peine à les orienter. Sans cela, nous pourrions augmenter leur largeur d'une quantité excessive: car nous pourrions le faire tant que la Mâtüre ne seroit pas capable de faire verser le Vaisseau par sa pesanteur. Mais, si nous ne pouvons pas pousser les choses si loin, parce que nous devons faire attention à la facilité de la manœuvre, & à la commodité des Matelots, nous avons toujours la liberté de faire une augmentation considérable & de rendre la Navigation beaucoup plus prompte. Ce ne sont pas de semblables raisons de convenance, qui ont empêché les Marins d'augmenter jusqu'icy la largeur de leurs voiles: ils ont été arrêtez par la vûe du péril auquel ils se seroient évidemment exposez. Cela est si vrai, que lorsqu'ils voyent qu'il n'y a rien à craindre, parce que le vent n'est pas trop fort; ils allongent leurs vergues avec des *boutes-hors*, & ils y appliquent de larges bandes de toile, qu'ils nomment des *bonnettes*. Ce n'est au surplus que par l'expérience qu'on peut découvrir jusqu'où on peut porter l'augmentation: Car cecy n'est pas susceptible d'une détermination exacte & géométrique. Mais nous pouvons toujours au moins, en attendant, faire nos vergues de quatre ou cinq fois la largeur du navire; ou les faire deux fois, ou deux fois & demie plus longues que les ordinaires.

On pourra peut-être encore rendre les voiles plus larges par en haut; & cela principalement lorsqu'on ne leur donnera que la figure d'un simple trapeze, & qu'on ne mettra point de vergue FK au milieu de leur hauteur. Il faut remarquer que nous n'avons pas les mêmes raisons



Fig. 16.

que les Marins de diviser nos voiles en plusieurs parties par différentes vergues. Les Marins ne partagent leurs voiles en trois; la *voile basse*, la *voile de hunier* & la *voile de perroquet* qu'afin d'avoir plus de facilité à en diminuer l'étendue, en serrant quelqu'une de ces parties, lorsque la force du vent augmente : Au lieu que la disposition parfaite que nous donnons à nos voiles, fait que nous les porterons toujours toutes hautes sans être obligé d'en changer si souvent l'étendue : & lorsque nous jugerons à propos de le faire, soit pour modérer la vitesse du sillage, soit pour quelqu'autre raison, nous ne changerons point leur hauteur, mais seulement leur largeur par tout proportionnellement; afin que leur centre d'effort reste toujours précisément dans le même endroit. C'est pourquoi nous ne mettrons de vergues au milieu de nos voiles que pour les soutenir & les empêcher de prendre une trop grande courbure : & toutes les fois que nous verrons qu'elles ne doivent pas avoir beaucoup de hauteur, nous ôterons cette vergue du milieu, & nous rendrons celle d'en haut plus longue.

## V.

Enfin lorsqu'on sera convenu de toutes les largeurs de la voile CFLMKD, il n'y aura pour achever d'en régler la disposition, qu'à chercher le rapport de la hauteur EN de son centre d'effort à sa hauteur entière ES. ( C'est ce qu'on pourra toujours faire assez aisément par les règles de la Statique : car comme la voile est sensiblement plane, son centre d'effort N ne diffère pas sensiblement du centre de gravité de sa surface CFLMKD. ) Et lorsqu'on saura le rapport de la hauteur EN à la hauteur ES, il n'y aura qu'à comparer le premier terme de ce rapport à la hauteur que doit avoir le centre d'effort ou à la hauteur du *point vélique*, & le second terme fera connoître la hauteur qu'il faudra donner à la voile. Ou pour trouver la



même chose par une méthode plus générale, on n'a qu'à Fig. 16.  
 exprimer la hauteur du centre d'effort de la voile en termes algébriques & en employant, comme cela est nécessaire la hauteur même de la voile, & si on fait ensuite une équation de cette expression & de la hauteur du point vélique, au-dessus du navire, il ne restera plus qu'à résoudre cette équation, en considérant la hauteur de la voile comme inconnue. Si on nomme, par exemple,  $h$  la hauteur du point vélique;  $a$  la longueur de la vergue inférieure CD, ou la largeur qu'on se propose de donner à la voile par en bas;  $c$  la longueur de la vergue FK que je suppose toujours située au milieu du Mât pour une plus grande facilité;  $e$  la longueur de la vergue supérieure LM, & enfin  $u$  la hauteur inconnue ES, que doit avoir le Mât. Il est facile de voir que la hauteur EN du centre d'effort

N de toute la surface CFLMKD est  $\frac{\frac{1}{2}a + c + \frac{1}{2}e}{a + 2c + e} \times u$ ; & puisqu'il est nécessaire pour que la Mâture soit bien disposée que cette hauteur soit égale à l'élevation  $h$  du point vélique au-dessus du navire, nous aurons l'équation. . .

$\frac{\frac{1}{2}a + c + \frac{1}{2}e}{a + 2c + e} \times u = h$ , dans laquelle il est facile de découvrir la hauteur  $u$  du Mât: il vient  $u = \frac{a + 2c + e}{\frac{1}{2}a + c + \frac{1}{2}e} \times h$ ; &

cette formule se réduit à cette autre  $u = \frac{a + 3c}{\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}e} \times h$

lorsque les deux vergues FK & LM sont égales comme dans notre Figure. De sorte que nous n'aurons alors qu'à faire cette analogie; la somme de la sixième partie de la base CD & des onze sixièmes de la largeur FK ou LM est à la somme de la base CD & du triple de la largeur FK ou LM comme la hauteur du point vélique au dessus du Navire, est à la hauteur ES qu'il faut donner au Mât. Et lorsqu'il n'y aura point de vergue au milieu du Mât & que la voile CLMD ne sera qu'un seul trapeze, la largeur  $c$  sera égale à  $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}e$ , & la formule générale  $u =$

$\frac{a + 2c + e}{\frac{1}{2}a + c + \frac{1}{2}e} \times h$  se réduira à  $u = \frac{3a + 3e}{a + 2e} \times h$ : d'où il suit

Règles pour trouver la hauteur de la Mâture lorsqu'on a découvert la hauteur du point vélique & qu'on est convenu des largeurs qu'on veut donner à la voile.



Fig. 16.

qu'il n'y aura qu'à faire cette proportion, la largeur  $CD$  de la voile par en bas, jointe avec le double de sa largeur  $LM$  par le sommet, est au triple de la somme des largeurs du bas & du sommet, comme la hauteur du point vélique au-dessus du Navire, sera à la hauteur  $ES$  qu'il faudra donner à la voile.

## VI.

Au surplus quoique la méthode précédente soit toujours assez exacte dans la pratique, il faut cependant convenir qu'elle ne l'est pas tout-à-fait, parce qu'il faudroit faire attention à l'impulsion que le vent fait sur la poupe, & ce seroit le centre de l'impulsion totale sur la poupe & sur la voile, qu'il faudroit faire répondre au point vélique. Ainsi le centre de l'effort particulier des voiles devroit être un peu plus haut que cy-devant, & il est clair encore qu'il faudroit que cet effort fût en équilibre avec celui de la poupe en dessus & en dessous du point vélique: car on sçait que l'action de deux forces ne se réunit dans un certain point que lorsqu'elles sont en équilibre de part & d'autre de ce point, ou que lorsque leurs momens sont parfaitement égaux. Or si nous conservons les mêmes dénominations que cy-dessus, nous aurons toujours  $\frac{\frac{1}{2}a + c + \frac{5}{6}e}{a + 2c + e} \times u$  pour la hauteur du centre d'effort de la voile au-dessus du Navire; & si nous en ôtons  $h$ , nous trouverons . . . . .  $\frac{\frac{1}{2}a + c + \frac{5}{6}e}{a + 2c + e} \times u - h$  pour la quantité dont le centre d'effort de la voile est au-dessus du point vélique: & il ne nous restera qu'à multiplier cette quantité par l'étendue  $\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}c + \frac{1}{4}e \times u$  de la voile pour avoir son moment  $\frac{1}{24}a + \frac{1}{4}c + \frac{5}{24}e \times u^2 - \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}c - \frac{1}{4}e \times hu$  par rapport au point vélique. D'un autre côté nous pouvons mesurer aisément l'étendue  $p^2$  de la partie  $AB$  de l'arrière du Navire qui est au-dessous de la voile, de même que la quantité  $q$  dont le centre d'ef-



fort de cette partie est au-dessous du *point vélique*, & ainsi nous pouvons regarder son moment  $p^2q$  comme connu. Il n'est pas nécessaire de nous mettre en peine de la partie de la poupe qui répond au-dessus de la base CD : car elle empêche que le vent ne frappe sur une portion de la voile, & elle ne fait précisément que réparer l'effet que feroit cette portion, si elle étoit exposée au choc du vent. Mais enfin, puisque le moment  $p^2q$  de la partie AB de la poupe doit être égal au moment  $\frac{1}{24}a + \frac{1}{4}c + \frac{5}{24}e Xu^2$  —  $\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}c - \frac{1}{4}e \times hu$  de la voile, pour que le centre de l'impulsion totale réponde exactement au *point vélique*, nous aurons l'équation du second degré  $\frac{1}{24}a + \frac{1}{4}c + \frac{5}{24}e Xu^2$  —  $\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}c - \frac{1}{4}e \times hu = p^2q$ ; & si on se donne la peine de la résoudre, on trouvera la formule générale  $u =$

$$\frac{\frac{1}{2}a + c + \frac{1}{2}e \times h + \sqrt{\frac{1}{2}a + c + \frac{1}{2}e^2 \times h^2 + \frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e \times 4p^2q}}{\frac{1}{2}a + c + \frac{5}{6}e} \text{ qui ex-}$$

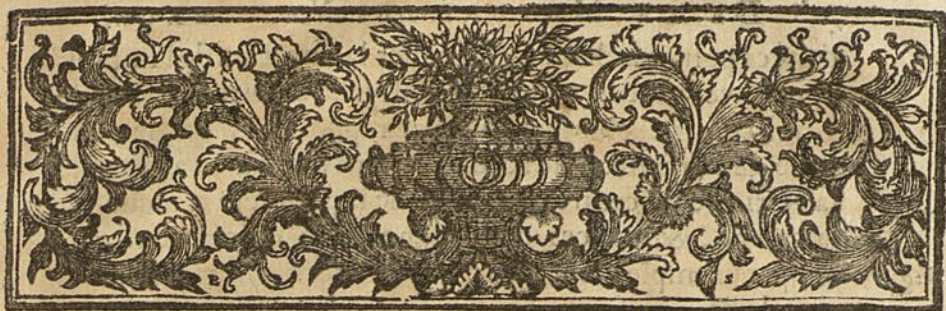
prime en grandeurs entièrement connues la hauteur  $u$  que doit avoir la Mât au-dessus du Navire, pour qu'elle soit tout-à-fait bien disposée, & pour que la direction de l'impulsion totale du vent passe tout-à-fait exactement par le *point vélique* :  $a, c$  &  $e$  sont les largeurs de la voile par en bas, par le milieu & par le haut;  $h$  est la hauteur du *point vélique* au-dessus du Vaisseau;  $p^2$  est la surface de la poupe, &  $q$  la quantité dont le centre d'effort de cette surface est au-dessous du *point vélique*.

*Fin de la premiere Section.*









# DE LA MÂT<sup>A</sup>TURE DES VAISSEAUX.



## SECONDE SECTION.

*Où l'on examine les conditions de la Mât<sup>A</sup>ture, parfaite  
dans les routes obliques.*

---

### CHAPITRE PREMIER.

*Moyens de rendre dans tous les Vaisseaux la Mât<sup>A</sup>ture à peu  
près parfaite pour les routes obliques.*

#### I.



L fera toujours facile de déterminer le *point*  
*vélique* dans la route directe; car la verticale  
du centre de gravité de la première tranche de  
la carene, & l'axe de l'impulsion de l'eau sur la  
prouë seront nécessairement dans un même  
plan, & leur intersection déterminera toujours sans diffi-



cultéce point par lequel doit passer la direction de l'impres-  
sion du vent sur la voile. Mais il peut arriver, lorsque le  
Navire single obliquement par rapport à sa quille, que  
l'axe de l'impulsion de l'eau passe en avant ou en arriere de  
la verticale du centre de gravité de la premiere tranche de  
la carene, & que ces deux lignes ne se rencontrent pas.

Fig. 17. Si, par exemple, le Navire de la Figure 17. reçoit de la  
part de l'eau en singlant obliquement, une impulsion dont  
l'axe ou la direction soit la ligne  $DH$ , & si le centre de gra-  
vité de la section de la carene faite à fleur d'eau est en  $\gamma$ ,  
il est constant que comme la direction  $DH$  du choc de  
l'eau & la verticale  $\gamma Q$  ne se coupent point, il sera im-  
possible ( d'une impossibilité Physique que nous ne pou-  
vons pas vaincre) de déterminer le *point vélique*; & ce-  
la non pas à cause de quelque deffaut de nôtre théorie,  
mais à cause de la disposition particulière du Vaisseau.  
C'est ce qui montre qu'il seroit à propos que le centre de  
gravité de la coupe du Navire faite à fleur d'eau, au lieu  
d'être en  $\gamma$ , fût en  $g$  sur l'axe  $Dg$  de l'impulsion relative  
de l'eau selon la tendance horisontale : c'est à quoy les  
Constructeurs pourroient faire attention dans la fabrique  
de leurs Vaisseaux.

## II.

Cependant s'il étoit permis d'incliner la voile & de la  
pancher du côté de la route, nous pourrions la disposer  
Fig. 18. de sorte que la direction  $IK$  [ Fig. 18. ] de l'effort du vent  
tomberoit exactement sur la direction  $DH$  du choc ab-  
solu de l'eau, & ensuite les impulsions du vent & de l'eau  
seroient non-seulement contraires dans le sens horisontal,  
mais elles le seroient aussi dans le vertical; & leur opposi-  
tion parfaite seroit cause qu'elles se détruiroient entié-  
ment, sans pouvoir former un effort mutuel vertical com-  
me à l'ordinaire : & ainsi le Navire n'étant tiré ni en haut  
ni en bas, n'enfonceroit toujours précisément que la mê-  
me



me partie de la carene dans l'eau, & navigeroit en conservant constamment sa situation horisontale, comme s'il étoit en repos dans le port même. Mais le plus souvent cette disposition de la voile ne seroit pas praticable. Car si la direction  $DH$  du choc de l'eau sur la prouë faisoit un grand angle avec l'horison, il faudroit beaucoup incliner la voile & la mettre presque horisontalement; & dans cette situation elle ne seroit poussée par le vent qu'avec très-peu de force, & elle ne seroit presque point marcher le Navire. D'un autre côté, si la direction  $DH$ , ne faisoit qu'un petit angle avec l'horison, il seroit encore fort difficile de donner une étendue un peu considérable à la voile, & de faire tomber en même-tems son effort directement sur  $DH$ . Enfin, si on peut incliner quelquefois la voile, il est certain que c'est dans un sens tout contraire à celui-cy. Car il faut icy mettre la base  $M$  de la voile hors du Navire du côté du vent & du côté que les vagues choquent avec le plus de force; & de cette sorte la voile doit être continuellement exposée aux coups de mer.

### III.

Mais quel parti prendrons-nous donc lorsque le centre de gravité de la coupe de la carene sera effectivement en  $\gamma$  hors de la direction  $Dg$  du choc relatif horisontal de l'eau? car quelque situation que nous donnions à la direction  $SI$  de la voile, la verticale qui sera la direction composée des impulsions du vent & de l'eau ne passera jamais par ce centre de gravité  $\gamma$  & par conséquent le Navire s'inclinera toujours. Sur cela nous ferons maintenant remarquer qu'entre toutes les dispositions de la voile, il y en a toujours quelqu'une qui altere moins la situation horisontale du Vaisseau, & qui par conséquent approche plus d'être parfaite. Supposé, par exemple, que dans la Figure 17. la direction de l'impulsion du vent soit  $SI$ ; la verticale  $VNT$  sur laquelle les chocs du vent & de l'eau se

Fig. 17.



Fig. 17.

réunissent & se composent, sera appliquée à une bien plus petite distance du centre de gravité  $\gamma$  que la verticale  $UNT$  sur laquelle se joindroient les chocs du vent & de l'eau, si la direction de la voile étoit  $SJ$ : d'où il suit que la première position du centre d'effort de la voile en l feroit beaucoup plus parfaite que la seconde où le centre d'effort feroit en  $J$  & qu'elle feroit beaucoup moins incliner le Vaisseau. Et si la coupe du Navire faite au raz de la mer, est un cercle dont  $\gamma$  est le centre, il est clair qu'il n'y aura qu'à abaisser de ce centre une perpendiculaire  $\gamma u$  sur l'axe de  $Dg$  de l'impulsion horizontale de l'eau; du point  $u$  élever une verticale  $un$  jusqu'à l'axe  $DH$  de l'impulsion absolue de l'eau, & ce sera par le point  $n$  qu'il faudra faire passer la direction de la voile pour lui donner la disposition la plus parfaite pour la route oblique. Car les verticales  $VT$  ou  $UT$  sur lesquelles les impulsions du vent & de l'eau se réuniroient dans toutes les autres dispositions, répondroient toujours à une plus grande distance du centre de gravité  $\gamma$ , que la verticale  $tnu$ .

## IV.

Dans les Vaisseaux ordinaires, la première tranche de la carene n'est pas un cercle, & ainsi il faudra élever la verticale  $ut$  de quelque point différent de  $u$ , parce que l'effet de la force composée verticale des chocs de l'eau & du vent, dépend non-seulement de la distance de la direction au centre  $\gamma$ , mais aussi du côté où répond cette direction, comme on l'a fait voir dans l'article II. du Chapitre V. de la Section précédente, en expliquant pourquoi les Navires s'inclinent avec plus de facilité des deux côtes de *tribord* & de *basbord* que dans le sens de la proue & de la poupe. Mais ce qui est icy principalement considérable, c'est que l'endroit duquel on doit élever la verticale pour découvrir le point vélique, sera toujours situé entre  $g$  &  $u$ ; de manière que le point vélique



ne doit jamais avoir moins de hauteur que  $gN$ , ni plus que  $un$ . Ainsi lorsque les hauteurs  $gN$  &  $un$  seront presque égales, ou ce qui est la même chose, lorsque  $g$  &  $u$  seront fort proche l'un de l'autre, (ce qui arrivera toutes les fois que la direction du choc horizontal de l'eau fera un grand angle avec la longueur du Navire) on pourra régler indifféremment la Mât sur  $gN$  ou  $un$ ; ou plutôt il n'y aura qu'à se servir toujours alors de  $gN$ , c'est-à-dire, qu'il n'y aura qu'à faire passer la direction SI de la voile par le point N de l'axe DH de l'impulsion de l'eau sur la proue, qui répond exactement au-dessus de la quille. Les impulsions du vent & de l'eau se réuniront ensuite sur la verticale VNT & tireront en haut suivant cette ligne: & comme après cela le Navire ne perdra sa situation horizontale que dans le sens de sa longueur en s'inclinant vers la proue ou vers la poupe, selon que la verticale  $gNT$  sur laquelle les chocs du vent & de l'eau se réunissent, sera appliquée en arrière ou en avant du centre de gravité  $\gamma$  de la coupe du Navire faite à fleur d'eau, on ne sera point exposé à tant de périls; parce qu'on n'y est sur tout exposé que lorsque le Navire s'incline de côté.

## V.

Enfin quelquefois le point  $g$  sera assez éloigné du centre de gravité  $\gamma$  de la coupe horizontale du Navire faite au raz de la mer, & le point  $u$  en sera fort proche; alors ce sera du point  $u$  qu'il faudra élever la verticale  $ut$  pour trouver le point *vélique*  $n$ : & cela pour deux raisons principales. 1°. Le point  $n$  se trouvera plus élevé que le point N, & il est avantageux que le point *vélique* ait une hauteur considérable, parce qu'on a ensuite la liberté de donner à la voile un plus grand nombre de situations & qu'on peut augmenter plus facilement son étendue. 2°. Comme le point  $u$  est selon la supposition fort pro-



che du centre  $\gamma$ , la verticale *unt* suivant laquelle les impulsions du vent sur la voile & de l'eau sur la prouë doivent agir de concert, se trouvera appliquée à très-peu de distance du centre  $\gamma$ ; il s'en faudra par conséquent fort peu qu'il n'y ait équilibre entre l'effort composé de ces impulsions & la poussée verticale de l'eau; & ainsi le Navire ne s'inclinera pas considérablement

## CHAPITRE II.

*Trouver la disposition de la voile qui approche le plus de la perfection pour une route oblique proposée.*

### I.

**C**ependant on peut toujours trouver exactement la disposition de la voile qui approche le plus d'être parfaite, c'est-à-dire, la disposition qui produit la moindre inclinaison dans le Vaisseau. Afin d'en expliquer plus sensiblement la méthode, proposons-nous un Navire dont la coupe faite au raz de la mer, lorsqu'il flotte librement par sa seule pesanteur, soit une ellipse AXBZ [Fig. 19.] DH est la direction du choc absolu de l'eau sur la prouë & sur le flanc du Navire, & DL la direction du choc relatif de l'eau selon le sens horizontal. *axbz* est la coupe du même Navire faite au raz de la mer lorsqu'il est tiré en l'air par l'effort composé des chocs du vent & de l'eau. Le solide *AxBz* compris entre les deux plans AXBZ & *axbz* représente la partie non-submergée de la carene; partie qu'on peut regarder comme cylindrique, puisqu'il ne s'agit icy que des plus petites inclinaisons du Navire & que la carene ne diminue pas considérablement de grosseur dans une hauteur de 10 à 12 pouces. Cette partie non-submergée seroit partout de même épaisseur si le Navire avoit conservé sa situation horizontale; mais les



deux plans  $AXBZ$  &  $axbz$  au lieu d'être parallèles vont se rencontrer dans une ligne  $OK$  qui leur sert de commune section ; & si des centres de gravité  $G$  &  $g$  des deux plans  $AXBZ$  &  $axbz$ , on abaisse des perpendiculaires  $GK$  &  $gK$  sur la commune section  $OK$ , l'angle  $GKg$  fera l'angle que feront les plans des deux ellipses & marquera l'inclinaison du Vaisseau. Ainsi le problème se réduit à trouver les angles  $GKg$  que produisent toutes les dispositions de la voile & à choisir le plus petit ; ou bien nous n'avons qu'à chercher l'expression générale des côtes  $GK$  ou  $gK$  & en prendre ensuite le *plus grand* : parce que plus les deux côtes  $GK$  ou  $gK$  d'un angle  $GKg$  reçoivent d'augmentation, pendant que sa base  $Gg$  qui est l'épaisseur du solide  $AxBz$  mesurée entre les centres  $G$  &  $g$ , reste la même, plus cet angle devient petit. Il est certain que la partie non-submergée  $AxBz$  conserve toujours vis-à-vis des centres  $G$  &  $g$  la même épaisseur que si le Navire ne perdoit pas sa situation horizontale : car quelque situation que prenne le Vaisseau, il faut que la partie non-submergée de la carene soit toujours d'une même solidité, puisque l'effort composé des impulsions du vent & de l'eau, tire toujours en haut avec la même force absolue ; & on démontre en Statique que pour qu'une tranche de prisme ou de cylindre telle que l'est à peu près  $AxBz$ , soit toujours d'une égale solidité, il faut que la distance  $Gg$  comprise entre les centres de gravité  $G$  &  $g$  de ses deux bases  $AXBZ$  &  $axbz$ , soit toujours la même.

Fig. 19.

## I I.

J'appelle *2a* le grand axe  $AB$  de l'ellipse  $AXBZ$ , qui fait la longueur du Navire à prendre au raz de l'eau ; & *2p* le paramètre de ce diamètre. Je nomme *b* la partie connue  $FG$  du grand axe, interceptée entre le centre  $G$  & la direction horizontale  $DL$  du choc de l'eau ; & *c* la partie aussi connue  $GL$  du petit axe, interceptée entre le cen-



Fig. 19. tre G & la même direction DL. Je prends ensuite à volonté sur la direction DL un point V duquel j'éleve une verticale VT. Je fais passer par ce point V, un diamètre SP & des points V & P j'abaisse des perpendiculaires V $\omega$  & PI à AB; & je désigne GI par  $x$ , PI par  $y$  & VG par  $z$ . Ces trois valeurs  $x$ ,  $y$ , &  $z$  sont indéterminées ou variables, afin de convenir à tous les points V de la direction DL desquels on peut élever la verticale VT, pour découvrir le point vélique N. Mais ces trois variables  $x$ ,  $y$ , &  $z$  se réduisent d'abord à deux, parce qu'on peut trouver la valeur de  $z$  en  $x$  & en  $y$  d'une manière qui convienne généralement aux coupes comme AXBZ de toutes sortes de figures. Par la comparaison des triangles semblables PIG, V $\omega$ G, nous avons les deux proportions suivantes;  $GP = \sqrt{GI^2 + IP^2} = \sqrt{x^2 + y^2} \mid IP = y \mid VG = z$   
 $\mid V\omega = \frac{yz}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \& GP = \sqrt{x^2 + y^2} \mid GI = x \mid VG = z$   
 $\mid \omega G = \frac{xz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ . Et les deux triangles semblables LFG, VF $\omega$  nous donnent cette autre proportion,  $FG = b \mid GL = c \mid F\omega = FG - \omega G = b - \frac{xz}{\sqrt{x^2 + y^2}} \mid V\omega = \frac{yz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ , dont nous tirons  $\frac{byz}{\sqrt{x^2 + y^2}} = bc - \frac{cxz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$  qui se réduit à  $byz + cxz = bc\sqrt{x^2 + y^2}$  & à  $z = \frac{bc\sqrt{x^2 + y^2}}{by + cx}$ . C'est pourquoi nous continuerons de marquer GI par  $x$ , & IP par  $y$ ; mais au lieu de marquer VG par  $z$ , nous le ferons par  $\frac{bc\sqrt{x^2 + y^2}}{by + cx}$ .

## III.

Je considère maintenant que lorsque la direction de la voile passera par le point N, les impulsions du vent sur la voile & de l'eau sur la proue se réuniront dans la verticale VNT & tendront à faire incliner le Navire en le tirant



en haut selon cette verticale, jusqu'à ce qu'il y ait équilibre de part & d'autre du centre de gravité du Navire entre leur effort composé & la poussée verticale de l'eau qui agit dans le centre de gravité de la partie submergée. Or cet équilibre ne se trouve que lorsque le centre de gravité  $\gamma$  de la partie non-submergée  $AxBz$  de la carene, sera venu se placer dans la verticale VNT : car ce que nous avons dit de cet équilibre dans les Articles II. & III. du Chapitre V. de l'autre Section, en parlant des Vaisseaux situés horizontalement, a lieu dans les Vaisseaux qui ne sont que fort peu inclinés : & cela parce que le centre de gravité d'un Navire incliné de la sorte, répond encore à peu près au-dessus ou au-dessous du centre de gravité de la carene.

Il s'ensuit de-là que, pour découvrir l'inclinaison que doit produire dans le Navire l'effort composé des impulsions du vent & de l'eau qui tire en haut selon chaque verticale VT, nous n'avons qu'à chercher à quelle distance GM ou GK les plans  $AXBZ$  &  $axbz$  se rencontrent, lorsque le centre de gravité  $\gamma$  du solide  $AxBz$  se trouve dans chaque verticale VT. Pour cela on appellera  $u$  la distance GM, & on cherchera d'abord par les méthodes que fournit la Statique, en feignant que  $u$  est connue, combien le centre de gravité  $\gamma$  de la partie non-submergée  $AxBz$  est au-delà de G. La valeur  $G\gamma$  renfermera certainement quelque puissance de  $u$  & si on forme ensuite une équation dans laquelle cette valeur  $G\gamma$  soit un des

membres & de la distance  $GV = \frac{bc\sqrt{x^2 + y^2}}{by + cx}$  l'autre membre à cause que le centre de gravité  $\gamma$  doit répondre sous la verticale VT pour que le Navire ne change point d'état, il sera facile de trouver la valeur de  $u$ , en résolvant l'équation. Il faut remarquer que le centre de gravité  $\gamma$  n'est presque jamais placé sous la ligne GK, quoique cette ligne soit perpendiculaire à la commune Section KO des plans  $AXBZ$  &  $axbz$ ; car cette ligne ne divise pas



Fig. 19. par la moitié les petits rectangles verticaux tels que  $XZzx$  qui sont parallèles à la commune Section  $KO$ , & qui servent d'éléments au solide  $AxBz$ . Ici, par exemple, où la coupe  $AXBZ$  est une ellipse, & où  $XZ$  est un diamètre parallèle à  $KO$  ou perpendiculaire à  $GK$ , c'est le diamètre  $SP$  conjugué de  $XZ$  qui partage par la moitié tous ces rectangles élémentaires, & c'est par conséquent sous ce diamètre que doit être situé le centre de gravité  $\gamma$ . Mais cherchant enfin la distance  $G\gamma$  par rapport à  $GM = u$ , on trouve  $G\gamma = \frac{\overline{GP}^2}{4 \times u}$  ou  $\frac{x^2 + y^2}{4u}$  par la substitution de  $x^2 + y^2$  à la place  $\overline{GP}^2$ . Et l'équation indiquée cy dessus de  $G\gamma = \frac{x^2 + y^2}{4u}$  & de  $VG = \frac{bc\sqrt{x^2 + y^2}}{by + cx}$ , est  $\frac{x^2 + y^2}{4 \times u} = \frac{bc\sqrt{x^2 + y^2}}{by + cx}$ ; de laquelle on peut deduire  $u = \frac{\sqrt{x^2 + y^2} \times cx + by}{4bc}$ .

## IV.

Ayant ainsi déterminé la valeur de  $u = GM$ , il nous faut chercher la raison de  $GM$  à  $GK$ , afin de pouvoir trouver  $GK$ . Il est sensible que cette raison doit dépendre de la figure de la coupe  $AXBZ$  & qu'il sera toujours possible de la découvrir par l'examen qu'on fera de cette figure. Pour icy nous menerons par le point  $P$  la ligne  $RQ$  parallèlement à la commune Section  $KO$  des deux coupes  $AXBZ$  &  $axbz$ ; cette ligne  $RQ$  sera tangente à l'ellipse  $AXBZ$ , puisqu'elle sera parallèle au diamètre  $XZ$  conjugué de  $SP$ ; & comme le rapport de  $GM$  à  $GK$  sera le même que celui de  $GP (= \sqrt{x^2 + y^2})$  à  $GR$ , il est évident que nous n'avons qu'à chercher  $GR$ . Or c'est une propriété de l'ellipse que  $\parallel GI = x \mid GB = a \mid GQ = \frac{a^2}{x}$ . Ainsi  $IQ = GQ - GI = \frac{a^2 - x^2}{x}$ ; & puisque le triangle  $PIQ$  est rectangle, son hypoténuse  $PQ$  doit être  $= \frac{\sqrt{4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}}{x^2} = \sqrt{IQ^2 + IP^2}$ . Et enfin à cause



se des triangles PQI, GQR, qui sont semblables (puif-  
qu'ils ont un angle commun Q, & qu'ils sont outre cela  
rectangles; le triangle PQI en I, parce que l'ordonnée PI  
est perpendiculaire au grand axe AB, & le triangle GQR  
en R, parce que la tangente QR est parallèle au diame-  
tre ZX qui est perpendiculaire à GK) nous avons la pro-

$$\text{portion } PQ = \frac{\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}}{x} \quad | \quad PI = y \quad | \quad GQ =$$

$$\frac{a^2}{x} \quad | \quad GR = \frac{a^2y}{\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}}; \text{ ensuite de quoi la pro-}$$

$$\text{portion } GP = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}} \quad | \quad GR = \frac{a^2y}{\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}} \quad |$$

$$GM = \frac{by + cx \sqrt{x^2 + y^2}}{4bc} \quad | \quad GK, \text{ nous donne } . . . . .$$

$$\frac{a^2by^2 + a^2cxy}{4b\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}} \text{ pour la distance requise GK du}$$

centre G, à la commune Section KO des plans des deux  
coupes AXBZ & axbz.

## V.

Dans cette valeur de GK il y a deux variables  $x$  &  $y$ ;  
mais puisque nous en sçavons le rapport par l'équation

$$\frac{a}{p} y^2 = a^2 - x^2 \text{ qui exprime la nature de l'ellipse, nous}$$

n'avons qu'à substituer  $pa - \frac{px^2}{a}$  à  $y^2$ , & la valeur dont il

s'agit ne contiendra plus que  $x$  de seule variable. Il vient

$$\frac{a^3bp - abpx^2 + a^2cx\sqrt{ap - \frac{p}{a}x^2}}{4bc\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + apx^2 + x^4 - \frac{p}{a}x^4}} \text{ qui est donc l'expression}$$

$$\text{générale de GK, \& qui marque à quelle distance du centre}$$

G, les plans des deux ellipses AXBZ, axbz vont se rencon-

trer. C'est pourquoi il ne reste plus qu'à faire un *maximum*

de cette expression; puisque, comme nous l'avons déjà

dit, plus les plans des deux ellipses iront se rencontrer en

OK à une grande distance GK du centre G, plus l'angle



Fig. 19. GKg fera petit de même que l'inclinaison du Navire. Je

prends donc la différentielle de  $\frac{a^3bp - abpx^2 + a^2cx\sqrt{ap} - \frac{p}{a}x^2}{4bc\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4} - \frac{p}{a}x^4}$

& l'égalant à zéro, je trouve après quelque réduction  $x = \sqrt{\frac{a^3c^2}{a^3c^2 + b^2p^3}}$ , ce qui fait voir que l'ordonnée PI doit

être éloignée du centre G de la distance  $GI = \sqrt{\frac{a^3c^2}{a^3c^2 + b^2p^3}}$ .

On conduira ensuite de l'extrémité P de cette ordonnée le diamètre PS; & si du point V où ce diamètre coupe la direction horizontale DL du choc de l'eau, on élève la verticale VT, cette verticale déterminera par son concours avec l'axe DH du choc absolu de l'eau, le point vélique N par lequel il faudra faire passer la direction de la voile.

## VI.

On voit assez que la méthode qu'on vient de suivre pourra s'appliquer à toutes sortes de figures, & qu'on trouvera toujours par la même voye la situation de la voile qui fera le moins incliner le Vaisseau. Mais comme il pourroit arriver que cette disposition qui approche le plus de la perfection seroit encore trop imparfaite pour qu'on pût s'en servir avec confiance, il faudra examiner de combien elle pourra faire pancher le Navire. Il n'y aura pour cela qu'à introduire les valeurs de  $x$  & de  $y$  dans l'expression

$\frac{a^2by^2 + a^2c^2yx}{4bc\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4} + y^2x^2}$  de la distance GK du point G à la ligne de rencontre KO des deux coupes AXBZ,  $axbz$ ; & si cette distance GK se trouve de plus de 10 ou 12 pieds, la disposition de la Mâtüre aura autant de perfection qu'il est nécessaire dans la pratique: car comme Gg n'est que de 3 ou 4 pouces lorsque le vent souffle avec le plus de force, l'angle GKg de la plus grande inclinaison du Navire ne fera que d'un ou deux degrez. Lorsqu'on déterminera



le *point vélique* par les règles du Chapitre précédent, on pourra trouver de la même manière jusqu'où doit aller

Fig. 19.

l'inclinaison : car l'expression  $\frac{a^2by^2 + a^2cyx}{4b\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + y^2x^2}}$  est générale & designe la distance GK à laquelle les plans des deux ellipses ABXZ, *axbz* vont se rencontrer pour tous les divers points V de la ligne DL, desquels on peut élever la verticale VNT. Mais pour juger plus aisément de l'inclinaison du Navire, nous n'avons qu'à nous servir immédiatement de l'équation  $G\gamma = \frac{\overline{GP}^2}{4 \times GM}$  qui marque la

relation de la distance GM à la quantité  $G\gamma$  dont le centre de gravité  $\gamma$  de la partie non-submergée *AxBz* de la carene est éloigné du point G. Nous regarderons  $G\gamma$  comme connue, parce que le centre de gravité  $\gamma$  doit répondre sous la verticale VNT ; & si nous cherchons GM, il nous

viendra  $GM = \frac{\overline{GP}^2}{4 \times G\gamma}$  : desorte qu'il suffit de diviser le carré de la moitié du diamètre PS sur lequel se trouve le point V, par le quadruple de la distance de ce point ou du centre de gravité  $\gamma$  au point G, & on aura la distance GM à laquelle les deux ellipses vont se rencontrer sur le diamètre SP. Si le point V est, par exemple, éloigné du point G de trois pieds, & que le demi diamètre GP soit de 16 pieds, on trouvera que GM est de  $21 \frac{1}{3}$  pieds ; & il fera ensuite facile de voir, même sans calcul, si la distance GK est assez grande pour rendre l'inclinaison du Navire insensible. Il faut remarquer de plus qu'on peut appliquer

la formule même  $GM = \frac{\overline{GP}^2}{4 \times G\gamma}$  à la plupart des Navires, parce que si la figure de leur coupe faite à fleur d'eau n'est pas tout-à-fait elliptique, elle n'en diffère pas ordinairement assez, pour qu'il y ait beaucoup de différence dans le centre de gravité  $\gamma$  du solide *AxBz*. Or nous ne doutons point qu'on ne trouve toujours de cette sorte que le *point vélique* que nous venons de déterminer, est suffisam-



ment bon , & qu'on peut même aussi se servir avec sûreté dans tous les Vaisseaux ordinaires , des autres *points véliques* que nous avons indiquez dans le Chapitre précédent.

### CHAPITRE III.

*Où l'on montre l'endroit où il faudroit appliquer le Mât si on n'en donnoit qu'un seul à chaque Vaisseau ; & l'on explique deux manières de faire passer dans les routes obliques , la direction de la voile par le point vélique.*

#### I.

Fig. 17.

**L**orsqu'on considère le Vaisseau dans la route directe , il paroît indifférent en quel endroit de la quille planter le Mât : car la voile peut être plus ou moins avancée vers la prouë , & que sa direction passe toujours exactement par le *point vélique*. Mais en considérant un Navire lorsqu'il suit une route oblique , on voit évidemment qu'en quelqu'endroit de la direction DH du choc de l'eau on suppose le *point vélique* , il faut toujours mettre le Mât dans l'endroit où la direction relative horisontale du choc de l'eau coupe la quille. S'il s'agit , par exemple , du Navire de la Figure 17 , il faudra arborer son Mât en g , à moins qu'on ne veuille donner à ce Navire une voile comme celle qui est représentée dans cette Figure : Mais cette voile ne seroit point propre pour la route directe. C'est Monsieur ( Jean ) Bernoulli qui a le premier reconnu la véritable place du Mât , comme on le peut voir dans son excellent *Essai de manœuvre* : mais notre théorie nous fait aussi découvrir la même chose. Il est clair qu'il faut que le Mât soit planté en g pour que la direction de l'impulsion du vent se trouve exactement dans le même plan vertical que la direction du choc de l'eau sur la prouë ; &



c'est une nécessité que ces deux directions soient exactement dans un même plan vertical, afin que des deux impulsions, il puisse résulter un effort composé vertical, & que le Navire étant tiré exactement en haut, il puisse suivre constamment la même route.

## II.

Quant à la manière de faire passer ensuite la direction de la voile par le *point vélique*, nous pouvons le faire de deux façons différentes. Nous n'avons d'abord qu'à laisser toujours la voile dans sa situation verticale, mais diminuer sa hauteur jusqu'à ce que son centre d'effort se trouve vis-à-vis du *point vélique*.  $a$  exprimant la largeur de la voile par en bas comme dans le Chapitre IX. de l'autre Section;  $c$  la largeur de la voile par le milieu, &  $e$  la largeur par en haut, son centre d'effort sera toujours situé à la même partie de sa hauteur, & il n'y aura qu'à faire cette analogie,  $\frac{1}{6}a + c + \frac{1}{6}e$  est à la hauteur du point vélique  $n$ , vis-à-vis duquel le centre d'effort de la voile doit répondre, comme  $a + 2c + e$  sera à la hauteur qu'il faudra donner à la voile. Et supposé que le Navire prenne une route plus ou moins oblique & que le *point vélique*  $n$  monte ou descende, il n'y aura qu'à répéter l'analogie précédente; ou ce qui est la même chose, il n'y aura qu'à se servir toujours de la formule  $n = \frac{a + 2c + e}{\frac{1}{6}a + c + \frac{1}{6}e} \times h$ , en mettant à la place de  $h$  la hauteur qu'aura actuellement le *point vélique* au-dessus du Navire, & on trouvera la hauteur  $n$  qu'il faudra donner à la voile. On pourroit ici faire attention à l'impulsion du vent sur le corps du Navire; mais la grandeur que nous donnons à nos voiles, fait que nous pouvons négliger cette impulsion & la regarder comme insensible.



## III.

Fig. 20.

Nous nous servirons le plus souvent de la méthode précédente de disposer la voile, parce qu'elle est très-simple & très-commode. Mais si le *point vélique* se trouvoit tout-à-fait bas, comme cela peut arriver dans certains Vaisseaux lorsqu'ils singlent fort obliquement par rapport à leur quille, on ne pourra pas alors se servir de la disposition précédente, parce que la voile auroit trop peu d'étendue, & il faudra absolument avoir recours à la seconde disposition que nous allons expliquer. C'est de conserver à la voile sa même hauteur, de lui donner toujours, si on veut, toute la hauteur qu'elle auroit dans la route directe, mais de l'incliner plus ou moins, selon que le *point vélique* sera plus ou moins bas. C'est ce que nous avons représenté dans la Figure 20, où DH est la direction du choc absolu de l'eau sur la proue, & n le *point vélique* que nous avons déterminé en abaissant du centre de gravité  $\gamma$  de la coupe horizontale du Navire faite au raz de la mer la perpendiculaire  $\gamma n$  sur la direction Du choc relatif horizontal de l'eau, & en élevant du point n la verticale un. On voit que la direction nIK de la voile répond exactement au-dessus de Du, & qu'elle passe par le *point vélique* n, quoique ce point soit assez bas, & qu'on se serve de toute la hauteur du Mât. Mais pour que la voile puisse descendre depuis le sommet T jusqu'à la pièce de bois VO qui est horizontale, & qui est appuyée sur le Navire, il faut qu'on puisse l'étendre à mesure qu'on l'incline; puisque la distance TL devient de plus grande en plus grande. C'est pourquoi la voile APRB doit être beaucoup plus haute que ne l'exige la hauteur verticale VT; & lorsqu'on voudra la placer verticalement, il faudra envelopper l'excès de sa hauteur & le plier contre une des vergues, à peu près de la même manière que les Marins font certains plis à leurs voiles, qui en diminuent l'étendue lorsque le



vent devient trop rapide, & qu'ils ont lieu de craindre une trop forte impulsion. On doit encore remarquer que comme la vergue EF lorsqu'il y en aura une au milieu de la voile, ne pourra pas être arrêtée contre le Mât, & qu'elle en doit être plus ou moins éloignée, selon que la voile sera plus ou moins inclinée, il sera nécessaire de mettre au dessous une pièce de bois MS pour la soutenir. Cette pièce de bois sera arrêtée par une extrémité contre le Mât, & soutenuë par l'autre par quelque cordage QM. On aura encore besoin de plusieurs autres manœuvres dont nous abandonnons la disposition à la prudence & à l'expérience des Marins; il faudra, par exemple, trouver le moyen de donner facilement différentes situations aux pièces de bois VO & SM par rapport à la quille, & il faudra aussi des cordages pour mouvoir les vergues EF & AB le long de ces pièces de bois.

Mais pour montrer comment on inclinera donc la voile, de manière que sa direction  $nIK$  passe effectivement par le *point vélique*  $n$ ; nous ferons d'abord remarquer que comme cette direction  $nIK$  est exactement perpendiculaire à la voile, parce qu'un fluide qui choque une surface la pousse toujours perpendiculairement, le centre d'effort I doit être sur la circonférence d'un demi cercle qui auroit pour diamètre une ligne tirée du haut du Mât au *point vélique*  $n$ . Ainsi dans la Figure 21 où VT est le Mât &  $n$  le *point vélique*, nous n'avons qu'à conduire la ligne  $Tn$ , & traçant sur cette ligne comme diamètre le demi cercle  $TIYn$ , ce demi cercle sera un lieu géométrique sur lequel doit se trouver nécessairement le centre d'effort I de la voile TIL; puisque sans cela l'angle  $TIn$  formé par la voile & par sa direction  $nIK$  ne seroit pas droit. Mais si nous considérons de plus, qu'en conduisant du centre d'effort I, la ligne horizontale IS jusqu'à la rencontre du Mât, cette ligne doit partager la hauteur VT du Mât en même raison que la hauteur inclinée LT de la voile, nous concluërons que VS est à VT dans le rap-

Fig. 21.



Fig. 21

port de  $\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e$  à  $a + 2c + e$ . Ainsi rien ne sera plus facile que de tracer la ligne droite SI qui est le *second lieu* sur lequel le centre d'effort I doit encore se trouver. Il n'y aura qu'à faire cette proportion ;  $a + 2c + e$  est à  $\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e$ , comme la hauteur VT du Mât est à VS : & conduisant ensuite du point S, la ligne horizontale SI, cette ligne déterminera en I sur le demi cercle TIY*n*, l'endroit où on doit mettre le centre d'effort I. De sorte qu'il ne restera plus qu'à faire passer la voile par ce point, & à l'étendre depuis le sommet T du Mât jusqu'à la ligne horizontale VL.

On pourra tracer une figure dans laquelle on exécutera en petit la construction précédente, & il sera facile de voir sur cette figure la hauteur inclinée de la voile, & la distance de sa base au pied du Mât. Mais si on veut pour une plus grande exactitude trouver les mêmes choses par le calcul, on n'a qu'à du point *vélique* *n* abaisser par la pensée la perpendiculaire *nY* sur le Mât ; du centre C du demi cercle TIY*n* tirer la perpendiculaire CW sur *nY*, & reprojeter IS jusqu'en X. Si on désigne ensuite la hauteur VT du Mât par la lettre *b*, la hauteur *un* du point *vélique* *n* par *h*, la quantité V*n* ou Y*n* dont le point *vélique* est éloigné du Mât par *f*, & le rapport connu de LI à LT ou de VS à VT par les lettres *p* & *q* ; on aura  $YT = VT - VY = b - h$ ,  $WC = \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}h$ , puisque WC doit être la moitié de YT de même que W*n* l'est de Y*n* = *f* : & considérant que le triangle CW*n* est rectangle en W & que C*n* en est l'hypoténuse, on aura  $Cn = \sqrt{WC^2 + Wn^2} = \sqrt{\frac{1}{4}b^2 - \frac{1}{2}bh + \frac{1}{4}h^2 + \frac{1}{4}f^2}$ . De plus si nous cherchons VS par cette proportion,  $q \mid p \parallel VT = b \mid \frac{p}{q}b$ , & que de  $VS = \frac{p}{q}b$  nous en ôtions  $VY = un = h$ , il nous viendra YS ou WX =  $\frac{p}{q}b - h$ , & retranchant WX de WC =  $\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}h$  nous aurons  $XC = \frac{\frac{1}{2}qb + \frac{1}{2}qh - pb}{q}$ . Ainsi

dans



dans le triangle rectangle CXI nous connoissons deux cô- Fig. 21.  
 tez XC & IC, puisque  $XC = \frac{\frac{1}{2}qb + \frac{1}{2}qb - pb}{q}$  & que IC

$= Cn, = \sqrt{\frac{1}{4}b^2 - \frac{1}{2}bh + \frac{1}{4}h^2 + \frac{1}{4}f^2}$ : Nous trouverons  
 donc aisément le troisième côté  $IX = \sqrt{CI^2 - CX^2} =$   
 $\sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2 - q^2bh + pqb^2 + pqbh - p^2b^2}$  & si de IX nous en retran-

chons SX qui est égale à  $YW = \frac{1}{2}f$ , il nous restera IS  
 $= -\frac{1}{2}f + \sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2 - q^2bh + pqb^2 + pqbh - p^2b^2}$ . Ensuite de

quoi nous n'aurons plus qu'à faire cette proportion qui  
 est fondée sur la ressemblance des triangles IST & LVT;

$ST = VT - VS = b - \frac{pb}{q} \mid IS = -\frac{1}{2}f + \dots$   
 $\sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2 - q^2bh} + \&c. \parallel VT = b \mid LV, \& \text{ nous trou-}$   
 verons  $LV = -\frac{1}{2}qf + \sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2 - q^2bh + pqb^2 + pqbh - p^2b^2}$ ,

*formule* par le moyen de laquelle on sçaura combien il faut  
 incliner la voile, ou combien il faut l'éloigner par en bas  
 du pied du Mât. Et, ajoutant le carré de LV avec  
 celui de VT & prenant la racine quarrée de la somme,  
 nous verrons après quelques réductions que la hauteur in-  
 clinée LT de la voile doit être égale à .....

$\sqrt{q^2 - q^2 \times b^2 - \frac{1}{2}bh + \frac{1}{2}q^2f^2 - qf\sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2 - q^2 + pq \times bh + pq - p^2 \times b^2}}$

Ainsi lorsque nous aurons déjà déterminé la hauteur  $b$   
 du Mât, qui est égale à la hauteur de la voile dans la route  
 directe, & qu'il sera question de régler l'inclinaison de la  
 voile pour une route oblique proposée; nous n'aurons qu'à  
 chercher le point vélique  $n$  qui convient à cette route, & au-  
 si-tôt que nous aurons trouvé sa hauteur  $un = b$  & sa distance  
 $Vu = f$  au Mât, nous aurons en termes entièrement con-

nus la quantité  $VL = -\frac{1}{2}qf + \sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2 - q^2 + pq \times bh + pq - p^2 \times b^2}$

dont la voile doit être éloignée par en bas du pied du Mât  
 pour que sa direction  $nK$  passe par le point vélique; &



Fig. 21.

nous connoîtrons aussi la hauteur LT

$$\sqrt{q^2 - q^2 \times b^2 - bh + \frac{1}{2}q^2 f^2 - qf \sqrt{\frac{1}{2}q^2 f^2 - q^2 + pq \times bh + pq - p^2 \times b^2}} \\ q - p$$

qu'on sera obligé de lui donner en même-tems à cause de son inclinaison. Mais pour rendre les formules précédentes beaucoup plus simples, nous n'avons qu'à considérer que comme les quantitez  $q$  &  $p$  ne sont point absolües, & qu'elles ne font qu'exprimer le rapport de la hauteur de la voile à la hauteur de son centre d'effort, on peut les supposer de quelle grandeur on voudra, pourvû qu'on n'altère point la raison qui est entr'elles. Or si on fait  $q$  égale à la hauteur  $b$  du Mât,  $p$  sera égale à l'élevation qu'avoit le point *vélique* dans la route directe. Ainsi nommant  $H$  cette élévation, nous pourrons substituer  $b$  &  $H$ , à la place de  $q$  & de  $p$ , dans les valeurs de VL & de LT. Nous trouverons

$$VL = b \times \frac{-\frac{1}{2}f + \sqrt{\frac{1}{4}f^2 + b - H \times H - b}}{b - H}, \text{ \& LT =}$$

$$b \times \frac{\sqrt{b - H \times b - b + \frac{1}{2}f^2 - f \sqrt{\frac{1}{4}f^2 + b - H \times H - b}}}{b - H}; \text{ \& ces}$$

formules sont effectivement moins compliquées que les précédentes.

## CHAPITRE IV.

*De la nécessité de donner deux voiles aux Vaisseaux & de la manière de les disposer.*

## I.

Nous avons vû au commencement du Chapitre précédent que lorsqu'on ne donne qu'un Mât au Navire, il faut l'arborer dans l'endroit où la direction relative horisontale du choc de l'eau coupe la quille : mais il se présente en cela quelque difficulté. Car lorsque le Navire prend des routes de différentes obliquitez, la direc-



tion DV du choc relatif horisontal de l'eau doit changer de place, & comme cette direction peut rencontrer ensuite la quille en differens endroits, on doit être embarrassé quel point choisir pour la place du Mât. On voudra peut-être chercher la direction DV pour differens chocs & prendre ensuite le point de la quille où ces directions concourent en plus grand nombre : c'est - là le sentiment de Monsieur Bernoulli dans son Essay de Manœuvre ; & comme il croit que toutes les directions du choc de l'eau concourent vers le milieu du Navire, il dit qu'il n'y a qu'à planter le Mât en cet endroit. Mais si on suit cette regle, la Mâture ne sera toujours propre que pour une certaine route & il ne faudra pas que le Navire suive une autre obliquité.

Fig. 10.

II.

Pour faire cesser cet inconvenient, nous transporterons en Z [ Figure 22. ] à l'extremité de la prouë, la voile LM que nous nous proposons de mettre en V ; c'est-à-dire, que nous mettrons en Z la voile dont nous avons déterminé la hauteur pour la route directe dans la Section précédente. Mais nous mettrons en Y à l'extremité de la poupe une autre voile LM de même hauteur que la première : & nous ferons en sorte que la direction composée nK de ces deux voiles passe exactement par le *point vélique* n. Il est clair que ces deux voiles agiront ensuite de la même manière que le feroit une seule qui seroit appliquée en V & dont nK seroit la direction. Mais il y aura cette différence qu'on ne scauroit souvent venir à bout avec une seule voile de faire passer la direction nK par le *point vélique* n ; au lieu que cela sera toujours facile par le moyen de nos deux voiles. Si le point vélique se trouve, par exemple, plus avancé vers la prouë lorsqu'on change de route, il n'y aura qu'à exposer au vent une plus grande partie de la voile qui est en Z ; ou bien une plus petite de celle qui est en Y ; parce que la direction composée de

Fig. 22.



Fig. 22. deux puissances se trouve toujours plus proche de la puissance qui fait le plus d'effort. En un mot pour faire entendre que l'impulsion des deux voiles tombe toujours sur la ligne  $AK$ , il n'y aura qu'à leur donner des étendues qui soient en raison réciproque de leurs distances au point  $V$ . Nous conserverons toujours la même largeur à la voile  $LM$  qui doit être la plus grande, parce qu'elle est dans toutes les routes, plus proche de la direction du choc de l'eau; & nous n'aurons donc toujours qu'à faire cette analogie, pour trouver la largeur que doit avoir l'autre voile dans chaque route:  $YV$  est à  $ZV$  comme la largeur de la voile  $LM$  est à la largeur de la voile  $LM$ .

## III.

On pourroit appliquer encore, comme le font les Marins, une troisième voile vers le milieu du Navire & une quatrième à l'extrémité de la proue, en inclinant son Mât en dehors du Navire: & il n'y auroit toujours qu'à mettre toutes ces voiles en équilibre de part & d'autre de la direction du choc de l'eau, & leur donner une hauteur convenable. Mais cette troisième & cette quatrième voiles ne feroient que causer de l'embarras, & il est évident qu'elles seroient ici inutiles, à cause de la grande largeur que nous donnons aux deux autres. D'ailleurs nous retirerons de nos deux voiles  $LM$  &  $LM$  tous les avantages qu'on peut souhaiter: car comme nous les mettons aux deux extrémités du Vaisseau à une fort grande distance de son centre de gravité, elles seront très-propres à le faire tourner en toutes sortes de sens, & à le faire passer d'une route à l'autre; ce qui est le principal objet de la Manœuvre. Tant que nous ne toucherons point à ces deux voiles, le Vaisseau suivra constamment la même route, sans se mouvoir par élans, comme le font les Navires dont la Mâture est disposée selon les règles vulgaires. Mais aussi-tôt que nous altererons un peu l'équilibre, aussi-tôt que nous di-



minuërions un peu de l'étendue de la voile de la prouë, ou de celle de la poupe, le Navire obéira à l'impression de l'autre voile, & présentera sa prouë plus ou moins vers le vent, comme on se le propoisoit.

Fig. 227

#### IV.

Il faut remarquer qu'on ne doit pas avoir à présent la même facilité à gouverner les Vaisseaux : car les Marins ne font aucune attention à la situation de la direction du choc de l'eau, & ils ne pensent point à rendre les voiles plus ou moins grandes de part & d'autre de cette direction, selon qu'elles en sont plus ou moins proche. Ils donnent le nom de *grande* à la voile qu'ils mettent au milieu du Navire, & ils la font effectivement toujours plus grande d'une certaine quantité. Cependant comme les Navires ont une infinité de différentes figures, le point V par lequel passe la direction relative horizontale du choc de l'eau, ne doit pas être toujours situé de la même façon ; & ce point doit être encore souvent sujet à changer par l'obliquité des routes. Ainsi c'est une faute extrêmement sensible de faire toujours la voile du milieu plus grande que celle de la prouë, & de la faire toujours plus grande dans un certain rapport. C'est ce qui est cause que les Navires n'ont pas une égale indifférence à se mettre dans toutes sortes de situations : & ils tendent presque tous à présenter leur prouë au vent, parce que les voiles de l'arrière sont trop grandes par rapport à celles de la prouë, & qu'elles poussent la poupe sous le vent avec trop de force. Il arrive ensuite qu'on a toutes les peines du monde à contenir les Vaisseaux sur leur même route, & qu'il faut pour les redresser, avoir sans cesse la main au gouvernail ; & c'est ce qui retarde beaucoup la vitesse de leur sillage, parce qu'en même-tems que le gouvernail les pousse de côté, il les pousse aussi vers l'arrière. Mais ce ne sera plus la même chose, aussi-tôt que nous aurons mis l'équilibre entre nos voiles : car nous



Fig. 22. n'aurons plus si souvent besoin du gouvernail ; & les voiles employeront tout leur effort à faire avancer le Navire.

## V.

Voici donc ce qu'il nous faudra observer dans la Mâturation de tous les Vaisseaux. Nous mettrons deux Mâts verticaux en Z & en Y aux extrémités de la proue & de la poupe : nous leur donnerons une égale hauteur, la hauteur qu'exige l'élevation du *point vélique* dans la route directe ; & nous appliquerons au premier de ces Mâts la plus grande de nos voiles, celle qui est destinée pour la route directe & dont nous avons déterminé les dimensions dans l'autre Section. Mais pour trouver la largeur de l'autre voile, nous chercherons les directions DV du choc relatif horizontal de l'eau pour différentes routes, & examinant le point V le plus avancé vers la poupe où ces directions coupent la quille, nous donnerons à la voile LM de la poupe la largeur nécessaire pour qu'elle soit en équilibre avec la voile LM de la proue, autour de ce point V. Nous réglerons ensuite sur cette largeur, la longueur des vergues de la voile LM ; parce que c'est lorsque le point V est le plus avancé vers la poupe que cette voile doit avoir le plus d'étendue : & , dans tous les autres cas, nous ne nous servirons que d'une partie de sa largeur, que nous déterminerons par l'analogie que nous avons rapportée à la fin de l'article II. de ce Chapitre. Enfin nous ferons passer la direction composée nK des deux voiles LM & LM par le *point vélique* n, en disposant ces voiles de la même manière que nous en disposerions une seule qui seroit appliquée en V. Nous imaginerons pour cela deux points S & f situés par rapport aux Mâts ZT & YT de la même manière que le *point vélique* n seroit situé par rapport au mât planté en V ; c'est-à-dire, que nous concevrons ces deux points à la hauteur un au-dessus du Navire & à la distance Vn des deux Mâts : & il ne nous restera plus en-



suite qu'à incliner nos voiles ou bien à diminuer leur hauteur, comme nous l'avons expliqué dans le Chapitre précédent, jusqu'à ce que leurs directions particulières  $SX$  &  $sx$  passent par ces deux points  $S$  &  $s$  comme par deux points *véliqués*. Il est sensible que comme les directions particulières  $SX$  &  $sx$  de nos voiles, seront dans le même plan que  $nK$  & que leurs efforts particuliers seront en raison réciproque de leurs distances à cette ligne, leur effort mutuel ou composé ne pourra pas manquer de tomber sur  $nK$ . Fig. 21.

## VI.

Au surplus, quoiqu'on puisse se servir de cette manière de disposer les voiles dans tous les Vaisseaux ordinaires, on doit cependant se souvenir toujours qu'elle n'est pas entièrement parfaite, & que le Navire sera toujours sujet à s'incliner un peu, parce que l'effort composé des chocs du vent & de l'eau qui se réunit sur la verticale  $nn$ , est appliqué au point  $n$ , au lieu qu'il devrait être appliqué au centre de gravité  $\gamma$  de la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau, comme nous l'avons prouvé dans le Chapitre VI. de la première Section. Mais si on souhaite que nous donnions une disposition tout-à-fait parfaite à la Mâture, nous pourrions en venir à bout avec assez de facilité, maintenant que nous nous servons de plusieurs voiles. C'est ce qu'on verra dans les deux Chapitres suivans, où nous entreprenons de faire en sorte que les Vaisseaux ne s'inclinent point du tout, dans les routes les plus obliques.





## CHAPITRE V.

*Manière de rendre dans toutes sortes de Vaisseaux , avec le secours de plusieurs voiles , la Mâtüre exactement parfaite pour les routes obliques.*

## I.

**J**E suppose toujours, comme cy-devant, qu'on a déjà trouvé le centre de gravité  $G$  de la coupe horizontale  $AXBS$  [Fig. 23.] du Navire faite au raz de la mer, & la direction  $BH$  du choc absolu de l'eau sur la prouë & sur le flanc du Navire, avec la direction  $DL$  du même choc rapporté au plan horizontal. On sçait que l'effort composé de ce choc absolu de l'eau sur la prouë & du choc du vent sur les voiles, doit être aussi exactement vertical lorsqu'il y a trois voiles, ou lorsqu'il y en a deux, que lorsqu'il n'y en a qu'une seule: car si cet effort composé agissoit sur une direction inclinée en avant ou en arrière, ce seroit une marque que le choc total du vent pousseroit dans le sens de la route avec plus ou moins de force que le choc de l'eau sur la prouë dans le sens contraire, & le Navire au lieu d'avancer avec un mouvement uniforme augmenteroit ou diminueroit sa vitesse. La question se réduit donc toujours à faire que l'effort composé des chocs du vent & de l'eau ait la verticale  $GT$  du centre de gravité  $G$  pour direction; parce que cet effort composé étant ainsi appliqué au centre de gravité  $G$  de la coupe  $AXBS$ , il le fera aussi sensiblement au centre de gravité de la partie non-sousmergée de la carene, & on sçait \* qu'il n'en faut pas davantage pour que le Navire reste continuellement de niveau pendant sa marche.

\* Voyez les  
Art. II. &  
III. du Ch.  
VI. de la  
I. Sect.



## II.

Pour faire que l'effort composé des chocs du vent sur les voiles & de l'eau sur la prouë tombe effectivement dans la verticale GT du centre de gravité G, il n'y a qu'à prendre toujours un point C de la direction DH du choc de l'eau pour servir de *point vélique*; on fera passer par ce point C la direction CI d'une voile qui soit telle que l'impulsion qu'elle recevra selon CI & l'impulsion de l'eau sur la prouë selon DH, se réunissent dans une direction composée CR qui rencontre la verticale GT du centre G en quelque point N: & après cela il ne restera plus qu'à faire passer par ce point N, comme par un *second point vélique*, la direction NK d'une autre voile, de manière que la verticale GT se trouve être la direction composée de cette direction NK, & de CR qui est déjà direction composée de CI & de DH. Car de cette sorte la verticale GT fera direction composée de DH, de CI & de NK; c'est-à-dire, du choc de l'eau sur la prouë & des deux chocs du vent sur les deux voiles, & par conséquent l'effort composé de ces trois chocs, fera appliqué au centre de gravité G, comme nous nous proposons de le faire.

## III.

Il dépendra de nous, de placer comme nous le voudrons la direction CI de la première voile, pourvu que le plan PCON qui passe par cette direction & par celle DH du choc de l'eau, puisse déterminer, par sa rencontre avec la verticale GT, le *second point vélique* N. Et si on tire de ce point N, des parallèles NP & NO à l'axe DH du choc de l'eau & à la direction CI du choc du vent sur la première voile, on aura un parallélogramme PCON, dans lequel prenant l'espace CO sur l'axe DH pour représenter l'impulsion de l'eau, la partie CP de la direction CI

N



Fig. 23. marquera, comme il est évident, la grandeur que doit avoir le choc du vent sur la première voile, pour que CN qui est la diagonale du parallélogramme PCON, puisse être la direction composée de CI & de DH. Cette direction composée CN est inclinée vers la poupe, parce que la première voile n'est pas seule assez forte pour s'opposer à l'impulsion ou à la résistance de l'eau : mais l'autre voile doit suppléer, comme on le sçait, au défaut de la première, & rendre la direction composée verticale. C'est pourquoi, si après avoir prolongé CN jusqu'en R & avoir fait NR égale à CN, on mène par le point R une parallèle RT à la direction NK de la seconde voile, & que du point T où cette parallèle rencontre la verticale du centre G, on tire la parallèle TQ à la direction CR, afin d'achever le parallélogramme NRTQ; l'espace NQ représentera la force que doit avoir l'impulsion de la seconde voile. NT fera ensuite l'effort composé de l'impulsion du vent sur les deux voiles, & de l'impulsion de l'eau sur la proue, puisque les impulsions CO de l'eau sur la proue & CP du vent sur la première voile se réduisent à la force CN ou NR, & que NT est composé de NR & de l'impulsion NQ du vent sur la seconde voile. Cet effort NT sera exactement vertical, comme il faut toujours qu'il le soit pour qu'il ne fasse point perdre au Navire l'uniformité de son sillage: & de plus cet effort sera appliqué au centre de gravité G de la coupe AXBS, comme il est nécessaire pour que le Navire conserve sa situation horizontale. Ainsi quelque peu de disposition qu'ayent les Vaisseaux à recevoir une bonne Mâturation dans les routes obliques, nous viendrons toujours à bout de leur en donner une parfaite par le moyen de deux voiles. Et on peut remarquer que comme CO, CP & NQ peuvent représenter des impulsions plus ou moins grandes, on pourra augmenter l'étendue des voiles tant qu'on voudra. Cette augmentation ne produira aucun autre effet, sinon de faire marcher le Vaisseau plus vite, & de le faire sortir un peu



plus de l'eau ; parce que l'effort composé NT sera plus grand. Fig. 23.

## IV.

Cette opération deviendra plus simple si on fait les deux ou trois réflexions suivantes. Comme ON est parallèle à la direction CI de la première voile, le plan vertical qui passe par ON doit être parallèle à celui qui passe par CI, & les Sections MG & FE de ces deux plans & de celui de la coupe AXBS, doivent être aussi parallèles. D'un autre côté, puisque NR doit être égale à CN & que RT est égale & parallèle à NQ, il s'ensuit que les deux triangles CNQ & NRT sont égaux & situés de la même façon, & ainsi CQ est vertical de même que NT, & par conséquent le point Q appartient à la verticale EQ du premier point vélique C. Or supposé que la situation de la direction CI de la première voile soit donnée, il sera maintenant facile de déterminer tout le reste. On tirera du centre de gravité G, une parallèle GM à FE qui est la direction de la première voile, réduite au plan horizontal, ou qui est la commune Section du plan AXBS & du plan vertical qui passe par la direction CI. Du point M où cette parallèle GM rencontre la direction DL du choc relatif horizontal de l'eau, on élèvera une verticale MO jusqu'à ce qu'elle rencontre la direction DH du choc absolu de l'eau en quelque point O, & menant de ce point O vers la verticale GT, une ligne ON inclinée à l'horizon de la même manière que CI, cette ligne ON sera parallèle à CI, & elle déterminera sur la verticale GT le second point vélique N. De sorte qu'il n'y aura plus qu'à faire passer la direction NK de la seconde voile par le point N & par quelque point Q de la verticale EQ du premier point vélique, & la partie interceptée NQ exprimera l'effort que doit faire cette seconde voile pendant que ON qui est égale & parallèle à CP représentera l'effort que doit faire la première.



Il doit être embarrassant dans la pratique d'élever de longues verticales EQ, GT, &c. & de tracer en l'air des lignes comm. NO ou NP à une grande hauteur au-dessus du Vaisseau; mais ce qu'il faut ici remarquer, c'est qu'on peut réduire la construction précédente à un calcul très-aisé. On sçait la distance perpendiculaire  $G^{\theta}$  du centre G à la direction DL du choc relatif horisonal de l'eau. Ainsi dans le triangle rectangle  $G^{\theta}M$  on connoît un côté & les trois angles, parce que GM est parallèle à FE & qu'on sçait l'angle DEZ que fait DL avec cette ligne FZ qui répond exactement sous la direction CI. Il sera donc facile de trouver GM &  $G^{\theta}M$ ; & si on ajoute  $G^{\theta}M$  avec  $D^{\theta}$  qui est connuë, puisque la situation du centre G & des directions DH & DL est donnée, on aura DM qui servira dans le triangle rectangle DMO à trouver MO. Conduisant après cela par la pensée  $O^{\omega}$  horisonalement & parallèlement à MG, on aura un triangle  $O^{\omega}N$  dont on connoîtra les angles & un côté: l'angle  $\omega$  sera droit, & l'angle  $NO^{\omega}$  sera égal à l'angle de l'élevation de la direction CI de la premiere voile au-dessus de l'horison, puisque ON & CI sont parallèles; & enfin le côté  $O^{\omega}$  sera connu, parce qu'il est égal à GM que nous avons déjà trouvé. Dans ce triangle  $O^{\omega}N$ , on cherchera ON &  $\omega N$ : ON qui est égale à CP représentera la force de la premiere voile; & si on ajoute  $\omega N$  avec  $G^{\omega}$  qui est égale à MO, il est sensible qu'on aura la hauteur requise GN du *second point vélique* N.

On imaginera enfin une ligne horisonale  $N\downarrow$  tirée du point N à la verticale EQ. Cette ligne  $N\downarrow$  sera égale à la distance connuë GE du centre de gravité G au point E qui répond exactement au-dessous du *premier point vélique* C. Et comme l'angle  $QN\downarrow$  que fait la direction NK de la seconde voile avec l'horison sera connu, parce qu'il dépend



de la situation qu'on voudra donner à la seconde voile, il sera facile de trouver dans le triangle rectangle  $N\phi Q$  l'hypoténuse  $NQ$  qui exprime la force que doit avoir cette seconde voile : après quoi il ne restera donc plus qu'à étendre & à placer cette voile, de sorte que l'impulsion qu'elle recevra soit à l'impulsion que recevra la première, comme  $NQ$  est à  $CP$  ou à  $ON$ .

## VI.

Jusqu'ici nous n'avons parlé que de deux voiles ; mais il en faudra cependant trois dans presque tous les Vaisseaux. Car il en faudra d'abord une dont  $NK$  soit la direction &  $NQ$  la force ; & il faudra que cette voile soit appliquée au centre de gravité  $G$  de la coupe  $AXBS$ , puisque le *point vélique*  $N$  se trouve toujours dans la verticale  $GT$ . Mais comme la direction  $DL$  du choc relatif de l'eau change de place par les différentes obliquités de la route, & que le *second point vélique*  $C$  ne se trouve pas toujours dans le même endroit, il est clair qu'une seconde voile appliquée en  $F$  ne pourroit pas satisfaire à toutes les différentes situations que doit avoir la direction  $CPI$ . C'est pourquoi il faudra avoir recours au même expédient que dans l'article II. du Chapitre précédent : c'est-à-dire, qu'au lieu de la voile qui seroit appliquée en  $F$ , il faudra en mettre deux autres en  $V$  & en  $Y$  aux deux extrémités du Navire : & on exposera ensuite au vent différentes parties de ces voiles jusqu'à ce que leur effort composé soit égal à  $CP$ , & qu'il tombe exactement sur la direction  $CPI$ . Il faudra pour cela que les impulsions particulières que recevront les deux voiles soient en raison réciproque de leur distance à la ligne  $CPI$ , ou qu'elles puissent être désignées par  $FY$  &  $FV$ . Or cela supposé,  $YV$  représentera donc l'effort des deux voiles, effort qui doit être égal à  $CP$  : & par conséquent nous pourrons faire les deux analogies suivantes.  $YV$  est à  $CP$  comme  $FY$  est à



$\frac{CP \times FY}{YV}$  pour l'effort particulier que doit faire la voile qui est appliquée en V : & YV est à CP comme FV est à  $\frac{CP \times FV}{YV}$  pour l'effort de la voile qui est en Y.

## CHAPITRE VI.

*Autre manière de rendre la Mâtüre exactement parfaite, en ne se servant que de deux voiles appliquées aux deux extrémités de la prouë & de la poupe, comme dans le Chapitre IV.*

Comme la manière précédente de disposer la Mâtüre suppose que le Navire a trois voiles & qu'il faut encore que celle du milieu soit précisément dans le centre de gravité de la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau, on ne peut pas s'en servir lorsque le Navire n'a que deux voiles & lorsqu'elles sont appliquées aux extrémités de la prouë & de la poupe. Mais quoique l'Analyse n'offre que très-peu de voye pour découvrir d'autres manières de donner aux voiles une disposition parfaite, la méthode que nous venons d'expliquer n'est pas unique : nous allons en donner une autre qui est fort commode, & dont on pourra se servir dans le cas dont il s'agit, c'est-à-dire, lorsqu'il n'y aura que deux voiles.

I.

Fig. 24. Soit le Navire AB [ Fig. 24. ] dont A est la prouë & B la poupe ; G le centre de gravité de la coupe horisontale faite à fleur d'eau ; DH la direction de l'impulsion absolue de l'eau sur la prouë, & DX la direction relative horisontale de cette impulsion. Les deux Mâts sont arborés en V & en Y aux extrémités de la prouë & de la poupe, & je suppose que la voile de la prouë est placée verticalement de sorte



que la direction EF sera horifontale & paralelle à DX. Cette voile fera un effort que je représente par EL, & si la voile de la poupe agit selon la direction horifontale CIM paralelle à EF, avec une force IM, qui soit en équilibre avec l'effort EL de l'autre voile de part & d'autre de la direction DH du choc de l'eau, il est clair que la direction composée NP des efforts EL & IM des deux voiles, rencontrera DH en quelque point N, & il se fera par conséquent en ce point une nouvelle composition de forces. NP étant l'effort mutuel des deux voiles, & NQ représentant la force du choc de l'eau sur la prouë, la diagonale NT du paralellograme PNQT, sera l'effort composé du choc de l'eau & de l'impulsion horifontale des deux voiles, & il est évident, par la théorie de la première Section, que cet effort qui doit être vertical, fera pancher le Navire, parce qu'il n'est pas appliqué au centre de gravité G de la coupe horifontale de la carene faite à fleur d'eau. Mais nous n'avons qu'à prendre sur la direction CM de la voile de la poupe, le point I qui est précisément de l'autre côté du point N, par rapport à la vertical G ⊙; & si nous faisons en sorte que la voile de la poupe agisse non-seulement selon l'horison avec la force IM; mais qu'elle agisse aussi selon le sens vertical avec la force IR, & que cette force relative soit en équilibre avec l'effort NT de part & d'autre du centre de gravité G, il est évident que l'effort composé des forces NT & IR s'exercera exactement sur la verticale G ⊙, & qu'au lieu de tendre à faire incliner le Vaisseau, il ne travaillera plus qu'à l'élever de l'eau par tout également.

## II.

Ainsi, on voit que pendant que la voile de la prouë est située verticalement, il faut que celle de la poupe soit inclinée, afin qu'elle puisse faire effort selon l'horison & selon le sens vertical; & il faut donc que IK qui est la



Fig. 24

direction composée de IM & de IR & qui est la diagonale du rectangle KMIR, soit la direction de l'effort absolu de cette voile. Au surplus il est sensible qu'en observant tout ce que nous venons de dire, Z $\odot$  sera l'effort composé du choc de l'eau sur la prouë & de l'impulsion entière du vent sur les deux voiles. Car en joignant l'effort EL de la voile de la prouë avec l'effort relatif IM que la voile de la poupe fait selon l'horison, on a l'effort NP, & cet effort se composant avec le choc absolu NQ de l'eau sur la prouë, il en résulte l'effort NT; effort qui seroit composé du choc de l'eau & de l'impulsion entière du vent, si la voile de la poupe en agissant selon la direction inclinée OIK, ne pouffoit pas en haut avec la force IR en même tems qu'elle pouffe selon l'horison avec la force IM. Cependant l'effort NT doit toujours être vertical: car il n'est formé que de la force relative verticale du choc de l'eau, après que les forces relatives horizontales de l'eau & du vent se sont détruites par leur égalité & leur opposition. Mais enfin, si nous composons l'effort NT avec la force relative verticale IR que nous n'avons point encore jointe avec les autres, il est clair que nous aurons l'effort composé Z $\odot$  du choc NQ de l'eau sur la prouë & des impulsions entières EL & IK que souffrent les deux voiles; & cet effort répondra exactement au centre de gravité G, comme nous le souhaitons, aussi-tôt que les forces IR & NT seront en équilibre de part & d'autre de la verticale GZ.

## III.

Pour réduire maintenant toute l'opération au calcul: nous concevrons des lignes V $\pi$  & SY tracées exactement au-dessous des directions EF & OK des deux voiles, sur la coupe horizontale du Navire faite à fleur d'eau, & nous connoîtrons la situation de ces lignes, puisqu'elles partent des pieds V & Y des deux Mâts, & qu'elles sont parallèles à la direction relative horizontale DX du choc de l'eau.

Du



Du point N qui est à la même hauteur que EF & CM, nous abaïsserons par la pensée la verticale NX, & par le point X & le centre de gravité G, nous conduirons la ligne horisontale  $\omega$  S. Il sera facile de trouver le point N : car dans le triangle rectangle DXN, nous connoïtrons les trois angles, puisque la situation de la direction DH du choc absolu de l'eau est donnée; & nous connoïtrons de plus le côté XN, puisqu'il est égal à la hauteur VF ou  $\omega$  E que nous nous proposons de donner au centre d'effort de la voile de la prouë ou à sa direction EF. Ainsi nous trouverons aisément DX; & si nous en retranchons DW, il nous restera WX : & comme les triangles GWX & GYS sont semblables & que nous connoïssons GW & GY, nous n'aurons qu'à faire la proportion suivante pour découvrir YS, ou la distance CI du point I au Mât de la poupe : GW est à WX comme GY est à YS ou à CI.

Nous prendrons après cela une certaine grandeur à volonté pour représenter l'effort EL que fait la voile de la prouë, & comme cet effort doit être en équilibre avec l'effort relatif horisontal IM de l'autre voile de part & d'autre de la direction du choc de l'eau, nous ferons cette analogie ; XS est à X  $\omega$  ou bien WY est à WV comme l'effort absolu EL de la voile de la prouë sera à l'effort IM que doit faire l'autre voile selon la direction relative horisontale CM. Nous ajouterons ensuite IM avec EL pour avoir NP; & dans le triangle rectangle PNT qui est semblable au triangle DXN, nous chercherons l'effort vertical NT. Enfin connoissant NT, il sera facile de découvrir l'effort IR que doit faire la voile de la poupe selon le sens vertical. Car puisque les efforts NT & IR doivent se réunir, ou se composer sur la verticale G  $\odot$ , ils doivent être en raison réciproque de leur distance à cette verticale, & nous pouvons faire cette analogie ; ZI est à ZN, ou GS est à GX, ou encore GY est à GW, comme l'effort NT est à l'effort relatif vertical IR. Ainsi nous connoïtrons les efforts relatifs IM & IR que la voile de la pou-



Fig. 24.

pe doit faire selon les deux déterminations horizontale & verticale; & il ne restera donc plus qu'à composer ces efforts pour découvrir l'effort absolu IK, & pour trouver la situation de la direction OIK. Nous sçavons déjà la situation du point I par lequel cette direction doit passer; car le point I est également élevé au-dessus du Vaisseau que la direction EF de la voile de la prouë; & nous avons trouvé ci-devant la distance de ce point au Mât YC. C'est pourquoi dans le triangle rectangle IMK dont les côtes IM & MK sont connus, puisque IM représente l'impulsion relative horizontale, & que MK est égal à IR qui représente l'impulsion relative verticale, nous n'aurons qu'à chercher l'effort IK, & l'angle KIM que la direction OIK de la voile doit faire avec l'horison. Nous pourrions insister un peu davantage sur tout ceci: mais comme nous ne doutons point qu'on ne retire les mêmes avantages de la disposition que nous avons expliquée dans le Chapitre IV, que d'une disposition de voiles, qui seroit entièrement parfaite, nous ne croyons pas qu'il soit nécessaire de pousser cette discussion plus loin.

## A V E R T I S S E M E N T.

Nous ajoutons encore ici le Chapitre suivant pour la satisfaction de ceux qui aiment l'exactitude géométrique; & nous le mettons ici, parce que nous n'avons pas voulu distraire cy-devant l'attention du Lecteur. Nous supposons dans ce Chapitre que les Navires s'élèvent considérablement de l'eau, & nous cherchons quelle figure il faut leur donner, pour que la verticale sur laquelle les impulsions du vent & de l'eau se joignent, réponde exactement dans la route directe au centre de gravité de toutes les parties supposées sensibles de la carene, qui s'élèvent de la mer. Nous pouvions résoudre ce Problème par le calcul intégral; mais nous avons tâché de le rapporter au simple calcul différentiel, afin de n'être jamais arrêté par des expressions trop difficiles à intégrer.



CHAPITRE VII.

*La figure de la prouë étant donnée, construire le reste de la carene de manière que les Vaisseaux soient géométriquement bien Mâtés dans la route directe, pour toute sorte de vents, & pour le vent même dont la vitesse seroit infinie.*

I.

Que la figure AE de la prouë soit donnée avec la hauteur du centre d'effort I de la voile qu'on suppose placée verticalement. Il s'agit de trouver la figure que doit avoir la carene AEB par l'extrémité de la poupe, pour que la direction composée VT des chocs du vent & de l'eau, passe toujours exactement ( & non pas sensiblement ni dans le seul cas où l'élévation de la carene hors de l'eau est infiniment petite ) par le centre de gravité  $\gamma$  de la partie APQB de la carene qui est soutenue hors de l'eau. De sorte que si l'impulsion du vent est plus grande ou plus petite, & le Navire tiré en l'air avec plus ou moins de force, il faudra que la verticale *ut* qui résulte de la direction NK de la voile & de celle *dh* de l'impulsion de l'eau sur la partie *pE* de la prouë qui sera alors submergée, passe encore exactement par le centre de gravité  $g$  de la partie *ApqB* de la carene qui sera hors de l'eau. Alors le Navire conservera toujours sa situation horizontale : & il y aura cette différence entre la disposition qu'aura le Vaisseau & celle que nous lui donnions dans l'article V. du Chapitre VI. de la Section précédente, que la Mâtüre fera icy géométriquement bonne ; au lieu que là elle ne l'étoit que sensiblement, parce que la verticale VT ne passoit qu'à peu près par le centre de gravité des parties sensibles de la carene qui étoient hors de l'eau.

Fig. 25.



Fig. 25.

## II.

Je considère en premier lieu, que puisque la verticale ou la direction VT des chocs du vent & de l'eau, doit toujours passer par le centre de gravité de la partie de la carene qui est hors de l'eau, il sera facile de trouver en quel endroit de la longueur du Navire, doit répondre le centre de gravité de chaque partie de la carene. Car si on nous propose, par exemple, la partie  $Aq$ , il n'y aura qu'à l'imaginer hors de l'eau; chercher l'axe  $dh$  de l'impulsion de l'eau sur la partie submergée  $pE$  de la prouë, & par l'intersection  $n$  de l'axe  $dh$  & de la direction IK de la voile, on conduira la verticale  $tn$  sur laquelle doit être situé nécessairement le centre de gravité  $g$  de la partie  $ApqB$ , sans qu'il soit libre de le placer plus vers la prouë ou plus vers la poupe.

Si nous désignons par  $b$  la hauteur VN qu'on veut donner au centre d'effort I de la voile, & si nous formons la prouë de notre Vaisseau, comme celle des chalans par un plan incliné, par tout d'une même largeur  $=e$ , dont la longueur AE soit égale à  $a$ ; l'élancement ou la saillie  $EL=b$ ; la hauteur  $LA=c$ , & les parties variables EP de l'étrave enfoncées dans l'eau, égales à  $x$ . L'impulsion faite sur la prouë se réduira au milieu D de la partie  $EP=x$  enfoncée dans l'eau & agira perpendiculairement à la prouë selon DH comme nous l'avons fait voir \*. Cette direction DH rencontrera en N la direction IK de la voile; & si on fait passer par le point N la verticale TV, elle montrera, selon nos principes, en quel endroit de la largeur du Vaisseau doit répondre le centre de gravité  $\gamma$  de la partie AQ de la carene qui est hors de l'eau. Cela fait que nous pouvons exprimer par lettres la situation du centre  $\gamma$ . Car les triangles ALE, XDA, XVN, sont semblables & ont par conséquent leurs côtes proportionels:  $LE=b \mid AE=a \parallel$   
 $AD=AE-ED=a-\frac{1}{2}x \mid AX=\frac{a^2-\frac{1}{2}x}{b}$ , &  $LE=b$

\* Voyez  
l'Art. II.  
du C. VII.  
de la I.  
Sect.



$LA = c \parallel NV = b \mid XV = \frac{cb}{b}$ . Mais ajoutant  $AX$  Fig. 25.  
 trouvée par la première proportion avec  $XV$  trouvée par  
 la seconde, nous aurons  $\frac{a^2 + cb - ax}{b}$  pour  $VA$ , ou pour  
 la distance de la ligne  $AL$  au centre de gravité  $\gamma$  de la par-  
 tie  $AQ$  de la carene qui est hors de l'eau.

## III.

Je vois en second lieu qu'il n'importe à cause de l'indé-  
 termination du Problème, quelle figure ni quelle solidité  
 on donne à chaque partie de la carene, pourvu que son  
 centre de gravité soit bien situé dans la verticale. C'est  
 pourquoi concevant la carene divisée en une infinité de  
 tranches horizontales de même épaisseur, qui lui serviront  
 d'éléments, nous pouvons feindre quelle proportion nous  
 voudrions entre toutes ces tranches. Mais cette proportion  
 telle qu'elle soit, déterminera le rapport des différentes par-  
 ties de la carene, & on pourra même, par le moyen du cal-  
 cul différentiel, comparer une partie sensible  $AQ$  de la  
 carene, avec une partie insensible, un élément, ou une  
 tranche comme  $Pq$  dont l'épaisseur est infiniment petite.

Nous nous déterminerons, par exemple, pour éviter  
 la longueur du calcul, à faire les tranches ou coupes ho-  
 rizontales de la carene de même étendue, & égales au rec-  
 tangle connu  $el$  de la grandeur constante  $l$  par la largeur  $e$   
 de la proue. Il n'y aura qu'à chercher la hauteur ou l'é-  
 paisseur  $PZ$  de la partie  $AQ$ , par cette proportion;  $AE$   
 $= a \mid AL = c \parallel AP = a - x \mid PZ = \frac{ac - cx}{a}$  & multipliant  
 l'étendue  $el$  de toutes les tranches égales entr'elles, par  
 $PZ = \frac{ac - cx}{a}$  qui en représente la multitude, nous trou-  
 verons  $\frac{acel - celx}{a}$  pour la solidité de la partie  $AQ$  de la ca-  
 rene qui est hors de l'eau. Or comme cette solidité con-



Fig. 25.

vient à toutes les autres parties  $AQ$ , il est évident que si nous en prenons la différence  $-\frac{ce \cdot dx}{a}$ , elle marquera la solidité de l'élément ou de la tranche  $Pq$ , qui répond à la partie infiniment petite  $Pp = dx$  différentielle de  $PE = x$ .

IV.

Ces choses supposées, nous pourrions assigner la place du centre de gravité  $F$  de toutes les tranches ou coupes horizontales  $Pq$  de la carene. Car si nous prenons le Navire en deux élévations hors de l'eau, différentes l'une de l'autre de la tranche même proposée  $Pq$ , dont l'épaisseur est infiniment petite: & si nous cherchons les verticales  $VT$  dans lesquelles se doivent trouver les centres de gravité  $\gamma$  &  $g$  des parties  $AQ$ ,  $Aq$  de la carene qui sont hors de l'eau dans les deux élévations, nous n'aurons qu'à faire cette simple analogie: La tranche  $Pq$  est à la partie  $AQ$  de la carene; ainsi la distance  $\gamma s$  des deux verticales  $VT$ , sera à la quantité  $MF$  dont le centre de gravité requis  $F$  de la tranche  $Pq$  est plus avancé vers la poupe que le centre  $g$  de la partie  $Aq$ : & en voici la raison.  $AQ$  &  $Pq$  doivent être en équilibre autour du centre de gravité  $g$ ; puisque  $AQ$  &  $Pq$  forment ensemble le solide  $Aq$  dont  $g$  est le centre de gravité. Or l'équilibre ne peut pas subsister, à moins que  $AQ$  &  $Pq$  ne soient en raison réciproque de la distance de leur centre de gravité  $\gamma$  &  $F$  au centre  $g$  autour duquel se fait l'équilibre. Ainsi il faut que la tranche  $Pq$  soit à la partie  $AQ$  de la carene, comme  $\gamma g$  est à  $Fg$ : mais mettant à la place de la raison de  $\gamma g$  à  $Fg$ , celle de  $\gamma s$  à  $MF$  qui lui est égale à cause de la ressemblance des triangles  $\gamma sg$ ,  $FMg$ , nous trouverons notre analogie: la tranche  $Pq$  est à la partie  $AQ$  de la carene, comme  $\gamma s$  est à  $MF$ , qui détermine le centre de gravité requis  $F$  de la tranche  $Pq$ .



Nous nous imaginons donc que le vent augmente d'une quantité insensible, & qu'agissant sur la voile avec un peu plus de force de même que l'eau sur la prouë, c'est la partie  $Aq$  de la carene qui est soutenuë hors de l'eau, au lieu de la partie  $AQ$ ; de sorte que  $x$  ne représente plus  $EP$ , mais  $Ep$  qui en diffère de la quantité infiniment petite  $Pp = dx$ ; &  $\frac{a^2 + cb - \frac{1}{2}ax}{b}$  exprimera maintenant  $Au$ , ou la distance de la ligne  $AL$  au centre de gravité  $g$  de la partie  $Aq$ . Si après cela nous prenons la différentielle  $-\frac{adx}{2b}$  de  $\frac{a^2 + cb - \frac{1}{2}ax}{b}$ , il est évident que nous trouverons l'intervalle  $Vu$  ou  $\gamma s$ , compris entre les deux verticales  $TV$ ,  $tu$ ; ou, ce qui revient à la même chose, nous trouverons la petite quantité  $\gamma s$  dont le centre  $g$  est plus avancé vers l'arrière du Vaisseau que le centre  $\gamma$ . Ainsi il ne nous manque plus rien pour faire la proportion indiquée cy-dessus. La tranche ou l'élément  $Pq = -\frac{cel dx}{a}$  est à la partie  $AQ = \frac{acel - celx}{a}$  comme  $\gamma s = -\frac{adx}{2b}$  est à  $MF$ , qui est par conséquent égale à  $\frac{a^2 - ax}{2b}$ . Et ajoutant cette valeur de  $MF$  à  $Au$  ou à la distance  $\frac{a^2 + cb - \frac{1}{2}ax}{b}$  des centres  $\gamma$  &  $g$  à la ligne  $AL$ , nous aurons  $\frac{3a^2 + 2cb - 2ax}{2b}$  pour la distance  $FR$  du centre de gravité  $F$  de la tranche  $Pq$  à la ligne  $AL$ ; de laquelle distance retranchant  $PR$  qu'on trouve égale à  $\frac{ba - bx}{a}$  par cette proportion  $AE = a \mid LE = b \parallel$   $PA = a - x \mid PR$ , il viendra  $\frac{3a^3 + 2acb - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$  pour la distance  $PF$  de la prouë au centre de gravité  $F$  de la tranche  $Pq$ .



## V.

Or l'expression  $\frac{3a^3 + 2ach - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$  est générale pour la distance de la prouë au centre de gravité F de toutes les tranches horizontales comme Pq, dont on peut concevoir que la carene est formée : ainsi, il sera facile à ceux qui entendent les lieux géométriques, de reconnoître la ligne droite ou courbe dans laquelle se trouvent les centres de gravité F de toutes les tranches de la carene. Il n'y aura plus ensuite qu'à regler la figure de ces tranches sur l'étendue *el* qu'elles doivent avoir, & sur l'endroit F où doit être situé leur centre de gravité. Cela ne renfermera aucune difficulté ; car puisqu'il y a une infinité de superficies dont l'étendue est égale à *el*, il n'y a qu'à choisir pour tranches de la carene, celles dont le centre de gravité peut convenir à la distance  $\frac{3a^3 + 2ach - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$

de la prouë. On se conduira dans cette recherche d'une infinité de manières : selon les voyes que l'on prendra, les carenes se trouveront très-différentes, quoiqu'elles aient toutes la même propriété de faire que le Navire reste constamment de niveau.

## VI.

Fig. 26.

Si on veut, par exemple, que toutes les tranches aient la figure d'un pentagone irrégulier formé par un rectangle & un triangle isocèle, il n'y aura qu'à tracer [Fig. 26.] le parallélograme rectangle 1221 égal à l'étendue connue *el* de la tranche ; on lui donnera pour largeur 11 celle *e* qu'a le Vaisseau par la prouë, & *l* pour sa longueur 12 ; & faisant ensuite les parties Y2, y2 égales à CQ ou Cq de part & d'autre de 22, & joignant les points Q & Y ou q & y par des lignes droites, on aura une infinité de pentagones



tagones irréguliers comme  $1YQY_1$ , ou  $1yqy_1$  qui seront tous de même étendue que le rectangle  $1221 = el$ . De sorte qu'il ne restera plus qu'à chercher entre ces pentagones, ceux comme  $1YQY_1$  qui ont leur centre de gravité  $F$  placé à la distance  $PF$  découverte par les articles précédens.

Nous appellerons pour cela  $z$  le côté  $1Y$  & nous trouverons ( par les méthodes ordinaires de la Statique ) que le centre de gravité  $F$  du pentagone  $1YQY_1$  est éloigné du côté  $11$  de la distance  $FP = \frac{4l^2 - 2lz + z^2}{6l}$ . Et comme cette

distance doit être égale icy à  $\frac{3a^3 + 2ach - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$  pour que le pentagone puisse servir de tranche à la carene, nous aurons l'équation  $\frac{4l^2 - 2lz + z^2}{6l} = \frac{3a^3 + 2ach - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$

dans laquelle  $z = l -$

$\sqrt{\frac{9a^3l + 6achl - 6ab^2l + 6b^2lx - 6a^2lx + abl^2}{3ab}}$ ; de sorte que met-

tant à la place de  $x$  les parties  $EP$  de l'étrave que cette lettre représente, nous trouverons, en grandeurs entièrement connues, les valeurs de  $z = 1Y$  pour chacune tranche, & il n'y aura qu'à se souvenir de donner la même largeur  $e$  à chaque de ces tranches sur toute cette longueur

$1Y = l - \sqrt{\frac{9a^3l + 6achl - 6ab^2l + 6b^2lx - 6a^2lx + abl^2}{3ab}}$ , & puis

de les faire toutes se terminer en pointe au point  $Q$ , autant au-delà de la ligne  $22$  que les points  $Y$  sont en-deçà: de manière que la distance  $PQ$  de la proue à l'extrémité  $Q$  de chaque pentagone, ou ce qui est la même chose, la longueur  $QP$  de chaque tranche horisontale de la carene se-

ra  $l + \sqrt{\frac{9a^3l + 6achl - 6ab^2l + 6b^2lx - 6a^2lx + abl^2}{3ab}}$ . La figure

de la carene étant ainsi déterminée, il sera facile d'en reconnoître les propriétés; comme, par exemple, que toutes les extrémités  $Q$ , de même que les angles  $Y$ ,  $Y$  forment la



#### 114 DE LA MATURE DES VAISSEAUX.

circonférence d'une premiere parabole dont l'axe est parallele à l'étrave EA, &c.

#### VII.

Mais il vaudroit mieux se servir de lignes courbes d'un seul trait, pour terminer les tranches de la carene, que d'y employer des lignes droites, qui forment des inflexions & des angles sur la superficie du Vaisseau. Je crois qu'on pourroit prendre pour cela toutes sortes de lignes courbes, pourvû qu'on en connût la quadrature, & on feroit varier les dimensions des abscisses & des ordonnées; ou, ce qui est la même chose, on feroit changer le genre de ces courbes, jusqu'à ce qu'elles eussent l'étendue qu'on a attribué aux tranches, & que leur centre de gravité fût situé à la véritable distance de la prouë. Comme il n'y aura dans toutes ces recherches que la longueur du calcul de pénible & de difficile, il n'est pas nécessaire d'en parler davantage.

#### VIII.

Quoiqu'il en soit, de la figure qu'on donnera aux tranches, il est certain qu'en suivant les proportions indiquées par notre calcul, la verticale VT sur laquelle se fait ressentir l'effort composé des chocs de l'eau & du vent, passera toujours par le centre de gravité de la partie de la carene qui sera hors de l'eau; & ainsi nous devons nous attendre à voir notre Navire conserver toujours sa situation horizontale. Les Vaisseaux mâtez selon les maximes du sixième Chapitre de l'autre Section, sont bien disposez lorsque la carene ne s'élève de l'eau que d'une quantité insensible, comme cela doit toujours arriver, parce que la vitesse du vent ne devient jamais assez grande: ils sont, outre cela, bien disposez, autant que la perfection de la Mâturation dépend de la hauteur des Mâts. Mais icy on acheve de donner aux Vaisseaux ce qui leur manquoit pour



avoir une Mâtüre entièrement parfaite dans la spéculation même: & c'est pour cela qu'on règle la figure de leur carene sur celle de leur prouë, parce que la bonne Mâtüre dépend dans la rigueur, non-seulement de la hauteur des Mâts, mais encore de la figure de la carene. Qu'on donne maintenant toute l'étenduë possible à nos voiles, & que le vent augmente sa vitesse jusqu'à parcourir, si on le veut, 10000 toises par seconde, la carene sortira presque toute de l'eau, & il n'y aura qu'une très-petite partie de la prouë qui recevra l'impulsion. Cependant c'est cette impulsion qui sera fort grande à cause de la vitesse du fillage, qui soutiendra presque toute la pesanteur du Navire, en se composant sur la verticale VT avec l'impulsion du vent. Mais comme l'effort composé est appliqué, selon notre construction, au centre de gravité de la partie de la carene qui est hors de l'eau, il sera encore en équilibre avec la poussée verticale de l'eau, & par conséquent le Navire ne s'inclinera pas seulement de la plus petite quantité.

#### C O N C L U S I O N.

Enfin nous pouvons maintenant terminer ce discours, puisque nous avons satisfait à la plûpart des Problèmes qu'on peut proposer sur la Mâtüre des Vaisseaux. On peut demander quelle doit être la hauteur des Mâts, le nombre qu'il est à propos d'en donner à chaque Navire & les endroits où on doit les appliquer. Or nous avons rapporté dans la première Section les moyens de déterminer la hauteur de la Mâtüre. Nous avons fait voir que tout consiste à bien placer le centre d'effort de la voile, & que c'est à peu près un égal deffaut, de le mettre un peu trop haut ou un peu trop bas. C'est ce que les Marins n'ont pas reconnu; car ils ne font point difficulté de changer la hauteur de leurs voiles, sans se mettre en peine de l'endroit où se trouve ensuite le centre d'effort: Au lieu qu'il paroît clairement par notre théorie que, lorsqu'on suit tou-



jours la même route & qu'on veut changer l'étendue des voiles, il faut ne le faire qu'en augmentant ou en diminuant leur largeur, afin que leur centre d'effort reste toujours précisément dans le même point. D'ailleurs les Marins ne réglent toutes les dimensions de leur Mât que sur la seule largeur & la seule profondeur du Navire, sans faire réflexion que les Vaisseaux ont une infinité de différentes figures, & qu'ils doivent avoir par conséquent des Mâtures très-différentes, quoiqu'ils aient même largeur & même profondeur. Après cela il n'est pas surprenant si la plupart des Vaisseaux ne paroissent pas *bons voiliers*, & si, pour parler comme les Marins, ils se trouvent *lourds à la lame* : mais ce qu'il y a de particulier, c'est que les Marins s'imaginent que cela n'arrive que parce que ces Vaisseaux ne sont pas propres à recevoir une bonne Mât ; de sorte qu'ils attribuent à la figure de ces Navires ce qu'ils ne devroient attribuer qu'au défaut de leurs propres regles. Pour nous, comme nous serons attentifs à faire répondre le centre d'effort de la voile au *point vélique*, ou au point de concours de la direction du choc de l'eau sur la prouë & de la verticale du centre de gravité de la première tranche de la carene, nous donnerons toujours à chaque Navire la Mât qui conviendra à la figure particulière de sa prouë : & il est certain que tous les Vaisseaux seront ensuite *bons voiliers* & qu'ils seront *legers à la lame* ; puisque dans les rencontres où les impulsions du vent & de l'eau se trouveront plus grandes, ils conserveront toujours leur situation horizontale & ne feront que s'élever de l'eau par tout également.

C'est en considérant le Vaisseau dans la route directe que nous avons déterminé la hauteur de sa Mât, parce que c'est dans cette route que le *point vélique* a le plus de hauteur, & que la voile doit avoir le plus d'élévation. Mais il nous a fallu examiner les Vaisseaux dans le cours des routes obliques, pour reconnoître le nombre des Mâts qu'il est à propos de leur donner & les endroits où on doit



SECONDE SECTION. CONCLUSION. 117

les appliquer. C'est ce que nous avons fait dans la seconde Section, où nous avons montré qu'il faut plusieurs voiles, non-seulement pour pouvoir faire tourner aisément le Vaisseau en toutes sortes de sens, mais aussi pour pouvoir le faire suivre constamment toutes sortes de routes; parce qu'en donnant à quelqu'une de ses voiles plus ou moins de part dans l'impulsion du vent, on peut donner quelle situation on veut à leur direction composée. Cependant le nombre des voiles n'est pas entièrement déterminé. Car lorsqu'on considère la construction du Chapitre V. de la seconde Section, il semble qu'il est nécessaire d'en donner trois à chaque Navire, & qu'il faut même les placer à peu près comme le font actuellement les Marins, qui mettent leur *grand Mât* au milieu de la longueur du Vaisseau, & les *Mâts de Misaine & d'Artimon* aux extrémités de la prouë & de la poupe. Mais on reconnoît avec un peu plus d'attention qu'on peut donner à la Mâtüre plusieurs autres dispositions entièrement parfaites & qu'on peut même en venir à bout en ne se servant que de deux voiles, appliquées aux deux extrémités du Navire. Or nous nous sommes bornés à ce nombre de deux, dans le dessein de rendre la Manœuvre plus facile, & afin de faire aussi que nos voiles, qui doivent avoir une grande largeur, n'empêchent pas l'effet l'une de l'autre.

On disposera ces voiles comme dans le Chapitre IV. ou comme dans le Chapitre VI. Et ces deux différentes dispositions nous procureront à peu près les mêmes avantages. Nous naviguerons toujours avec une parfaite sûreté, nous le ferons avec beaucoup de vitesse, & nous suivrons constamment la même route, sans être sujets à ces élans incommodes qui obligent les Marins à se servir continuellement du gouvernail. C'est que nous ferons toujours répondre la direction composée de nos voiles au-dessus de la direction du choc de l'eau; ou, ce qui est la même chose, nous mettrons toujours un parfait équilibre entre nos voiles: Au lieu que si l'équilibre se trouve entre les voiles



disposées selon les règles vulgaires, ce ne peut être que par un extrême hazard, puisqu'on n'examine point la figure des Vaisseaux & que sans penser à la situation particulière de la direction du choc de l'eau, on met toujours un certain rapport entre la grandeur des voiles, & qu'on ne change point ce rapport toutes les fois qu'on suit quelque autre route. Il est certain aussi, que nous singlerons avec une extrême vitesse : car comme nous n'avons rien à craindre de la plus grande violence du vent, nous ferons nos voiles beaucoup plus grandes que les ordinaires. Et quand même nous ne leur donnerions que la même étendue, elles nous feroient encore singler beaucoup plus vite, parce que nous aurons l'avantage de les porter toujours toutes hautes : ce qu'on ne peut pas faire dans les Navires ordinaires; où il arrive encore que la prouë en se plongeant dans la mer, trouve beaucoup plus de résistance à fendre l'eau, & que cette plus grande résistance retarde considérablement la promptitude du sillage. Nous avons même des exemples de Vaisseaux, qui vont moins vite lorsqu'on augmente trop l'étendue de leurs voiles, ou lorsque le vent devient trop rapide; parce que la résistance qu'ils trouvent à fendre l'eau augmente plus à proportion par l'enfoncement de leur prouë, que l'effort des voiles n'augmente par leur plus grande surface, ou par la plus grande vitesse du vent.

Tout ce qu'on pourroit nous objecter, c'est que nos règles sont difficiles & compliquées. Mais on ne nous fera pas sans doute cette objection, si on considère la grande importance du sujet. La difficulté de nos règles vient du fond même de la matière que nous traitons. Il faut mettre l'ordre ou l'équilibre entre un grand nombre de différentes puissances : c'est ce qu'on ne peut pas faire par la simple pratique, ou en n'employant qu'une mesure grossière de la seule largeur ou de la seule profondeur du Navire : on est obligé d'entrer dans une discussion pénible; mais quel travail ne doit-on pas aussi entreprendre, lorsqu'il s'agit de ren-



SECONDE SECTION. CONCLUSION. II9

dre la Navigation non-seulement très-prompte, mais de la rendre aussi parfaitement sûre? Tous les jours nous nous donnons beaucoup plus de peine, pour satisfaire notre simple curiosité ou pour aquerir les plus legers avantages. D'ailleurs, lorsqu'on aura une fois déterminé pour un Vaisseau, la disposition des voiles pour toutes les routes, & qu'on aura fait une Table de ces dispositions; cette Table servira pour tous les voyages; & on n'aura plus qu'à la consulter. Enfin, quand même nous nous contenterions de régler les dimensions de la Mâture, & son application sur le pont, & que nous abandonnerions la disposition particulière des voiles dans les routes obliques, à la conduite & à la prudence des Marins, après leur avoir donné quelques connoissances de nos principes, il est certain qu'ils retireroient toujours de grandes utilitez de notre théorie. Ils n'ont pas réussi jusqu'icy à faire en sorte que leurs Vaisseaux suivent toujours uniformément la même ligne, & conservent constamment leur situation horizontale; parce que conduits par une pratique aveugle & dénuée de toute spéculation, ils se sont laissez prévenir contre la possibilité du succès; & leur Mâture étoit aussi dans une disposition trop éloignée de celle qui convient à chaque route. Mais ce ne sera sans doute plus la même chose, lorsque nous aurons réglé les dimensions de leurs voiles & qu'ils auront quelque idée de notre théorie: ils connoîtront ensuite bien mieux les causes de tous les mouvemens du Vaisseau & de ses balancemens & inclinai-sons; ce qui les mettra en état de prévenir plusieurs accidens: ils prévoieront bien mieux l'effet de chaque manœuvre particulière; & ils seront enfin toujours dirigés par nos maximes, quoiqu'ils n'entreprennent pas de les suivre dans la dernière rigueur.

F I N.





## A D D I T I O N S.

**I**L y a lieu de croire qu'on ne trouvera de difficulté à observer nos maximes de Mâture, que parce qu'il est nécessaire de chercher l'axe de l'impulsion de l'eau sur la prouë, & que cette recherche demande un calcul assez pénible. Comme la surface de la prouë est courbe dans tous les sens, on est obligé pour la réduire en parties planes, de la diviser en des parties infiniment petites du second genre, & lorsqu'on a trouvé le choc de l'eau sur une de ces petites parties, il faut intégrer deux fois ce choc ou cette impression élémentaire, avant de pouvoir découvrir l'impulsion totale, que souffre toute la prouë. Il est vrai que les formules que nous avons données dans le Chapitre VII. de la première Section de l'écrit précédent, renferment déjà une intégration, & qu'il n'en reste plus par conséquent, qu'une seconde à faire : mais cette seconde peut avoir encore ses difficultez, & il seroit à souhaiter qu'on pût toujours déterminer, avec moins de peine, la situation de l'axe de l'impulsion. Ce que nous nous proposons aussi principalement dans l'écrit précédent, c'étoit d'établir notre théorie & de montrer combien il est nécessaire de s'y conformer, pour pouvoir naviger avec vitesse & avec une parfaite sûreté. Mais puisque cette théorie a eu le bonheur de mériter le suffrage de l'Académie Royale des Sciences, & qu'elle a reçu par l'approbation de ce célèbre Corps, tout le poids qu'elle pouvoit jamais acquies, nous allons tâcher d'expliquer maintenant des moyens plus simples, de la réduire en pratique.



CHAPITRE I.

*Méthode de trouver par l'expérience le centre de gravité de la première tranche de la carene , & de découvrir la direction de l'impulsion de l'eau sur la prouë.*

**D**Eux choses sont nécessaires , comme nous l'avons fait voir , pour pouvoir découvrir le *point vèlique* : il faut connoître la verticale du centre de gravité de la coupe horisontale du navire faite à fleur d'eau , & la direction de l'impulsion de l'eau sur la prouë : ce sont là comme deux *lieux* qui déterminent par leur intersection le point que nous cherchons. Quant à la première de ces deux lignes , il est toujours facile de la tracer ; car nous avons plusieurs méthodes de trouver le centre de gravité des surfaces , & on sçait qu'il est même très-facile d'en venir à bout par l'expérience. On n'a en effet qu'à prendre un morceau de planche qui soit partout de même épaisseur , & qui soit le plus homogène qu'il sera possible ; on lui donnera la même figure qu'à la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau , & si on le suspend à un clou avec une ficelle & qu'on lui laisse prendre la situation naturelle , on n'aura qu'à faire descendre du point de suspension un fil à plomb , & ce fil marquera sur le grand diamètre de la planche le centre de gravité. Mais puisque la figure est la même que celle de la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau , ce sera assez de remarquer en quel endroit de la longueur de la planche se trouve son centre de gravité , & on sçaura où est situé celui de la coupe horisontale du Navire.

Il n'y aura aussi guères plus de difficulté à trouver l'axe de l'impulsion de l'eau sur la prouë. Car il est facile de faire avec une pièce de bois une petite prouë BACE [ Fig. 1. Plan. 5. ] semblable à celle du Vaisseau ; on n'a qu'à mesurer les largeurs du Navire en un grand nombre d'en-



Fig. 1.  
Plan. 5.

droits, & en donner de semblables à la pièce de bois, en prenant au lieu de pieds, de petits espaces de la grandeur d'un demi pouce, ou d'un tiers de pouce. On chargera ensuite la petite prouë de sorte qu'elle enfonce dans l'eau précisément de la même manière que la grande, & si on la fait avancer en la poussant avec une verge DH, qu'on appliquera en differens endroits D, jusqu'à ce que son mouvement soit bien uniforme & bien horisontal, la verge DH marquera par sa situation l'axe de la résistance ou de l'impulsion absolue de l'eau. C'est ce qui est tout-à-fait sensible; car le mouvement de la petite prouë ne peut être uniforme ni horisontal, à moins que la résistance de l'eau ne se trouve exactement détruite par l'effort de la verge, & on sçait que cette destruction de forces ne se peut faire, que lorsqu'elles sont précisément contraires. Si on veut exécuter la même chose d'une manière encore plus simple, on n'a qu'à faire l'expérience dans un endroit où l'eau a du mouvement. On soutiendra la petite prouë contre le choc de ce fluide avec la verge DH, qui aura un genou en K, & qui pourra se plier facilement en ce point; & aussi-tôt que le tout conservera constamment le même état, sans que la petite prouë soit sujette à tourner, & sans que la verge fléchisse par son genou; ce sera une marque que cette verge sera directement opposée à l'impulsion absolue de l'eau. Ainsi il suffira, pour avoir l'axe de cette impulsion, d'observer simplement la situation de la verge.

On pourra faire la même chose pour toutes les routes obliques, en disposant diversément la petite prouë par rapport au cours de l'eau: il est même clair que si on marquoit le point  $\gamma$  qui représente le centre de gravité de la coupe horisontale du Navire faite au raz de la mer, il seroit tout-à-fait aisé de déterminer immédiatement le point vélique. Il n'y auroit pour cela qu'à concevoir la verticale  $\gamma T$ ; & mesurer à quelle hauteur cette ligne & la verge DH se rencontrent dans la route directe, ou à quelle hauteur ces deux lignes passent l'une auprès de l'autre



dans les routes obliques. Enfin rien n'empêchera de prendre toujours toutes les mesures dont on aura besoin pour régler la disposition des Mâts & des voiles: de sorte qu'on peut dire que quoique cette méthode ne soit que mécanique, elle ne laisse pas d'être préférable à presque toutes les autres; d'autant-plus qu'elle ne dépend de la certitude d'aucun système particulier, sur les loix que les fluides observent dans leur choc. Cependant comme plusieurs personnes ne voudront peut-être pas s'en contenter, & qu'elles ne voudront pas aussi s'engager dans les calculs pénibles qu'exigent les méthodes absolument géométriques, nous proposerons encore ici en leur faveur quelqu'autres moyens: & nous commencerons par expliquer une manière très-simple de trouver le centre de gravité de la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau.

## CHAPITRE II.

*Trouver le centre de gravité de la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau, & de toutes les autres surfaces planes, en les divisant en plusieurs parties.*

**I**L est très-ordinaire de chercher le centre de gravité G des surfaces planes irrégulières, comme AEMNIB, [Fig. 2. Plan. 5.] en les séparant en plusieurs figures rectilignes, qui soient faciles à mesurer, & dont on connoisse le centre de gravité. On multiplie l'étendue de ces parties, par la distance de leur centre de gravité à l'extrémité P de la surface; & faisant une somme de tous les produits, on la divise par l'étendue entière de la surface, & le quotient marque la distance PG de l'extrémité P au centre de gravité P. Cette opération est fondée sur ce grand principe de Statique, que la somme des momens de plusieurs puissances est égale au produit de toutes ces puissances par la distance de leur centre d'effort commun au point fixe. De

Fig. 2.  
Plan. 5.



Fig. 2.  
Plan. 5.

forte que l'extrémité P sert icy de point fixe ; toutes les parties dans lesquelles on partage la surface AEMNIB représentent les poids ou les puissances ; & lorsqu'on ajoute ensemble les momens de toutes ces parties , on trouve le moment total de la surface AN ; moment qui est égal au produit de cette surface entière par la distance PG de son centre de gravité G au point fixe P : & ainsi il n'y a qu'à diviser ce moment par l'étendue de la surface , & on a PG. On peut par cette voye trouver le centre de gravité des figures planes avec toute l'exactitude qu'on veut : car rien n'empêche de partager les surfaces en un plus grand nombre de parties , afin que les portions AC , CE , EH , &c. de leur circuit approchent davantage d'être des lignes droites.

Mais cette méthode deviendroit extrêmement longue , si la division en plusieurs parties ne se faisoit pas avec choix. Pour abreger tout-à-fait considérablement , il faut partager la surface en trapezes , comme ABDC , CDFE , &c. par des parallèles DC , FE , HI , &c. qui soient perpendiculaires à la longueur PO , & qui soient toutes à une égale distance les unes des autres. On trouvera toujours ensuite l'étendue de la surface AN avec beaucoup plus de facilité ; car au lieu de faire une multiplication pour trouver l'aire de chaque trapeze , au lieu de multiplier la hauteur de chaque de ces figures par la moitié de la somme des deux côtez parallèles , comme on l'apprend en Géométrie ; nous n'aurons qu'une seule multiplication à faire pour tous les trapezes , parce qu'ils auront tous même hauteur : c'est-à-dire , que nous n'aurons qu'à multiplier la moitié de la somme de tous les côtez parallèles par une hauteur comme QP , qui est la distance d'une parallèle à l'autre , & nous aurons l'étendue de la superficie AN , ou de tous les trapezes joints ensemble. Mais il faut remarquer que comme toutes les parallèles DC , FE , IH , LK , &c. excepté la première BA , & la dernière NM , servent de côté à deux trapezes , leur moitié doit être ré-



petée deux fois ; ou , ce qui est la même chose , il faut employer ces parallèles entières dans la multiplication , pendant qu'on ne mettra que la moitié de la première & de la dernière parallèle. Ainsi voici à quoi se réduit toute la pratique , pour trouver l'étendue d'une surface plane irrégulière. Il faut prendre plusieurs largeurs AB , CD , EF , HI , &c. à une égale distance les unes des autres & assez proche pour que les parties AC , CE , EH , &c. du contour de la superficie , soient sensiblement des lignes droites : on fera une somme de toutes les largeurs intermédiaires CD , EF , HI , KL , & de la moitié de la première & de la dernière AB & MN , & il n'y aura plus ensuite qu'à multiplier cette somme par la distance d'une largeur à l'autre. Si les lettres *a* , *b* , *c* , *d* , *e* , *f* désignent les largeurs AB , CD , EF , &c. & que *m* , exprime la distance PQ ou QR d'une de ces largeurs à l'autre ; . . . . .

$m \times \frac{1}{2}a + b + c + d + e + \frac{1}{2}f$  marquera de cette sorte l'étendue de la surface AN : & c'est aussi ce qu'on pourroit vérifier facilement , s'il en étoit besoin.  $m \times \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$  est l'étendue du premier trapeze ABDC ;  $m \times \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c$  l'étendue du second ;  $m \times \frac{1}{2}c + \frac{1}{2}d$  du troisième ;  $m \times \frac{1}{2}d + \frac{1}{2}e$  du quatrième ;  $m \times \frac{1}{2}e + \frac{1}{2}f$  du cinquième ; & ces valeurs forment , jointes ensemble ,  $m \times \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c + \frac{1}{2}c + \frac{1}{2}d + \frac{1}{2}d + \frac{1}{2}e + \frac{1}{2}e + \frac{1}{2}f$  qui se réduit à  $m \times \frac{1}{2}a + b + c + d + e + \frac{1}{2}f$  .

Nous ne pouvons pas nous empêcher de faire remarquer ici , que cette précaution , lorsqu'on divise une figure en plusieurs parties , de leur donner à toutes quelques dimensions égales , rend ordinairement les opérations beaucoup plus simples , & peut-être d'un grand usage dans la résolution de plusieurs Problèmes de Géométrie pratique. Mais afin de nous renfermer dans notre sujet , supposons les mêmes dénominations que ci-dessus , & cherchons les momens des cinq trapezes de la Figure 2. par rapport



Fig. 2.  
Plan. 5.

au point fixe P. Le premier trapeze ABDC est formé du rectangle ABba & des deux triangles ACa, BDb. L'étendue du rectangle ABba est le produit  $ma$  de  $m = PQ$  par  $a = AB$ ; & cette étendue multipliée par la distance  $\frac{1}{2}m$  de son centre de gravité au point fixe P, nous donnera  $\frac{1}{2}m^2a$  pour le moment du rectangle ABba. D'une autre part, l'étendue du triangle ACa est  $\frac{1}{2}m \times \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a$ , car  $Aa = m$  &  $Ca = \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a$ ; ainsi l'aire des deux triangles ACa, BDb est  $m \times \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a$ ; & si nous multiplions cette étendue par  $\frac{2}{3}m$  parce que les centres de gravité des deux triangles, doivent répondre au  $\frac{2}{3}$  de Aa ou de PQ, nous aurons  $\frac{2}{6}m^2b - \frac{2}{6}m^2a$  pour le moment des deux triangles, qui étant ajouté avec le moment  $\frac{1}{2}m^2a$  du rectangle Ab donnera  $\frac{1}{6}m^2a + \frac{2}{6}m^2b$  pour le moment du trapeze entier ABDC. Or il fera facile de faire la même chose pour les autres trapezes: il suffira de diviser le tout en rectangles & en triangles, & de considerer que la distance de leurs centres de gravité au point fixe P augmente dans chaque, d'un intervalle comme PQ ou comme QR = m; c'est-à-dire, que si, par exemple, le centre de gravité des deux triangles ACa, & BDd est éloigné du point fixe P de la distance  $\frac{2}{3}m = \frac{2}{3}QP$ , le centre de gravité des deux triangles CEc, & DFd, sera éloigné du même point fixe, de la distance  $\frac{4}{3}m = m + \frac{2}{3}m = PQ + \frac{2}{3}QR$ . Enfin on trouvera  $\frac{4}{6}m^2b + \frac{4}{6}m^2c$  pour le moment du second trapeze;  $\frac{7}{6}m^2c + \frac{8}{6}m^2d$  pour celui du troisième;  $\frac{10}{6}m^2d + \frac{10}{6}m^2e$  pour celui du quatrième; &  $\frac{13}{6}m^2e + \frac{14}{6}m^2f$  pour celui du cinquième; & on aura par conséquent  $\frac{1}{6}m^2a + \frac{2}{6}m^2b$ , +  $\frac{4}{6}m^2b + \frac{4}{6}m^2c$ , +  $\frac{7}{6}m^2c + \frac{8}{6}m^2d$ , +  $\frac{10}{6}m^2d + \frac{10}{6}m^2e$ , +  $\frac{13}{6}m^2e + \frac{14}{6}m^2f$  pour le moment de toute la surface AHOF. Mais ce moment se réduit à  $\frac{1}{6}m^2a + m^2b + 2m^2c + 3m^2d + 4m^2e + 5m^2f$ ; & ainsi il n'y a qu'à diviser cette dernière expression par  $m \times \frac{1}{2}a + b + c + d + e + \frac{1}{2}f$  qui marque l'étendue de la superficie, & nous aurons, selon le principe de Statique, 
$$\frac{m^2 \times \frac{1}{6}a + b + 2c + 3d + 4e + 5f}{m \times \frac{1}{2}a + b + c + d + e + \frac{1}{2}f}$$



ou  $m \times \frac{\frac{1}{2}a + b + 2c + 3d + 4e + \frac{1}{6}f}{\frac{1}{2}a + b + c + d + e + \frac{1}{2}f}$  pour la distance PG du point fixe P au centre de gravité G.

Fig. 2.  
Plan. 5.

Si on suit maintenant pied à pied le calcul précédent, & qu'on examine avec soin l'ordre que tous les termes observent entr'eux, on pourra rendre ce calcul plus général & l'appliquer à des surfaces partagées en tant de trapezes qu'on voudra. On verra que le numerateur de la fraction

$\frac{\frac{1}{2}a + b + 2c + 3d + 4e + \frac{1}{6}f}{\frac{1}{2}a + b + c + d + e + \frac{1}{2}f}$  qu'on doit multiplier par  $m$  est

toujours formé, 1°. de la sixième partie de la premiere largeur AB; 2°. de la seconde largeur entiere CD; 3°. du double de la troisième largeur EF; 4°. du triple de la quatrième largeur HI, & ainsi de suite jusqu'à la pénultième inclusivement; & quant à la dernière MN, on reconnoitra que sa sixième partie entre un certain nombre de fois dans le numerateur de la fraction, & que pour sçavoir combien elle y entre, il faut tripler la multitude des parties égales PQ, QR, RS, &c. que contient la longueur PO de la surface, & ôter l'unité du produit: c'est-à-dire, qu'ici où nous avons partagé la longueur PO en cinq parties, on retranche 1. de 15. qui est le triple de cinq, & on apprend par-là qu'il faut mettre 14. fois la sixième partie de la dernière largeur MN. En un mot si  $n$  marque le nombre des parties égales PQ, QR, &c. nous pouvons exprimer generalement la distance PG de l'extremité P au centre de gravité G, par la formule . . . . .

$$m \times \frac{\frac{1}{2}a + 1b + 2c + 3d + 4e + \frac{3n-1}{6}f}{\frac{1}{2}a + b + c + d + e + \frac{1}{2}f} \text{ ou par } PQ \times \frac{\frac{1}{2}AB}{\frac{1}{2} \times AB} \\ + 1 \times \overline{CD} + 2 \times \overline{EF} + 3 \times \overline{HI} + 4c. + \frac{3n-1}{6} \times \overline{MN} \\ + \overline{CD} + \overline{EF} + \overline{HI} + 4c. + \frac{1}{2} \times \overline{MN}$$

Et il est facile de remarquer que lorsque la premiere largeur AB & la dernière MN sont nulles, comme cela arrive dans plusieurs surfaces qui se terminent en pointes à leurs deux extrémités, on peut exprimer la distance PG d'une manière



Fig. 1.  
Plan. 5.

encore plus simple par  $PQ \times \frac{1 \times \overline{CD} + 2 \times \overline{EF} + 3 \times \overline{HI} + \text{etc.}}{\overline{CD} + \overline{EF} + \overline{HI} + \text{etc.}}$ .

Pour en donner un exemple, proposons-nous la coupe horizontale d'un Navire prise à fleur d'eau, qui ait 70 pieds de longueur, & dont les largeurs mesurées à dix pieds de distance les unes des autres en y comprenant celles des deux bouts, soient exprimées par ces nombres 0, 18, 23, 34, 23, 19, 11, & 0. La dernière formule  $PG = PQ \times \frac{1 \times \overline{CD} + 2 \times \overline{EF} + 3 \times \overline{HI} + \text{etc.}}{\overline{CD} + \overline{EF} + \overline{HI} + \text{etc.}}$  nous indique d'ajouter la largeur 18, avec le double de la largeur 23, le triple de la largeur 24, le quadruple de la largeur 23, &c. & de multiplier la somme 389 par la distance 10 d'une largeur à l'autre. Nous aurons 3890 ; & divisant ce produit par la somme 118 de toutes les largeurs 18, 23, 24, &c. il viendra 32  $\frac{114}{118}$  pieds ou 32 pieds 11 pouces 7 lignes, pour la distance PG du centre de gravité G à l'extrémité P de la surface ; & c'est ce qu'on ne pourroit découvrir qu'avec beaucoup plus de peine, par toutes les autres voyes.

### CHAPITRE III.

*Trouver l'axe de l'impulsion de l'eau, en divisant la surface de la prouë en plusieurs parties sensiblement planes.*

**L**A facilité de la méthode précédente m'a fait examiner si on ne pouvoit pas découvrir l'axe de l'impulsion de l'eau, en partageant aussi la surface de la prouë en plusieurs parties sensiblement planes. L'opération se réduit à chercher l'impulsion de l'eau sur chaque petite partie, & à composer toutes ces impulsions ; mais comme elles agissent selon différentes directions, il est absolument nécessaire de les décomposer auparavant, & de les rapporter aux trois déterminations, directe, laterale, & verticale, comme



comme nous l'avons fait dans le Ch. VII. de la premiere Section; c'est-à-dire, donc qu'il faut toujours chercher avec quelle force chaque partie de la prouë est poussée selon le sens parallele à la quille, selon le sens perpendiculaire à la quille & selon le sens vertical; il faut ensuite ajouter toutes les impulsions relatives directes ensemble, de même que toutes les latérales ensemble, & toutes les verticales aussi ensemble; & de cette sorte toutes les impulsions particulières se trouvent réduites à trois. Comme cette opération se trouve très-longue, nous avons tâché de l'abrégé: mais il faut que nous convenions que si nous sommes parvenus à la rendre beaucoup plus facile, nous n'avons pas pû réussir cependant à l'accommoder à la portée des personnes qui ne seroient nullement Géometres.

Pour trouver d'abord l'impulsion que doit souffrir chaque petite partie de la prouë, on peut mesurer actuellement l'angle d'incidence sans chercher à le découvrir, à l'aide du calcul, par la situation connue de la surface. Il faut pour cela que le Vaisseau soit encore sur le chantier ou qu'il soit à sec dans quelque bassin: & supposé que le triangle ABC [ Fig. 3. Planche 5. ] soit une partie sensiblement plane de la superficie de sa prouë, on n'aura qu'à situer une regle CD horizontalement, & la mettre parallelement à la direction que doit avoir l'eau; c'est-à-dire, qu'on la mettra parallelement à la quille, si on veut examiner l'impulsion de l'eau dans la route directe, mais qu'on la placera obliquement, s'il s'agit de quelque route oblique. Enfin la regle CD étant parallele à la direction de l'eau, on mesurera l'angle qu'elle fera avec la surface ABC, & on aura l'angle d'incidence. Ainsi il ne restera plus qu'à chercher le sinus de cet angle dans les tables ordinaires, & à en multiplier le quarré par l'étendue de la surface, & on aura l'expression du choc de l'eau; puisque ces chocs sont toujours en raison composée de l'étendue des surfaces & des quarrés des sinus des angles d'incidence. Mais comme la mesure de cet angle peut être

Fig. 3.  
Plan. 5.



encore sujette à quelque difficulté, & que d'ailleurs on n'a pas toujours entre les mains des Tables des sinus, je crois qu'il vaut mieux mesurer actuellement le sinus même; d'autant plus que cela se peut faire tout-à-fait aisément. On n'a en effet qu'à prendre sur la règle CD un espace ED d'une grandeur constante pour représenter le sinus total: & disposant ensuite une équerre FGH, de manière qu'étant placée perpendiculairement à la surface ABC, une de ses branches GH soit étendue sur la surface, pendant que l'autre viendra joindre la règle au point E, la partie EG de cette seconde branche sera le sinus d'incidence; & on en aura la valeur, si la branche est divisée en un certain nombre de parties égales. Au lieu de mettre sur la branche FG une échelle de parties égales, on pourroit encore, si on le vouloit, en mettre une semblable à celle qui est gravée sur les compas de proportion & qui porte le nom de *lignes des plans*. On ne trouveroit pas ensuite le sinus d'incidence, mais on trouveroit le carré de ce sinus; & il ne resteroit donc, pour avoir l'impulsion de l'eau, qu'à multiplier ce carré par l'étendue de la surface.

On voit qu'il sera toujours très-facile de trouver de cette sorte l'impulsion absolue que doit recevoir de la part de l'eau chaque partie sensiblement plane de la superficie de la proue. Il s'agit maintenant de trouver les trois impulsions relatives selon les sens direct, latéral, & vertical. Mais sans les déduire des impulsions absolues, nous allons expliquer un principe très-commode, qui nous servira à les découvrir immédiatement, & par ce moyen nous rendrons toute l'opération beaucoup plus courte. Supposons que AB [ Fig. 4. Plan. 5. ] soit une surface poussée par un fluide, ou par quelque autre agent selon la perpendiculaire DH; on sçait que cette surface ne peut pas être poussée selon DH, sans l'être en même-tems selon toutes les autres directions qui ne font pas un angle droit avec DH; & que les impulsions relatives sont plus ou moins grandes, selon que ces directions sont de plus petits ou de plus grands

Fig. 4.  
Plan. 5.



angles avec  $DH$ . Or nous ferons remarquer que si on cherche les projections  $FG$  &  $IK$  de la surface  $AB$  sur des plans perpendiculaires aux directions  $DC$  &  $DE$  ( ce qui se fait , comme on le sçait , en abaissant de toutes les extrémités de la surface  $AB$  des perpendiculaires sur les plans  $FG$  &  $IK$  ) il y aura même rapport de la surface  $AB$  à ces projections  $FG$  &  $IK$ , que de l'impulsion totale, qui s'exerce le long de  $DH$  , aux impulsions relatives qui se font ressentir en même-tems selon les directions  $DC$  &  $DE$ .

Il est facile de voir la raison de cette vérité. Car si après avoir pris l'espace  $DM$  pour représenter avec quelle force la surface  $AB$  est poussée selon  $DH$ , on abaisse du point  $M$  les perpendiculaires  $MN$  &  $MO$  sur les directions  $DE$  &  $EF$ , il est évident que les parties interceptées  $DN$  &  $DO$  de ces directions , représenteront les forces relatives avec lesquelles la surface  $AB$  est poussée selon  $DC$  &  $DE$  ; & si on transporte ensuite par la pensée les projections  $FG$  &  $IK$ , en  $BR$  & en  $AL$  , les triangles  $ABR$  &  $DMN$  seront semblables , de même que les triangles  $ABL$  &  $DMO$  ; parce que les trois côtes des uns sont perpendiculaires aux trois côtes des autres : d'où il suit que les impulsions relatives  $DN$  &  $DO$  sont à l'impulsion absolue  $DM$  , comme les projections  $BR$  &  $AL$ , ou  $GF$  &  $IK$  sont à la surface  $AB$ . Nous n'avons point marqué ici la largeur de cette surface  $AB$ , ni celle de ses projections ; mais comme la largeur sera toujours la même dans l'une & dans les autres , il n'y a que le seul rapport des hauteurs à examiner ; & la hauteur  $AB$  de la surface qui reçoit le choc , fera toujours à la hauteur  $IK$  de quelqu'une de ses projections , comme la force absolue selon  $DH$  est à la force relative selon  $DE$  qui est perpendiculaire à  $IK$ . Or ce principe étant admis , il est clair que lorsque nous voudrions trouver avec quelle force relative l'eau pousse une partie plane de la proue , selon une certaine ligne , nous n'aurons qu'à chercher la projection de cette partie sur un plan perpendiculaire à la ligne proposée , & multiplier le quarré du sinus d'inciden-

Fig. 4.  
Plan. 5.



ce par l'étendue de cette projection. Nous multiplierions le carré du sinus d'incidence par la surface même, si nous voulions trouver l'impulsion absolue, ou ce qui revient au même, si la direction proposée étoit perpendiculaire à la surface. Mais puisqu'il ne s'agit que de l'impulsion relative selon une certaine détermination, & que l'impulsion absolue est à l'impulsion relative comme la surface est à sa projection, il est sensible que ce n'est pas la surface entière, mais seulement sa projection qu'il faut multiplier par le carré du sinus d'incidence. Ainsi pour découvrir avec quelle force les parties de la proue sont poussées selon le sens parallèle à la quille, selon le sens horizontal perpendiculaire à la quille, & selon le sens vertical, il nous faut chercher les projections de ces parties sur trois différens plans, qui doivent être perpendiculaires à ces trois directions, directe, latérale, & verticale. Nous devons donc chercher la première projection sur un plan vertical perpendiculaire à la quille, la seconde sur un plan vertical parallèle à la quille, & la troisième sur un plan horizontal. De cette sorte nous trouverons immédiatement les impulsions relatives comme nous nous le proposons, sans être obligés de chercher auparavant les absolues. Mais il faut que nous expliquions de quelle manière on doit partager la surface de la proue, pour qu'on puisse mesurer commodément l'étendue de ces trois projections dont nous avons besoin.

Fig. 5.  
Plan. 5.

Nous diviserons la surface de la proue  $GCVg$  [ Fig. 5. Plan. 5. ] en plusieurs zones par des plans perpendiculaires à la quille.  $GNCgfmBMF$  est une de ces zones, qui est séparée du reste de la surface, par les deux plans verticaux  $FBf$  &  $GCg$  perpendiculaires à la quille & à l'axe  $VE$  de la proue. Nous diviserons encore toutes ces zones en plusieurs trapezes  $KFGL$ ,  $MKLN$ , &c. par des plans horizontaux  $kKL$  &  $mMN$ , &c. Et comme il peut arriver que, malgré la petitesse de ces trapezes, leurs quatre angles ne soient pas dans un même plan, nous les réduirons encore toujours en triangles, en traçant les diagonales



FL, KN, &c. au dedans : de sorte que nous ne considérerons que ces seuls triangles comme des superficies planes. Dans toutes ces superficies il y aura toujours les pointes de deux angles qui seront dans le même plan horizontal, & la pointe du troisième angle sera toujours au-dessus ou au-dessous d'une des deux premières. On mesurera avec un fil à plomb la quantité verticale dont un de ces angles sera plus élevé que l'autre, & on prendra en même-tems en bas sur le terrain, la distance du fil à plomb à la quille, afin d'avoir les demies largeurs de Navire en chaque endroit. Enfin on nommera dans chaque triangle.

Fig. 5.  
Plan. 5.

*f* La quantité dont les deux angles, qui sont l'un au-dessus de l'autre, sont plus vers la poupe ou vers la proue, que le troisième angle.

*g* La différence des deux demies largeurs de la proue mesurées vis-à-vis des deux angles qui sont à côté l'un de l'autre, ou qui sont à même hauteur.

*k* La différence des deux demies largeurs mesurées vis-à-vis des angles qui sont l'un au-dessus de l'autre.

Et enfin *i* la quantité verticale dont un de ces derniers angles est au-dessus de l'autre.

C'est-à-dire, que si dans le triangle FGL, on abaisse par la pensée la perpendiculaire FP sur EG, & que du point L on tire la verticale LQ qui rencontre EG perpendiculairement en Q, la lettre *f* désignera FP ou AE, qui est la distance des deux plans verticaux qui terminent le tronc *g* BG de la proue, & qui comprennent notre triangle. *g* désignera PG qui est la différence des deux demies largeurs AF & EG de la proue; *k* exprimera la différence GQ des deux demies largeurs mesurées en G & en L : & enfin *i* marquera LQ ou HA. On n'a pareillement dans le triangle NMK qu'à abaisser du point N la perpendiculaire NR sur IM prolongée vers R, & du point K abaisser la verticale KS qui rencontrera IM en S : nous aurons ensuite  $NR = FP = AE$  pour la valeur de *f*, valeur qui fera la même dans tous les triangles de la même zone GBg.



Fig. 5.  
Plan. 5.

Nous aurons, 2<sup>o</sup>. la différence MR des deux demies largeurs mesurées en M & en N pour la valeur de  $g$ ; valeur qui sera ordinairement différente dans tous les triangles. Nous aurons 3<sup>o</sup>. MS qui est la différence des deux demies largeurs IM & MK pour la valeur de  $k$ . Et nous aurons 4<sup>o</sup>. la quantité verticale KS dont le point K est plus élevé que le point M pour la valeur de  $i$ . En un mot il sera toujours facile de connoître les quatre grandeurs  $f$ ,  $g$ ,  $k$ , &  $i$ , dans tous les triangles; il faudra seulement bien observer, de ne pas confondre ce qui appartient à l'un, avec ce qui appartient à l'autre; & il sera ensuite tout-à-fait aisé de trouver l'étendue des trois projections que nous demandions.

S'il s'agit, par exemple, de l'impulsion que souffre le triangle FGL, & que nous cherchions sa projection sur le plan vertical qui passe par GL & GE, & qui est perpendiculaire à la quille, il est évident qu'il nous viendra le triangle PGL; puisque les points L & G sont communs au triangle FGL, & à sa projection PGL, & que le point P répond au point F, à cause de FP qui est parallèle à la quille & qui tombe perpendiculairement sur GP. Ainsi c'est l'étendue du triangle PGL qu'il faut multiplier par le carré du sinus d'incidence, pour avoir, conformément à ce que nous avons dit cy-devant, l'impulsion relative directe, à laquelle est sujette la partie triangulaire FGL. Or on trouvera l'étendue du triangle de projection PGL, en multipliant sa base PG par la moitié de la hauteur LQ. C'est-à-dire, que nous aurons  $\frac{1}{2} ig$  pour l'étendue de cette projection; & on peut voir aisément que toutes les autres parties triangulaires de la proue ont également  $\frac{1}{2} ig$  pour leur projection faite sur un plan vertical perpendiculaire à la quille, aussi-tôt qu'on donne à  $i$  & à  $g$  les grandeurs qui leur conviennent. Si on cherche en second lieu la projection faite sur le plan horizontal AFGE, on trouvera le triangle FGQ; car les points F & G de la projection sont les mêmes que ceux du triangle FGL, & le point



Fig. 5.  
Plan. 5.

Q répond au point L dans la même verticale QL : c'est par conséquent le produit  $\frac{1}{2} GQ \times PF = \frac{1}{2} kf$  qui marque l'étendue de la projection, & c'est ce produit qu'on doit multiplier par le quarré du sinus d'incidence, pour avoir la force relative verticale avec laquelle le triangle FGL est poussé en haut : & on peut remarquer que  $\frac{1}{2} kf$  convient à tous les triangles. Enfin comme la projection faite sur le plan vertical parallèle à la quille doit être comprise entre les mêmes plans horisontaux, que le triangle FGL, il est évident qu'elle aura  $LQ = i$  de hauteur, & que sa largeur sera égale à  $FP = f$  ; parce qu'elle sera aussi comprise entre les mêmes plans verticaux perpendiculaires à la quille : c'est-à-dire, donc que  $\frac{1}{2} LQ \times FP = \frac{1}{2} if$  sera l'étendue de cette projection, & que c'est  $\frac{1}{2} if$  qu'il faut multiplier par le quarré du sinus d'incidence, pour avoir la force avec laquelle chaque triangle FGL est poussé latéralement ou de côté. Ainsi les produits  $\frac{1}{2} ig$ ,  $\frac{1}{2} if$ , &  $\frac{1}{2} kf$  désignent les trois projections dont nous avons besoin, & sont, pour ainsi dire, les *exposans* des trois impulsions relatives, directe, latérale, & verticale. Ces projections une fois trouvées, serviront pour les routes de toutes sortes d'obliquitez ; il n'y aura que le sinus d'incidence qui sera sujet à changer. On mesurera ce sinus comme nous l'avons expliqué cy-devant, & il ne restera donc qu'à en multiplier le quarré par les projections, pour avoir les trois impulsions relatives, auxquelles chaque partie triangulaire FGL de la surface de la prouë sera exposée.

Nous disons qu'on mesurera le sinus d'incidence ; mais il faut remarquer qu'on n'en prend ainsi actuellement la mesure que pour le decouvrir avec plus de facilité : car on pourroit en trouver la valeur par le calcul, en se servant simplement des dimensions que nous venons de supposer. En effet si  $n$  désigne le sinus total, &  $m$  &  $h$  la tangente & la secante de l'angle de la derive, ou la tangente & la secante de l'obliquité de la route, nous pour-



Fig. 5.  
Plan. 5.

rions prouver assez aisément que,  $\frac{n^2ig + nmfi}{h\sqrt{i^2f^2 + i^2g^2 + k^2f^2}}$  est l'expression générale des sinus d'incidence sur toutes les parties triangulaires de la prouë; sur les parties qui sont du côté de l'angle de la dérive lorsque le second terme du numérateur est affecté du signe +, & sur les parties de l'autre moitié de la prouë lorsque le second terme est affecté du signe —. Le quarré de cette expression étant multiplié par les trois projections  $\frac{1}{2}ig$ ,  $\frac{1}{2}if$ ,  $\frac{1}{2}kf$ , on trouve

$$\frac{\frac{1}{2}ig \times n^2ig + nmfi^2}{h^2 \times i^2f^2 + i^2g^2 + k^2f^2}; \frac{\frac{1}{2}if \times n^2ig + nmfi^2}{h^2 \times i^2f^2 + i^2g^2 + k^2f^2}; \& \frac{\frac{1}{2}kf \times n^2ig + nmfi^2}{h^2 \times i^2f^2 + i^2g^2 + k^2f^2}$$

pour les trois chocs relatifs, direct, latéral, & vertical.

Enfin aussi-tôt qu'on aura découvert ces chocs relatifs pour tous les triangles, il faudra ajouter ensemble tous les chocs directs, parceque comme ils agissent dans le même sens, ils doivent former un choc total, égal à leur somme. Il faudra par la même raison ajouter aussi ensemble toutes les impulsions verticales. Mais quant aux latérales, on prendra la différence de celles qui se font sur le côté droit de la prouë & de celles qui se font sur le côté gauche; parceque ces impulsions latérales sont contraires, & que les plus foibles doivent suspendre une partie de l'effet des plus fortes. Or toutes nos impulsions relatives se trouveront de cette manière réduites simplement à trois: & il ne sera pas fort difficile de trouver aussi les directions de ces forces, en employant le principe de Statique, dont nous nous sommes déjà servi. Nous n'aurons qu'à concevoir auprès du Vaisseau, un plan parallèle à la direction que nous voudrions déterminer; & si nous multiplions les chocs particuliers que souffrent toutes les parties de la prouë, par leur distance à ce plan, & que nous ajoutions ensemble tous ces produits ou momens, nous n'aurons qu'à diviser leur somme ou le moment total par la somme des impulsions, & il nous viendra au quotient la distance de leur direction composée, à ce plan que nous aurons pris pour terme. On déterminera ainsi les directions des trois chocs relatifs,



relatifs, que souffrent ensemble toutes les parties de la prouë, & il faudra ensuite composer ces directions, pour avoir l'axe du choc absolu ou de l'impulsion totale. Comparant d'abord les deux impulsions relatives horisontales, directe, & latérale, on trouvera la direction de toute la partie de l'impulsion qui agit selon le sens horisontal : & comparant cette direction avec celle du choc relatif vertical, on trouvera enfin l'impulsion totale absolue.

#### CHAPITRE IV.

##### *Application de la méthode précédente à un Navire du Croisic.*

J'Ay fait un essai de la méthode précédente sur un petit Navire du *Croisic* appelé le *S. Pierre*, du port d'environ 23 tonneaux, dont j'ai représenté la carene dans la Figure 6 de la Planche 5. La coupe horisontale ACBE prise à fleur d'eau lorsque le Navire flottoit librement & qu'il étoit chargé, avoit 38 pieds 4 pouces de longueur AB & 12 pieds 6 pouces de plus grande largeur CE. La profondeur OF de la carene étoit de cinq pieds, & la distance AO de l'extrémité A de la prouë au point O de la plus grande largeur étoit d'environ 14 pieds 5 pouces. Pendant que la mer étoit basse & que le Navire étoit à sec, je divisai la moitié AEF de sa prouë en neuf parties triangulaires qui étoient sensiblement planes : mais cependant j'eus poussé la division beaucoup plus loin, s'il eût été question de tirer quelques conséquences certaines & de mâter effectivement ce Navire. Ces neuf triangles étoient disposez comme ils le paroissent dans la figure, & voicy à peu près comment j'en reglai l'arrangement, & que j'en pris les dimensions. Je laissai tomber du point A un fil à plomb, afin de déterminer le point *a*; & ayant prolongé la quille jusqu'à ce point, je lui tirai sur le terrain les trois perpen-

Fig. 6.  
Plan. 5.



Fig. 6.  
Plan. 5.

diculaires  $ml$ ,  $gh$ , &  $Fe$ , d'une longueur indéterminée. Je fis partir les deux premières, des deux points  $m$  &  $g$  que je pris à volonté, après cependant avoir mesuré les distances  $am$  &  $ag$ ; mais je tirai la troisième du point  $F$  qui répondoit sous la plus grande largeur du Navire. Je pris ensuite un fil à plomb, égal à la hauteur  $Aa$  de l'extrémité de la prouë, qui étoit de 5 pieds, & l'ayant appliqué aux points  $L$ ,  $H$ ,  $E$  qui répondoient exactement au-dessus des lignes  $ml$ ,  $gh$ ,  $Fe$ , & qui étoient élevez au-dessus du terrain de toute la longueur du fil, je marquai ces trois points; & on mesura en même-tems en bas les trois espaces  $ml$ ,  $gh$ , &  $Fe$ , afin d'avoir les trois demies largeurs du Navire dans ces trois points. Je rendis ensuite le fil à plomb égal à la hauteur  $Mm$ , & l'appliquant aux points  $K$  &  $X$  qui étoient également élevez que le point  $M$  & qui répondoient précisément au-dessus des lignes  $gh$ , &  $Fe$ , on mesura les intervalles  $gk$  &  $Fx$ , pour avoir les demies largeurs de la carene dans les deux points  $K$  &  $X$ . Enfin je diminuai encore la longueur du fil à plomb, & l'ayant fait égal à la hauteur  $Gg$ , je l'appliquai au point  $T$  qui étoit à la même hauteur & qui répondoit au-dessus de  $Fe$  & je fis mesurer l'intervalle  $Ft$ . Il est clair que je pouvois ensuite, avec toutes ces dimensions, trouver aisément les trois différentes projections des neuf triangles  $ALM$ ,  $LHK$ ,  $LMK$ ,  $MKG$ ,  $HEX$ ,  $KHX$ ,  $KXT$ ,  $GKT$ , &  $GTF$  dans lesquels j'avois partagé la moitié de la prouë: car pour trouver, par exemple, celles du triangle  $KHX$ , je n'avois qu'à faire attention que les grandeurs que nous avons désignées dans le Chapitre précédent par  $f$ ,  $g$ ,  $k$ , &  $i$ , sont égales à  $gF$ , à  $Fx - gk$ , à  $gh - gk = kb$ , & à  $Hb - Kk$ ; & il ne me restoit plus que de simples multiplications à faire, pour avoir l'étendue des trois projections  $\frac{1}{2}ig$ ,  $\frac{1}{2}if$ , &  $\frac{1}{2}kf$ . Enfin je trouvai que celles du premier triangle étoient de  $577\frac{1}{2}$ , de  $445\frac{1}{2}$ , & de  $472\frac{1}{2}$  pouces quarez; celles du second de  $478\frac{1}{2}$ ,  $957$ , &  $667$ ; du troisième de  $676\frac{1}{2}$ ,  $957$ , &  $1015$ ; du quatrième de  $430\frac{1}{2}$ .



609, & 1189; du cinquième de  $181\frac{1}{2}$ , 1452, & 660; du sixième de  $313\frac{1}{2}$ , 1452, & 1012; du septième de  $199\frac{1}{2}$ , 924, & 1056; du huitième de 378, 924, & 1804; & enfin du neuvième de 108, 264, & 1584. Je mesurai aussi les sinus d'incidence sur les neuf triangles, en me servant d'une équerre, comme je l'ai expliqué au commencement de l'autre Chap. Je pouvois par la formule  $\frac{n^2 ig + nmif}{h^2 V i^2 f^2 + i^2 g^2 + k^2 f^2}$  déduire ces sinus des dimensions que je venois de prendre; mais il étoit plus court, comme je l'ai déjà dit, de les mesurer actuellement. Je supposai le sinus total de 100 parties & je trouvai ces neuf valeurs, 66, 38, 43, 30, 11, 17, 14, 18, & 6. Mais il faut remarquer que ces sinus n'appartiennent qu'à la route directe, parce que je ne situai ma regle que parallèlement à la quille.

Les quarez de ces sinus sont 4356, 1444, 1849, 900, 121, 289, 196, 324, & 36. Je n'avois qu'à multiplier ces quarez par l'étendue des neuf triangles & il me fût venu, comme on le sçait, les chocs absolus que doivent recevoir ces triangles; mais comme je ne voulois avoir que les chocs relatifs directs & verticaux, je multipliai chaque carré par chaque des projections  $\frac{1}{2} ig$ , &  $\frac{1}{2} kf$  & je reconnus que les neuf impulsions relatives directes étoient 2515590, 690954, 1250848  $\frac{1}{2}$ , 387450, 21961  $\frac{1}{2}$ , 90601  $\frac{1}{2}$ , 39102, 122472, & 3888; & les neuf impulsions relatives verticales 2058210, 963148, 1876735, 1070100, 79860, 292468, 206976, 584496, & 57024. J'ajoutai ensuite les chocs horizontaux ensemble & les verticaux aussi ensemble, & je reconnus que la demie prouë AEF devoit être poussée selon le sens parallèle à la quille avec une force 5122867  $\frac{1}{2}$  & verticalement avec la force 7189017; d'où il suit que la prouë entière qui doit être poussée avec des forces doubles, devoit ressentir les deux impulsions relatives 10245735, & 14378034. Je ne me servis point des projections  $\frac{1}{2} if$  des neuf triangles, ou, ce qui est la même chose, je ne cherchai point avec quelle force le Na-



Fig. 6.  
Plan. 5.

vire étoit poussé de côté ; parce qu'une des moitez de la prouë est autant poussée que l'autre, aussi-tôt que le Navire singe directement sur sa quille ; & les deux impulsions latérales qui sont contraires, doivent alors se détruire mutuellement.

Pour trouver ensuite la direction  $DW$  sur laquelle agit l'impulsion relative horisontale, je pris en pouces les distances perpendiculaires des centres de gravité des triangles au plan  $ACE$ , qui est une partie de la premiere tranche de la carene. Il faut remarquer que je ne mesurai pas actuellement ces distances, mais ce qui me donna précisément la même chose, comme il seroit facile de le démontrer, je fis une somme des distances des trois angles de chaque triangle au plan  $ACE$  & j'en pris le tiers. Je multipliai après cela les impulsions relatives horisontales 2515590, 690954, &c. par les distances des centres de gravité, ce qui me donna les momens de ces impulsions : & divisant selon le principe de Statique, la somme 176122905 de ces momens par la somme 10245735 des impulsions, il me vint 17 pouces & un peu plus, pour la quantité  $DS$  dont la direction  $DW$  est au-dessous du plan  $ACE$ . Je cherchai ensuite de la même manière la direction  $DI$  de l'impulsion relative verticale. Je m'imaginai à l'extrémité  $A$  de la prouë, un plan vertical perpendiculaire à la quille, & ayant multiplié les impulsions particulières verticales 2058210, 963148, &c. par leurs distances à ce plan, je trouvai leurs momens particuliers & j'eus 814974408 pour leur somme ou pour le moment total. Je divisai ce moment total par 14378034 qui est la somme des impulsions verticales, & il me vint au quotient 56 pouces environ 8 lignes pour la distance  $AS$  de la direction verticale  $DI$  à l'extrémité  $A$  de la prouë. J'eus encore conçu un autre plan vertical, mais parallèle à la quille, & j'eus cherché les distances des directions  $DW$  &  $DI$  à ce plan, s'il eût été question d'une route oblique. Mais dans le cas que je considérois, les directions  $DW$  &  $DI$  n'étoient



pas plus d'un côté du Vaisseau que de l'autre ; elles étoient exactement dans le plan vertical AOF qui coupe la prouë par la moitié.

Fig. 61  
Plan. 5.

Enfin il ne me restoit plus qu'à composer les deux directions DW & DI pour trouver la direction DRN de l'impulsion absolue : mais c'est ce qui étoit tout-à-fait facile après tous les calculs précédens ; puisque cette direction DR doit être la diagonale d'un rectangle DQRP qui a ses côtez DQ & DP en même raison que les deux impulsions horifontale, & verticale 10245735, & 14378034. Je cherchai aussi le centre de gravité  $\gamma$  de la premiere tranche ACBE de la carene par la méthode du Chapitre II. de ces Additions, & ayant soustrait AS qui étoit de  $56 \frac{2}{3}$  pouces de la distance A $\gamma$  que je trouvois de 17 pieds 8 pouces, il me vint 12 pieds  $11 \frac{1}{3}$  pouces pour S $\gamma$  ou pour DW. Je fis après cela cette analogie : l'impulsion horifontale DQ = 10245735 est à l'impulsion verticale DP ou QR = 14378034, comme 12 pieds  $11 \frac{1}{3}$  pouces valeur de DW sont à environ 18 pieds 2 pouces, valeur de WN ; & , si on en retranche W $\gamma$  qui est égal à DS, & qui est de 17 pouces, il restera 16 pieds 9 pouces pour l'élévation  $\gamma$  N du point *vélique* N, qui est, comme on le sçait, le point d'intersection de l'axe DN du choc de l'eau & de la verticale du centre  $\gamma$ . Ainsi nous voyons que pour donner une disposition parfaite à la Mâtire du Navire le *S. Pierre*, il eût fallu mettre le centre d'effort de ses voiles à 16 pieds 9 pouces au-dessus de la surface de l'eau ; ou à environ 14 pieds au-dessus du Navire, parce que le tillac & le bord pouvoient avoir 2 pieds 9 pouces de hauteur au-dessus de l'eau. Cela supposé, si on eût fait la voile large de 20 pieds par en bas & de 50 par le sommet, comme on le pouvoit très-aisément ; il eût fallu la faire de  $24 \frac{1}{2}$  pieds de hauteur, & donner aussi cette même hauteur aux Mâts au-dessus du Navire : c'est ce qu'on trouve par l'analogie indiquée à la fin de l'article V. du Chapitre IX. de la premiere Section.



Fig. 25.  
& 26.

Il n'y auroit pas plus de difficulté à trouver l'impulsion de l'eau dans une route oblique : l'opération seroit simplement plus longue, parce qu'il faudroit chercher le choc relatif latéral auquel seroient exposées les parties de la prouë & qu'il faudroit composer ce choc avec les deux autres. Il est vrai qu'à faire la même opération seulement pour neuf ou dix routes, on s'engageroit dans un travail de plusieurs jours. Mais il suffit de faire attention aux fruits considérables qu'on en retireroit & à l'importance de la matière, & je crois qu'on ne comptera ensuite la peine que pour très-peu de chose. Ce ne sont pas simplement nos maximes de Mâtüre, qui supposent la détermination exacte de l'axe de l'impulsion absoluë de l'eau : nous croyons même, comme nous l'avons déjà insinué, qu'après que nous aurons mis nos deux voiles aux deux extremités du Vaisseau & que nous leur aurons donné la hauteur convenable pour la route directe, on pourroit sans inconvénient laisser aux Marins le soin d'en régler la disposition particulière dans les routes obliques ; & de cette sorte nous n'aurions guères à chercher l'axe du choc absolu de l'eau, que dans le seul cas où le Navire singe directement sur sa quille. Mais presque tous les Problèmes de Manœuvre supposent la détermination de ce même axe dans les routes obliques. Il n'est pas possible, par exemple, de découvrir autrement la disposition la plus avantageuse de la voile & du Vaisseau ; soit pour gagner au vent ; soit pour suivre une route proposée ; soit pour atteindre un autre Vaisseau qui fait voile & qui fuit. D'ailleurs si la Théorie de la Manœuvre est fondée sur la connoissance de l'impulsion de l'eau, il est certain qu'on ne peut guères découvrir cette impulsion, par les méthodes purement géométriques : car la courbure de la carene est mécanique & irrégulière dans presque tous les Vaisseaux, & ainsi il n'y a point de meilleur parti à prendre, que celui de partager la prouë en plusieurs petites surfaces sensiblement planes, comme nous venons de faire. Peut-être cependant que



la méthode précédente, quoique nous ayons trouvé le moyen de l'abréger assez considérablement, paroîtra encore trop longue, pour qu'on puisse se résoudre à en faire un fréquent usage dans la Marine. Mais nous allons montrer qu'on peut presque toujours en rendre l'application beaucoup plus simple, aussi-tôt qu'il s'agit de découvrir l'impulsion de l'eau pour plusieurs routes.

## CHAPITRE V.

*Ayant trouvé par l'expérience ou par quelque autre moyen l'impulsion de l'eau sur la proue, pour la route directe & pour une route oblique, découvrir géométriquement les impulsions pour toutes les autres routes.*

EN effet c'est assez que nous connoissions les impressions de l'eau dans deux routes différentes, pour que nous puissions les trouver dans toutes les autres; pourvu cependant qu'il n'y ait toujours que les mêmes parties de la proue qui soient exposées au choc. Cela vient de ce qu'il y a toujours, quoique cela paroisse assez surprenant, un certain rapport entre toutes les impulsions que peut souffrir une surface & de ce que ce rapport se trouve non-seulement dans les surfaces courbes géométriques & régulières; mais aussi dans celles qui sont comme formées au hazard & dont les parties ne gardent aucun ordre dans leur situation. De sorte qu'une surface dont la courbure n'est pas soumise au calcul algébrique, reçoit des chocs dont la relation y est soumise & dont la relation peut s'exprimer d'une manière générale.

Si nous considérons d'abord les expressions des chocs relatifs que nous avons données dans le Chapitre VII. de la première Section, nous verrons qu'on peut toujours les réduire à cette forme  $\frac{E + m \times F + m^2 \times G}{h^2}$  dans laquelle, E,



F, & G sont des grandeurs constantes, qui ne changent point par les diverses obliquitez de la route; mais qui sont simplement différentes selon qu'il s'agit d'impulsions relative ou directe, ou latérale, ou verticale. Supposé, par exemple, qu'on examine la premiere formule . . . .

$\int \frac{2n^4 q y dy^3 + 4mn^3 r y dy^2 dx + m^2 n^2 q y dy dx^2}{2b^2 r \times dx^2 + dy^2}$ , il est clair qu'elle est

précisément la même que  $\frac{1}{b^2} \int \frac{2n^4 q y dy^3}{2r \times dx^2 + dy^2} + \frac{m}{b^2} \times \dots$

$\int \frac{4n^3 r y dy^2 dx}{2r \times dx^2 + dy^2} + \frac{m^2}{b^2} \int \frac{n^2 q y dy dx^2}{2r \times dx^2 + dy^2}$ ; & cette dernière ex-

pression ne diffère point de  $\frac{E}{b^2} + \frac{m}{b^2} F + \frac{m^2}{b^2} G$  ou de

$\frac{E + mF + m^2 G}{b^2}$  aussi - tôt qu'on désigne les trois intégrales

$\int \frac{2n^4 q y dy^3}{2r \times dx^2 + dy^2}$ ,  $\int \frac{4n^3 r y dy^2 dx}{2r \times dx^2 + dy^2}$ ,  $\int \frac{n^2 q y dy dx^2}{2r \times dx^2 + dy^2}$ , par

les lettres E, F, G. On peut dire aussi la même chose des impulsions, relative, latérale, & verticale. Toute la différence qui se trouve, c'est que lorsqu'il est question de l'impulsion directe, exprimée par la premiere formule, les grandeurs E, F, G sont égales aux intégrales que nous venons de rapporter; au lieu que lorsqu'il s'agit de l'impulsion latérale qui est exprimée par la quatrième formule, ces grandeurs sont égales aux intégrales  $\int \frac{3n^4 y d^2 x^2}{3 \times dx^2 + dy^2}$ ,

$\int \frac{3n^3 q y dy dx^2}{3 \times dx^2 + dy^2}$ , &  $\int \frac{2n^2 y dx^3}{3 \times dx^2 + dy^2}$  & aux integrales . . . .

$\int \frac{3n^4 y dy^2 dx}{3 \times dx^2 + dy^2}$ ,  $\int \frac{3n^3 y dy dy dx^2}{3 \times dx^2 + dy^2}$ ,  $\int \frac{n^2 y dx^3}{3 \times dx^2 + dy^2}$ , lorsqu'il est

question des impulsions verticales. Mais enfin il est sensible que les grandeurs E, F, G ne sont toujours point sujettes à changer par les divers angles de dérive, & qu'il

n'y a de variable dans l'expression  $\frac{E + mF + m^2 G}{b^2}$  que la tangente  $m$  & la secante  $b$ : & si on met à la place de  $b^2$



la valeur  $n^2 + m^2$ , nous aurons cette autre formule

$$\frac{E + mF + m^2G}{n^2 + m^2}, \text{ qui ne contient plus que la seule variable } m,$$

& qui convient néanmoins à tous les conoïdes & pour tous les angles de dérive.

Nous trouverons encore la même chose, en nous servant des expressions générales  $\frac{1}{2} ig \times \frac{n^2 ig + mnfi^2}{b^2 \times f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}$ ;

$$\frac{1}{2} if \times \frac{n^2 fi + mnfi^2}{b^2 \times f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}, \text{ \& } \frac{1}{2} kf \times \frac{n^2 i^2 + mnfi^2}{b^2 \times f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}$$

dont nous avons parlé dans le Chapitre III. de ces Additions. Car si nous prenons à volonté une de ces expressions, comme, par exemple, la dernière, qui marque l'impulsion relative verticale sur chaque partie triangulaire de la prouë GCVg [ Fig. 5. Plan. 5. ] nous n'aurons qu'à lui donner cette forme  $\frac{1}{2} kf \times \frac{n^4 i^2 g^2 + 2mn3fgi^2 + m^2 n^2 f^2 i^2}{b^2 \times f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}$

$$\text{ou cette autre } \frac{1}{b^2} \times \frac{\frac{1}{2} n^4 i^2 g^2 kf}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2} + \frac{m}{b^2} \times \frac{n^3 gi^2 kf^2}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}$$

$$+ \frac{m^2}{b^2} \times \frac{\frac{1}{2} n^2 fi^2 k}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}, \text{ \& nous verrons qu'elle contient}$$

trois termes dont le premier n'a  $\frac{1}{b^2}$  de variable, puisque

le reste  $\frac{\frac{1}{2} n^4 i^2 g^2 kf}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}$  est formé simplement du sinus total  $n$ ,

& des grandeurs  $i, g, f, k$  qui marquent la situation & les dimensions du triangle FGL qui reçoit le choc. Par la même raison, le second & le troisième terme n'ont

que  $\frac{m}{b^2}$ , &  $\frac{m^2}{b^2}$  de variables; & ainsi, si E est la somme de

toutes les valeurs  $\frac{\frac{1}{2} n^4 i^2 g^2 kf}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}$  tirées de tous les triangles dont la surface de la prouë est formée; si outre ce-

la F est la somme de toutes les valeurs  $\frac{n^3 gi^2 kf^2}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}$  &  $\frac{m^2}{b^2} \times \frac{\frac{1}{2} n^2 fi^2 k}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}$  &c



que  $G$  soit celle de toutes les valeurs  $\frac{\frac{1}{2} n^2 f + i^2 k}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}$ ,

nous aurons  $\frac{E}{h^2} + \frac{m}{h^2} F + \frac{m^2}{h^2} G$ , ou  $\frac{E + mF + m^2 G}{n^2 + m^2}$  pour l'im-

pulsion relative verticale que souffrent ensemble toutes les parties de la moitié de la proue. Or comme on peut partager toutes les surfaces tant Géométriques que Mécaniques en parties triangulaires sensiblement planes comme  $FGL$ , au moins en parties infiniment petites, il est certain que nous pouvons appliquer ce que nous venons de dire à toutes sortes de surfaces, c'est-à-dire, que

$\frac{E + mF + m^2 G}{n^2 + m^2}$  peut toujours exprimer toutes les impulsions relatives auxquelles elles sont sujettes. Ainsi il n'est plus question que de déterminer les grandeurs  $E$ ,  $F$ ,  $G$ ; & de le faire d'une manière assez générale pour convenir à toutes les surfaces.

Le moyen qui me paroît le plus commode, c'est de comparer cette formule  $\frac{E + mF + m^2 G}{n^2 + m^2}$  à trois impulsions

déjà connues : car nous aurons trois différentes équations, & il n'en faut pas davantage pour pouvoir déterminer trois inconnues telles que  $E$ ,  $F$ ,  $G$ . Je suppose donc que lorsque l'angle de la dérive est nul, ou que le fluide se meut selon la ligne de la quille, le choc relatif selon une certaine détermination est représenté par  $A$ ; que lorsque l'angle de la dérive est sensible & que  $c$  est la tangente, le choc relatif, selon le même sens que le premier est représenté par  $a$ ; & que lorsque  $e$  est la tangente de l'angle de la dérive, le choc relatif selon la même détermination que les deux autres est  $a$ . J'introduis successivement à la place de  $m$ , dans la formule générale

$\frac{E + mF + m^2 G}{n^2 + m^2}$ , les tangentes  $o$ ,  $+c$ , &  $+e$  des trois angles

de dérive, & je trouve ces trois diverses impulsions  $\frac{E}{n^2}$ ,



$\frac{E + cF + c^2G}{n^2 + c^2}$ , &  $\frac{E + eF + e^2G}{n^2 + e^2}$ ; ce qui me donne les trois

équations  $\frac{E}{n^2} = A$ ,  $\frac{E + cF + c^2G}{n^2 + c^2} = a$ , &  $\frac{E + eF + e^2G}{n^2 + e^2} = a$ .

La première me fait déjà découvrir que  $E = An^2$ ;

& faisant disparaître  $E$  des deux autres, j'ai  $\frac{An^2 + cF + c^2G}{n^2 + c^2} = a$

&  $\frac{An^2 + eF + e^2G}{n^2 + e^2} = a$ . Je cherche ensuite dans ces

dernières équations la valeur de  $F$ ; ce qui me donne  $F =$

$\frac{-An^2 + a \times n^2 + c^2 - c^2G}{c}$ , &  $F = \frac{-An^2 + a \times n^2 + e^2 - e^2G}{e}$

& comparant ces deux valeurs ensemble, on a l'égalité

$\frac{-An^2 + a \times n^2 + c^2 - c^2G}{c} = \frac{-An^2 + a \times n^2 + e^2 - e^2G}{e}$  dans la-

quelle il est facile de découvrir  $G$ , qui est notre dernière in-

connue; on trouve  $G = \frac{An^2 \times e - c - ae \times n^2 + c^2 + ac \times n^2 + e^2}{ce^2 - c^2e}$

& introduisant cette valeur dans celle  $\frac{-An^2 + a \times n^2 + e^2 - e^2G}{e}$

de  $F$ , il viendra  $F = \frac{-An^2 \times e^2 - c^2 + ae^2 \times n^2 + c^2 - ac^2 \times n^2 + e^2}{ce^2 - c^2e}$

Or maintenant que nous connoissons les trois valeurs de

$E$ ,  $F$ , &  $G$  nous n'avons qu'à les faire entrer dans l'ex-

pression  $\frac{E + mF + m^2G}{n^2 + m^2}$  & nous la changerons en cette for-

mule générale  $\frac{An^2}{n^2 + m^2} + m \times \dots$

$\frac{-An^2 \times e^2 - c^2 + ae^2 \times n^2 + c^2 - ac^2 \times n^2 + e^2}{ce^2 - c^2e \times n^2 + m^2} + m^2 \times \dots$

$\frac{An^2 \times e - c - ae \times n^2 + c^2 + ac \times n^2 + e^2}{ce^2 - c^2e \times n^2 + m^2}$ : formule qui peut être

d'un grand usage pour trouver toutes les impulsions auxquelles les surfaces courbes sont sujettes, aussi-tôt qu'on connoît déjà trois de ces impulsions. Cette formule peut servir pour chaque moitié de la prouë, prise séparément;



pour la moitié qui est la plus exposée au choc, lorsqu'on affectera la tangente  $m$  du signe  $+$ , & sur l'autre moitié, lorsqu'on affectera cette tangente du signe  $-$ .

Mais lorsque la superficie qui reçoit le choc a deux parties parfaitement égales, qui s'étendent de part & d'autre d'une ligne droite, qu'on peut prendre pour axe, & qu'on voudra trouver l'impulsion sur les deux parties tout à la fois, on pourra construire d'autres formules qui

seront beaucoup plus simples. L'expression  $\frac{E + mF + m^2G}{n^2 + m^2}$

en renferme à proprement parler deux autres; puisque

si on prend  $\frac{E + mF + m^2G}{n^2 + m^2}$  & qu'il soit question comme ici

du choc que reçoit la prouë; cette première expression marque le choc sur la moitié qui est du côté de l'angle de

la dérive; & si on prend  $\frac{E - mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ , on aura le choc sur

le côté opposé, qui est le moins exposé à l'action de l'eau.

Ainsi pour avoir l'impulsion que souffre la prouë entière,

nous n'avons qu'à joindre  $\frac{E + mF + m^2G}{n^2 + m^2}$  avec  $\frac{E - mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ ,

& nous aurons  $\frac{2E + 2m^2G}{n^2 + m^2}$ ; supposé qu'il s'agisse d'im-

pulsions directes ou verticales: car on sçait que les deux impulsions directes, de même que les deux verticales que reçoivent les deux moitiés de la prouë, s'exercent dans le même sens & s'aident l'une & l'autre. Mais si nous voulons

avoir le choc latéral, il faut soustraire celui  $\frac{E - mF + m^2G}{n^2 + m^2}$

que reçoit un côté, de celui  $\frac{E + mF + m^2G}{n^2 + m^2}$  que reçoit l'autre

côté, & nous aurons  $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$  pour la force avec laquelle

la prouë entière sera poussée latéralement, par le choc



le plus fort. De sorte que  $\frac{{}^2E + {}^2m^2G}{n^2 + m^2}$  &  $\frac{{}^2mF}{n^2 + m^2}$  sont

les deux formes sous lesquelles se trouvent toujours les impulsions relatives que souffre la prouë entiere : les impulsions directes & les verticales viennent toujours sous la premiere forme, & les latérales, sous la seconde.

Or il suffit maintenant que nous connoissions deux impulsions selon une certaine détermination pour pouvoir découvrir toutes les autres selon la même détermination ; au lieu qu'il nous falloit auparavant en connoître trois. Je nomme encore A le choc direct ou vertical que reçoit la prouë entiere, lorsque l'angle de la dérive est nul, ou lorsque le Navire single directement sur sa quille, & a, le choc direct ou vertical que reçoit la prouë, lorsque le Navire suit une route dont  $c$  marque la tangente de l'obliquité. Je substitue successivement les deux valeurs zero, &  $c$  de la tangente de la dérive à la place de  $m$  dans l'expres-

sion générale  $\frac{{}^2E + {}^2m^2G}{n^2 + m^2}$  & je réduis cette expression à ces

deux autres  $\frac{{}^2E}{n^2}$ , &  $\frac{{}^2E + {}^2c^2G}{n^2 + c^2}$  qui doivent donc être égales

à A & à a. Déduisant ensuite une valeur de  ${}^2E$ , de cha-

que de ces équations  $\frac{{}^2E}{n^2} = A$  &  $\frac{{}^2E + {}^2c^2G}{n^2 + c^2} = a$ , nous trou-

vons  ${}^2E = An^2$  &  ${}^2E = a \times n^2 + c^2 - {}^2c^2G$  ; & comparant

ces deux valeurs, il nous vient  $An^2 = a \times n^2 + c^2 - {}^2c^2G$  ;

d'où nous tirons  $G = \frac{-An^2 + a \times n^2 + c^2}{2c^2}$ . Enfin si nous

faisons disparaître E & G de l'expression  $\frac{{}^2E + {}^2m^2G}{n^2 + m^2}$  nous

aurons la formule  $\frac{An^2}{n^2 + m^2} + \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times n^2 + c^2}{c^2}$ ,

qui marque, en grandeurs entièrement connues, les impulsions relatives directes ou verticales, pour les routes de toutes les obliquités.



Mais nous trouverons encore bien plus aisément les chocs relatifs latéraux que la prouë entière est sujette à recevoir ; & cette facilité vient de ce que l'expression  $\frac{2mF}{n^2+m^2}$

de ces chocs ne contient qu'une seule inconnüe F. Je nomme  $b$  le choc latéral qui convient à un angle de dérive dont  $c$  est la tangente : je substitue cette tangente à

la place de  $m$ , & il me vient  $\frac{2cF}{n^2+c^2}$  qui doit donc être

égale à  $b$ . Il suit de-là que  $F = \frac{b \times \frac{n^2+c^2}{2c}}{2c}$  ; & introdui-

sant cette valeur de F dans  $\frac{2mF}{n^2+m^2}$ , nous aurons la formule

$\frac{m}{n^2+m^2} \times \frac{b \times \frac{n^2+c^2}{2c}}{c}$ , qui exprime, d'une manière très-simple,

les impulsions latérales sur la prouë entière, pour tous les angles de dérive dont  $m$  est la tangente.

Voilà le moyen de découvrir toutes les impulsions latérales aussi-tôt qu'on en a déjà découvert une. Mais en y faisant un peu d'attention, on reconnoît aisément qu'on peut les trouver aussi sans en supposer aucune de connue ; parce qu'on peut les déduire des impulsions directes. Cela

vient de la conformité qu'il y a entre l'expression  $\frac{m}{b^2}$

$\times \int \frac{2n^3 q y d y d x^2}{r \times d x^2 + a y^2}$  ou  $\frac{m}{n^2+m^2} \int \frac{2n^3 q y d y d x^2}{r \times d x^2 + d y^2}$  de cette impul-

sion latérale, & le second terme de l'expression  $\frac{1}{n^2+m^2}$

$\int \frac{2n^3 q y d y d x^2}{r \times d x^2 + d y^2} + \frac{m^2}{n^2+m^2} \int \frac{n^2 q y d y d x^2}{r \times d x^2 + d y^2}$  de l'impulsion relative

directe que souffre la prouë entière. Ces deux expressions sont déduites des formules de la Table de la page

52 ; & si on compare la dernière avec  $\frac{A n^2}{n^2+m^2} + \frac{m^2}{n^2+m^2}$

$\times \frac{-A n^2 + 2 \times \frac{n^2+c^2}{c^2}}{c^2}$  qui lui est égale & qui a la mê-





me forme, on verra que  $\frac{-An^2 + a \times n^2 + c^2}{c^2}$  est la valeur

de l'intégrale  $\int \frac{n^2 qy dy dx^2}{r \times dx^2 + dy^2}$ . Multipliant ensuite par  $2n$ ,

nous aurons  $\frac{-2An^3 + 2an \times n^2 + c^2}{c^2}$  pour la valeur de...

$\int \frac{2n^3 qy dy dx^2}{r \times dx^2 + dy^2}$ , & par conséquent  $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \dots$

$\frac{-2An^3 + 2an \times n^2 + c^2}{c^2}$  sera celle de l'impulsion latérale

$\frac{m}{n^2 + m^2} \int \frac{2n^3 qy dy dx^2}{r \times dx^2 + dy^2}$ . Ainsi on voit que nous avons deux

méthodes de trouver ces impulsions pour les routes de toutes sortes d'obliquitez. Si nous connoissons déjà une de ces impulsions ( *b* ) pour un angle de dérive dont *c* est la

tangente, nous nous servirons de la formule  $\frac{m}{n^2 + m^2}$

$\times \frac{b \times n^2 + c^2}{a}$  de l'article précédent : mais si nous n'en con-

noissons aucune, & que nous ayons simplement les impulsions relatives directes A & a, dans la route directe & dans une route oblique, nous n'aurons qu'à nous servir

de la formule  $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{-2An^3 + 2an \times n^2 + c^2}{c^2}$ .

Enfin ce sont non-seulement les impulsions relatives qu'on peut découvrir par les moyens précédens, mais on peut aussi trouver leurs momens : car ils se réduisent également toujours à l'une ou à l'autre de ces deux formes

$\frac{2E + 2m^2G}{n^2 + m^2}$  ou  $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$ . Comme les momens ne sont

que les impulsions multipliées par les distances de leurs directions à un certain terme, & que ces distances ne sont point sujettes à changer, par les diverses obliquitez de la route, il est clair que les momens qui appartiennent à chaque moitié de la proue, doivent avoir la même forme



$\frac{E \pm mF + m^2 G}{n^2 + m^2}$  que les impulsions mêmes ; & c'est ce qu'on

voit aussi en jettant les yeux sur les formules de la Table de la page 52 , qui contiennent des momens dans leur numérateur. Mais si on cherche les momens pour la prouë entière ; ce qu'on fera en ajoutant les deux momens particuliers , lorsqu'ils sont tous deux *positifs* , ou en retranchant l'un de l'autre , lorsqu'il y en a un qui doit être

regardé comme *négatif* , on trouvera toujours  $\frac{2E + 2m^2 G}{n^2 + m^2}$

dans le premier cas , &  $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$  dans le second : & ainsi

on pourra avoir recours à nos formules générales ,  $\frac{An^2}{n^2 + m^2}$

$\pm \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times n^2 + c^2}{c^2}$  &  $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{b \times n^2 + c^2}{c}$  pour

découvrir les momens de toutes les impulsions , aussi-tôt qu'on en aura déjà découvert quelques-uns.

Lorsqu'on cherche par rapport au fommet de la prouë le moment de l'impulsion latérale que souffre la prouë entière , on trouve qu'il vient sous la seconde forme

$\frac{2mF}{n^2 + m^2}$  ; & si on le divise par l'impulsion latérale , qui se

trouve aussi sous la seconde forme , & que nous pouvons ex-

primer par  $\frac{2mP}{n^2 + m^2}$  en prenant P pour une grandeur cons-

tante , nous aurons  $\frac{F}{P}$  pour la quantité VX [ Figure 5.

Fig. 5.  
Plan. 5.

Planc. 5. ] dont la direction YZ de l'impulsion latérale que souffre la prouë est éloignée du fommet V de la prouë : ce qui nous apprend que cette direction YZ reste toujours dans le même endroit par rapport à la longueur du Vaisseau. Mais ce n'est pas la même chose des autres directions ; elles sont toutes sujettes à changer , aussi-tôt que le Navire prend des routes de différentes obliquitez. Si nous cherchons , par exemple , le moment de l'impulsion



L'impulsion directe par rapport au plan vertical qui passe par le milieu de la prouë, nous le trouverons encore sous la seconde forme, & nous pourrons l'exprimer par

$\frac{2mQ}{n^2 + m^2}$ , en prenant  $Q$  pour une grandeur constante.

Nous trouverons ce moment sous la seconde forme, parce que le moment qui appartient à une des moitiés de la prouë est *négatif* par rapport à l'autre; ce qui ne vient pas des impulsions, puisqu'elles agissent toutes deux dans le même sens, & qu'elles sont par conséquent toutes deux *positives*; mais cela vient de ce que les deux directions sont placées de différens côtez du plan vertical qui passe par le milieu de la prouë, & que la distance d'une de ces directions au plan vertical doit être censée *négative*. Enfin

le moment total  $\frac{2\pi Q}{n^2 + m^2}$  étant divisé par l'impulsion directe que souffre la prouë entière, & que nous pouvons

représenter par  $\frac{2R + 2m^2 S}{n^2 + m^2}$ , nous trouverons  $\frac{mQ}{R + m^2 S}$  pour

la distance  $XY$  de l'axe de la prouë à la direction  $YT$  de l'impulsion relative directe à laquelle la prouë entière est exposée; & on voit que cette distance est sujette à changer selon que la tangente  $m$  de l'obliquité de la route augmente ou diminue.

Mais ce qui est très-remarquable, c'est que quoique  $YT$  s'approche ou s'éloigne de l'axe  $VE$  de la prouë, la direction composée  $YW$  sur laquelle s'exerce toute la force horizontale de l'eau, passe cependant toujours par le même point  $D$  de l'axe  $VE$ . Pour s'en convaincre, on n'a qu'à considérer que la direction composée  $YW$  est la diagonale du rectangle  $YTZW$  qui a pour ses côtez  $YZ$  &  $YT$ , les deux impulsions relatives, latérale & directe

que nous venons de désigner par  $\frac{2\pi P}{n^2 + m^2}$  &  $\frac{2R + 2m^2 S}{n^2 + m^2}$ . Et

Fig. 5.  
Plan. 5.



Fig. 5.  
Plan. 5.

faisant ensuite cette proportion  $YZ = \frac{2mP}{n^2 + m^2} \mid ZW$   
 $= YT = \frac{2R + 2m^2S}{n^2 + m^2} \parallel XY = \frac{mQ}{R + m^2S} \mid XD$ , nous trouve-  
 rons pour XD la grandeur constante  $\frac{P}{Q}$ . Ainsi le point

D est toujours également éloigné de la direction YZ de l'impulsion latérale ; & comme d'un autre côté cette direction est toujours à la même distance de l'extrémité V de la prouë , il s'ensuit que le point D par lequel passe la direction composée YW de toute l'impulsion horifontale , tant latérale que directe , sera aussi toujours également éloigné de l'extrémité V de la prouë. Il nous est très-avantageux de connoître cette propriété qu'ont les prouës de toutes sortes de figures. Car c'est de part & d'autre du point D qu'on doit mettre en équilibre les voiles de l'avant & de l'arrière ; & puisque ce point ne change point par l'obliquité des routes , il n'est pas nécessaire , pour le rendre stable , de nous assujettir à ne donner à la prouë qu'une certaine forme particulière. Nous pourrions au contraire , choisir toujours la figure qui nous procurera par ailleurs le plus d'avantages ; & nous aurons encore la commodité de pouvoir déterminer le point D en cherchant simplement la direction YW dans une seule route.

Il est vrai que toutes les choses précédentes n'ont lieu que lorsque l'eau ne rencontre précisément que les mêmes parties de la prouë. Mais comme l'obliquité des routes n'est pas ordinairement excessive , on pourra très-souvent négliger la nouvelle partie de la carene , qui se trouvera exposée au choc d'autant plus qu'elle n'en recevra toujours que très-peu. Et dans les rencontres où on voudra pousser l'exactitude plus loin , on n'aura qu'à chercher encore par les moyens précédens l'impulsion que souffre la prouë : ce sera toujours autant de fait ; & il ne restera plus qu'à y joindre l'impulsion sur la nouvelle partie, impulsion qu'on découvrira aisément par la méthode du



Chap. III. en partageant cette nouvelle partie en quelques triangles. Il arrivera aussi pour l'ordinaire que les directions des trois chocs relatifs seront toutes en differens plans , & qu'elles ne se couperont en aucun point. Alors , si on en excepte un cas très-singulier , il ne fera jamais possible de composer exactement ces trois forces ni de les réduire à une seule direction. Mais comme on peut se dispenser, dans la pratique des Arts , d'observer une précision trop rigoureuse, il n'y aura point d'inconvénient à chercher la direction du choc absolu , comme si les directions des impulsions relatives se trouvoient deux à deux exactement dans le même plan.

---

## C H A P I T R E VI.

*Remarques sur les propriétés particulières qu'ont toutes les prouës formées en demi conoïdes.*

J Usqu'ici nous n'avons parlé que des propriétés qui conviennent aux prouës de toutes sortes de figures ; mais si on attribue aux prouës quelques especes de formes déterminées , il arrivera qu'outre les propriétés précédentes , qui sont générales & communes, elles en auront toujours d'autres qui leur seront particulières. C'est ce que nous allons faire voir dans les prouës en demi conoïdes après avoir donné les dimensions de celle qui trouve à fendre l'eau le moins de résistance qu'il est possible.

Nous mettons ces mesures dans cet endroit-cy de nos Additions , parce que nous n'avons point eu occasion de les inferer ailleurs. Nous avons cru qu'en les calculant nous rendrions quelque service à la Marine ; car tout ce qu'on nous a donné touchant le problème de la prouë la plus avantageuse , est beaucoup au-dessus de la portée des ouvriers ; au lieu que la Table suivante met tout le mon-



# 356 DE LA MATURE DES VAISSEAUX.

de en état de profiter de cette découverte. On peut voir dans l'*Analyse démontrée* du R. P. Reyneau, que nous avons déjà citée, que  $a$  étant une grandeur constante &  $z$  une variable, les abscisses de la courbe qui doit engendrer la prouë, sont égales à  $\frac{3z^4}{4a^3} + \frac{z^2}{a} - \frac{5}{12}a - Lz$ ,

& les ordonnées correspondantes égales à  $\frac{z^3}{a^2} + 2z + \frac{a^2}{z}$ .

Nous avons pris 100 pour la valeur de la grandeur arbitraire constante  $a$ ; ce nombre est assez grand pour qu'on puisse déterminer les dimensions des plus gros Vaisseaux, à moins d'une ligne près.

## T A B L E

*Des dimensions de la prouë la plus avantageuse.*

Abcisses ou parties de l'axe de la prouë.	Ordonnées ou demi-largeurs de la prouë.	Valeurs de $z$ .	Logarithmes de $z$ .	Abcisses ou parties de l'axe de la prouë.	Ordonnées ou demi-largeurs de la prouë.	Valeurs de $z$ .	Logarithmes de $z$ .
0	308	58	0	2880	1904	240	142
6	317	70	19	3366	2102	250	146
20	336	80	33	3911	2316	260	150
44	364	90	44	4539	2545	270	154
78	400	100	55	5194	2791	280	158
125	444	110	64	5943	3053	290	161
185	496	120	73	6769	3333	300	165
260	557	130	81	7678	3631	310	168
354	626	140	89	8675	3948	320	171
468	704	150	95	9767	4284	330	174
604	792	160	102	10959	4640	340	177
766	890	170	108	12258	5016	350	180
956	999	180	114	13668	5413	360	183
1178	1118	190	119	15198	5832	370	186
1434	1250	200	124	16852	6273	380	188
1729	1394	210	129	18639	6737	390	191
2065	1550	220	134	20565	7225	400	194
2448	1720	230	138	22636	7736	410	196



L'usage de cette Table sera tout-à-fait aisé. Après avoir tiré une ligne droite pour servir d'axe, on portera dessus la longueur de chaque abscisse, mesurée sur une échelle de parties égales, & on lui élèvera une perpendiculaire égale à l'ordonnée qui lui répond dans la Table. On conduira ensuite une ligne courbe par les extrémités de toutes ces ordonnées ou perpendiculaires, & la faisant tourner autour de son axe, elle formera la prouë la plus avantageuse. Enfin comme cette prouë est un demi-conoïde, toutes ses coupes perpendiculaires à son axe, ou tous ses *gabarïs*, pour parler en terme de construction, sont des demi-cercles. On trouvera les rayons de ces *gabarïs*, ou les demi-largeurs de la prouë, dans la seconde & dans la sixième colonne, & on verra dans la première & dans la cinquième à quelle distance de l'extrémité de la prouë, on doit mettre ces demi-largeurs. Il restera au sommet du conoïde une petite ouverture, parce que la surface ne vient pas joindre l'extrémité de l'axe: mais on peut fermer cet endroit avec un plan, ou bien en prolongeant la surface en cône. Quant aux autres colonnes de notre Table, elles ne serviront que lorsqu'on voudra trouver les chocs relatifs de l'eau par le moyen des expressions du Chapitre VIII. de la première Section: nous avons marqué dans ces colonnes, & les valeurs que nous avons attribuées à  $z$ , & les logarithmes  $Lz$  qu'ont ces diverses valeurs, dans une logarithmique dont  $a = 100$  est la sou-tangente.

Pour venir maintenant aux propriétés particulières qu'ont toutes les prouës formées en conoïdes, nous ferons d'abord souvenir les Lecteurs que les formules de la Table de la page 52 sont construites pour ces sortes de figures. Si on déduit ensuite de la première formule, l'impulsion relative directe que souffre toute la prouë, on aura . . .

$\int \frac{2n + qydy + m^2 n^2 qydydx^2}{h^2 r \times dx^2 + dy^2}$ ; & il est clair que si on pouvoit intégrer cette expression, sans l'assujettir à la courbure d'au-



une prouë déterminée, on auroit généralement l'impulsion directe que tous les conoïdes sont sujets à souffrir. Or c'est ce qu'on peut faire dans un certain cas. On le peut, lorsque le quarré  $m^2$  de la tangente de la dérive est double du quarré  $n^2$  du rayon, ou lorsque cette tangente est égale à  $n\sqrt{2}$ . Car l'expression précédente se réduit alors à

$$\frac{\int \frac{2n^4 q y dy^3 + 2n^4 q y dy dx^2}{b^2 r \times dx^2 + dy^2}}{b^2 r \times dx^2 + dy^2}, \text{ qui se réduit par la division à } \dots$$

$$\frac{\int \frac{n^4 q y dy}{b^2 r}}{b^2 r} \text{ ou à } \frac{\int \frac{2n^2 q y dy}{3r}}{3r}, \text{ en mettant } 3n^2 \text{ à la place de } b^2 =$$

$n^2 + m^2$ ; & si on intègre cette dernière expression, on

trouve  $\frac{n^2 q y^2}{3r}$ , qui est le produit du tiers du quarré du si-

nus total  $n$  par l'étendue  $\frac{q y^2}{r}$  du demi cercle qui sert de

base au demi conoïde & qui a l'ordonnée  $y$  pour rayon.

Ainsi on voit cette vérité assez surprenante que tous les conoïdes de même base sont sujets à la même impulsion directe, aussi-tôt que la tangente  $m$  de l'angle de la dérive est égale à  $n\sqrt{2}$ , ou aussi-tôt que le fluide fait avec l'axe du conoïde un angle d'environ 54 degrez 44 minutes.

Fig. 6.  
Plan. 5.

C'est-à-dire, que si CFE (Fig. 6. Plan. 5.) est un demi cercle qui a  $y$  pour rayon, & par conséquent  $\frac{a y^2}{r}$  pour sur-

face, & qu'on mette sur ce demi cercle, un cône, ou un conoïde parabolique ou hyperbolique CAEF, &c. l'impulsion de l'eau selon le sens de l'axe AO, dans le cas mar-

qué, fera toujours la même: elle sera toujours  $\frac{n^2 q y^2}{3r}$ ; &

cette impulsion sera précisément égale à celle que recevrait le demi cercle CFE, si le fluide pouvoit le rencontrer.

Car on peut considérer la surface de ce demi cercle, comme celle d'un conoïde, dont l'axe AO seroit infiniment petit; & ainsi tout ce qui est vrai pour les conoïdes en général, le doit être aussi pour ce demi cercle CFE qui leur sert de base.



La prouë qui a la figure la plus avantageuse étant du nombre des conoïdes, doit recevoir aussi une égale impulsion dans la route oblique de 54 degrez 44 minutes de dérive. Desorte qu'elle perd, dans ce cas, l'avantage qu'elle a sur toutes les autres prouës. Mais elle le conserve au moins jusques-là; c'est-à-dire, que dans toutes les routes obliques, elle trouve toujours un peu moins d'obstacle de la part de l'eau, selon le sens direct, que tous les autres conoïdes; & ce n'est enfin que lorsque la dérive est parvenue à environ 54 degrez 44 minutes qu'il n'y a pas de différence entre les résistances. Au surplus, toutes les autres especes de figures ont aussi une propriété qui a rapport à celle que nous remarquons ici. Si on examine, par exemple, les impulsions directes sur les lignes courbes dont les deux branches sont parfaitement égales de part & d'autre de leur axe, comme dans la parabole ou dans l'hyperbole, on trouvera que toutes ces courbes souffrent toujours précisément la même impulsion aussitôt que l'obliquité de la route est, non pas de 54 degrez 44 minutes comme dans les conoïdes, mais de 45 degrez justes. Il nous seroit très-facile de prouver cette propriété des lignes courbes. Mais nous ne le faisons pas, parce qu'il n'en reviendroit aucune utilité. Il ne suffit pas de considérer les Vaisseaux comme s'ils n'étoient terminez que par un simple trait ou une simple ligne: car la surface de leur prouë est courbe dans tous les sens, dans le sens horizontal & dans le sens vertical; & de plus leurs coupes horizontales ne sont pas des figures semblables.

Enfin, si nous revenons aux prouës en conoïdes, & si nous tirons de la 4<sup>e</sup> formule de la Table de la page 52,

l'expression  $\int \frac{6n^4 y dy^2 dx + 2m^2 n^2 y dy^3}{3b^2 \times x^2 + dy^2}$  de l'impulsion relative

verticale que souffre la prouë entière, nous pourrions faire à peu près les mêmes remarques sur cette impulsion que sur la relative directe. Mais afin que nous puissions



diviser le numérateur  $6n^4ydy^2dx + 2m^2n^2ydx^3$  par  $dx^2 + dy^2$  il faut que  $m^2$  soit égale à  $3n^2$ , ou que l'angle de la dérive soit de 60 degrez. Alors  $\int \frac{6n^4ydy^2dx + 2m^2n^2ydx^3}{3b^2 \times dx^2 + dy^2}$  deviendra  $\int \frac{6n^4ydy^2dx + 6n^4ydx^3}{3b^2 \times dx^2 + dy^2}$ , qui se réduit effectivement par la division à  $\int \frac{n^4ydx}{b^2}$  ou à  $\int \frac{1}{2} n^2 y dx$ , en mettant  $4n^2$  à la place de  $b^2 = n^2 + m^2$ ; & c'est-là l'impulsion verticale à laquelle sont exposez tous les conoïdes, aussi-tôt que le quarré de la tangente  $m$  est triple du quarré  $n^2$  du rayon, ou que la tangente  $m$  est égale à  $n\sqrt{3}$ . Or comme  $ydx$  est l'élément de la surface AOE [Fig. 5. Plan. 5.] renfermée entre l'axe AO & la courbe AHE, il est clair que  $\int ydx$  est l'étendue de cette surface AOE, & que  $\int \frac{1}{2} n^2 y dx$  est le produit de cette étendue par la moitié du quarré du sinus total. Ainsi voici encore une vérité qui est une espece de paradoxe. Toutes les prouës CAEF formées en demi conoïdes, qui ont leur coupe horisontale ACE de même étendue, sont sujettes à la même impulsion relative selon le sens vertical, lorsque l'angle de la dérive ou l'angle de la direction du fluide & de l'axe du conoïde, est de 60 degrez. D'où il suit que pour juger dans ce cas, de l'impulsion verticale, il n'est pas nécessaire de connoître la figure de la prouë; il suffit de sçavoir seulement l'étendue de sa coupe faite à fleur d'eau.

Au surplus ces observations ne sont pas de simple curiosité; car elles nous mettent en état de découvrir beaucoup plus aisément les impulsions de l'eau sur toutes les prouës formées en conoïdes. On sçait que pour se servir

des formules  $\frac{An^2}{n^2 + m^2} + \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times n^2 + c^2}{c^2}$  &  $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{-2An^3 + 2an \times n^2 + c^2}{c^2}$  du Chapitre précédent,

il



il faut avoir déjà trouvé deux impulsions  $A$  &  $a$ , l'une pour la route directe, & l'autre pour une autre route dont  $c$  est la tangente de l'obliquité. Mais nous n'aurons désormais qu'à chercher simplement le choc pour la route directe; car les deux remarques que nous venons de faire sur les prouës en conoïdes, feront que nous connoîtrons toujours aisément une autre impulsion directe ou verticale. Lorsqu'il s'agira, par exemple, des chocs relatifs selon le sens parallèle à la quille, ou selon le sens latéral perpendiculaire à la quille, lesquels supposent également la connoissance de deux impulsions relatives directes,  $A$  &  $a$ , nous n'aurons qu'à nous souvenir que lorsque l'angle de la dérive est d'environ 54 degrez 44 minutes, ou que la tangente de cet angle est égale à  $n\sqrt{2}$ , l'impulsion directe, qui est alors précisément la même que celle que recevrait le demi cercle CFE s'il étoit exposé au choc de l'eau, est égale au produit de  $\frac{1}{3}n^2$  par l'étendue de ce demi cercle. Ainsi nous n'aurons qu'à introduire  $n\sqrt{2}$  à la place de  $c$ , & le produit de  $\frac{1}{3}n^2$  par l'aire du demi cercle CFE à la place de l'impulsion  $a$ ; & si nous mettons aussi à la place de  $A$ , l'impulsion que nous aurons trouvée dans la route directe, nos formules exprimeront en termes entièrement connus, les impulsions que souffre la prouë dans les routes de toutes les obliquités.

Pour ne pas laisser ceci sans quelque application, nous supposerons que la prouë du Navire le *S. Pierre* dont nous avons parlé dans le Chapitre IV. de ces Additions, est un demi conoïde, & que le demi cercle CFE qui lui sert de base est de 6687 pouces quarrés. Multipliant cette étendue par le tiers du quarré du sinus total  $n$  que nous ferons ici de 100 parties de même que dans le Chapitre que nous venons de citer, il nous viendra 22290000 pour l'impulsion relative que doit recevoir la prouë selon le sens de la quille dans la route dont  $100\sqrt{2} = n\sqrt{2}$  est la tangente de l'obliquité. Or nous n'avons qu'à substituer



dans la formule  $\frac{An^2}{n^2 + m^2} + \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times n^2 + c^2}{c^2}$

cette tangente  $100\sqrt{2}$  à la place de  $c$ , l'impulsion 22290000, qui convient à cette tangente, à la place de  $a$  & l'impulsion 10245735 qui appartient à la route directe (comme nous l'avons trouvé dans le Chapitre IV.) à la place de

$A$ ; & il nous viendra  $\frac{102457350000 + m^2 \times 2831213^2}{10000 + m^2}$  pour l'ex-

pression générale des chocs relatifs directs dans toutes les routes : c'est-à-dire, qu'il ne restera donc plus qu'à introduire à la place de  $m$ , la tangente de quel angle de dérive on voudra, & on aura l'impulsion pour cet angle. Si on fait de semblables substitutions dans la formule

$\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{-2An^2 + 2an \times n^2 + c^2}{c^2}$  qui sert à trouver les impul-

sions latérales par le moyen des impulsions directes, nous

aurons  $\frac{m}{10000 + m^2} \times 5662426500$  pour l'expression

générale de ces impulsions; & on déterminera aussi cette expression à servir pour quelle route particulière on voudra, en substituant à la place de  $m$ , la tangente de chaque angle de dérive.

Ce sera encore à peu près la même chose pour les chocs relatifs verticaux, aussi-tôt qu'on aura déjà trouvé, par la méthode du Chapitre III. ou par quelque autre moyen, le choc vertical  $A$  pour la route directe. Car la connoissance de l'aire de la surface  $CAE$ , nous tiendra lieu d'une seconde impulsion; puisque le produit de la moitié de cette surface par la moitié  $\frac{1}{2} n^2$  du carré du sinus total, représente, comme nous l'avons vu, l'impulsion verticale dans la route de 60 degrez de dérive. C'est pourquoi nous n'aurons qu'à introduire ce produit à la

place de  $a$ , &  $n\sqrt{3}$ , à la place de  $c$  dans la formule  $\frac{An^2}{n^2 + m^2}$



$\frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times \sqrt{n^2 + c^2}}{c^2}$ , qui sert également pour

les impulsions verticales que pour les directes, & on aura l'expression de ces impulsions verticales pour toutes les routes.

Enfin il sera peut-être assez convenable de résumer ici en peu de mots les principales choses que nous avons expliquées dans ces Additions. Les Lecteurs ont trouvé dans le Chapitre III. la manière de découvrir l'impulsion que l'eau fait sur les prouës de toutes sortes de figures, en partageant leurs surfaces en plusieurs parties triangulaires sensiblement planes. On se servira de cette méthode pour trouver l'impulsion directe & l'impulsion verticale dans deux routes différentes, dans la directe & dans une oblique qu'on choisira à volonté : &  $n$  désignant ensuite le sinus total ;  $c$  la tangente de la dérive de la route oblique ; &  $A$  &  $a$  les deux impulsions verticales trou-

vées par la méthode du Chapitre III. la formule  $\frac{An^2}{n^2 + m^2} + \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times \sqrt{n^2 + c^2}}{c^2}$  exprimera toutes les impulsions verticales, pour tous les autres angles de dérive dont  $m$  sera la tangente.

Cette même formule exprimera aussi les impulsions relatives directes pour toutes les routes ; aussi-tôt que  $A$  &  $a$  désigneront les deux impulsions directes trouvées par la méthode du Chapitre III. & cette autre formule

$\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{-2An^3 + 2an \times \sqrt{n^2 + c^2}}{c^2}$  exprimera en même-tems

toutes les impulsions latérales. C'est ce que nous avons expliqué dans le Chapitre V. & nous avons fait voir aussi que la direction composée de tout le choc horizontal de l'eau passe toujours par le même point de la quille. De forte qu'il suffit de chercher cette direction dans une seule route oblique pour sçavoir de part & d'autre de



quel point, on doit toujours mettre toutes les voiles en équilibre.

Ce que nous venons de dire convient aux prouës de toutes les figures ; mais lorsque la prouë est faite en demi conoïde , il suffit de chercher , par la méthode du Chapitre III. les impulsions directe & verticale pour la seule route directe. Alors  $A$  désignant l'impulsion directe connue , &  $e$  l'étendue du demi cercle CFE qui sert de base au demi conoïde de la prouë , nous aurons , 1<sup>o</sup>.

$$\frac{An^2 + m^2 \times \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}en^2}{n^2 + m^2} \text{ pour les impulsions directes dans}$$

toutes les routes dont  $m$  fera la tangente de l'obliquité.

$$\text{Nous aurons 2<sup>o</sup>. } \frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{m}{An + en^2} \text{ pour les im-}$$

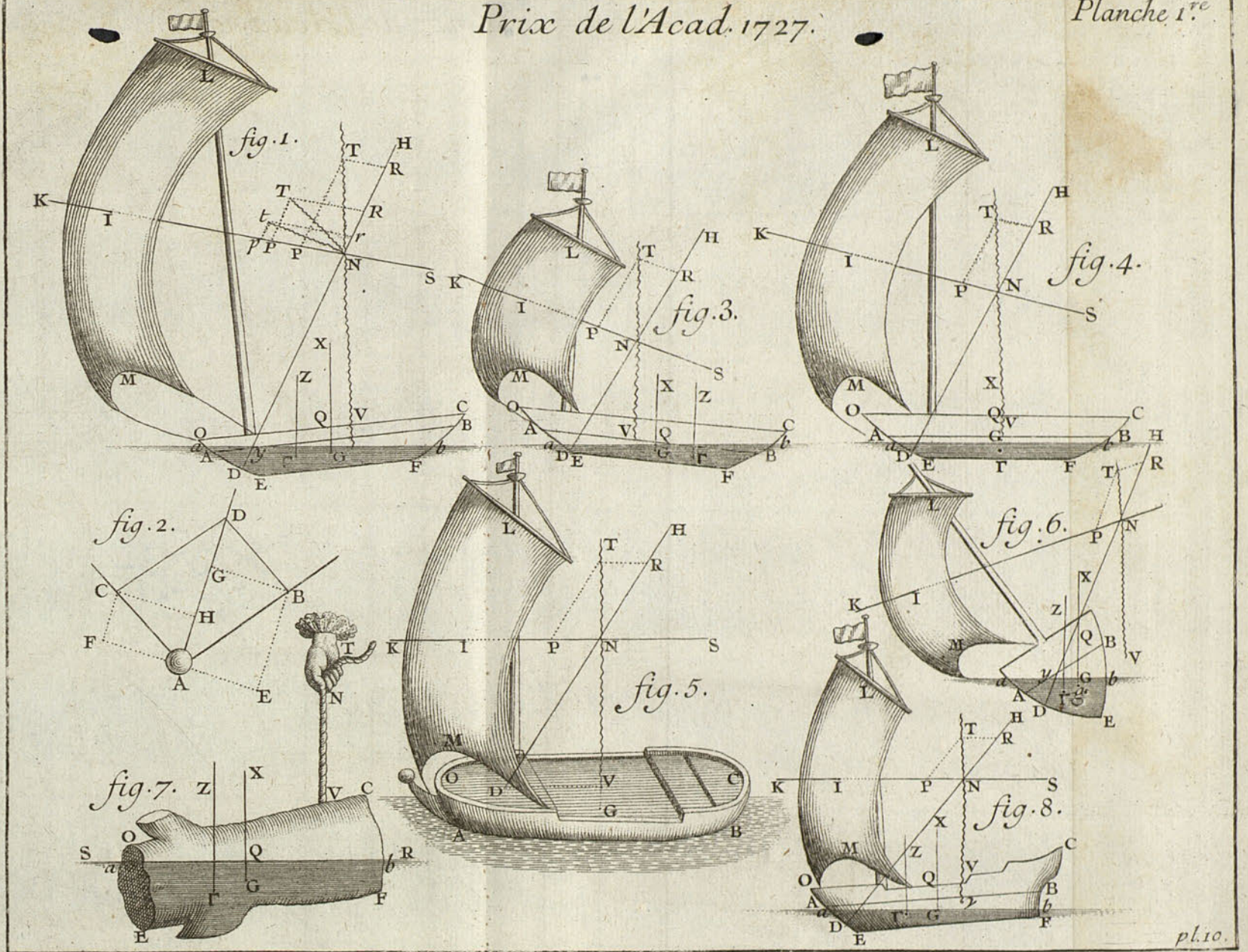
pulsions latérales. Et enfin  $f$  désignant l'étendue de la coupe horizontale CAE de la prouë , faite à fleur d'eau , &  $A$  l'impulsion verticale trouvée dans la route directe ,

$$\text{nous aurons 3<sup>o</sup>. } \frac{An^2 + m^2 \times \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}fn^2}{n^2 + m^2} \text{ pour les impul-}$$

sions verticales dans toutes les autres routes.

Nous eussions pû pousser ces Remarques beaucoup plus loin , & passer ensuite à la résolution générale des plus importans Problèmes de Manœuvre. Mais cela demanderoit un Traité particulier ; d'autant plus que nous ne pourrions pas expliquer ici toutes ces choses sans sortir des bornes que nous avons dû nous prescrire dans ces Additions. On voit que d'une Théorie assez difficile , nous sommes descendus à des regles très-simples. Il arriveroit encore la même chose. Et on pourroit instruire aisément de ces regles les Marins & les Constructeurs ; sans exiger d'eux qu'ils entraissent dans toutes les difficultés de la spéculation.

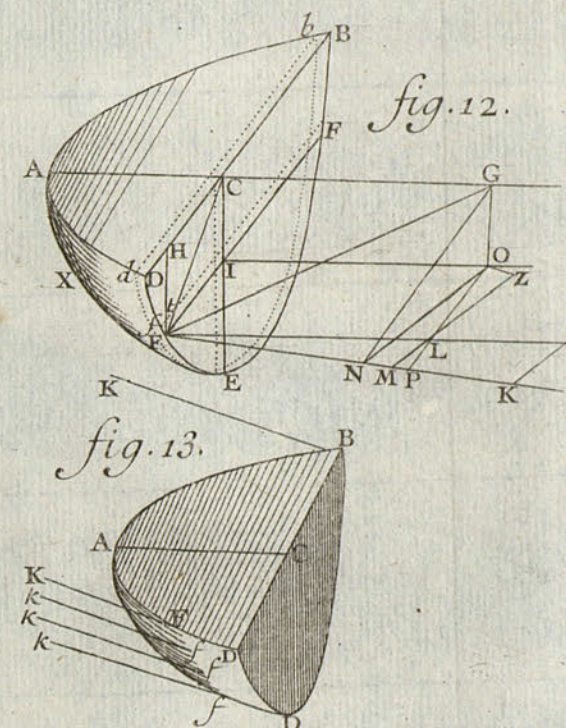
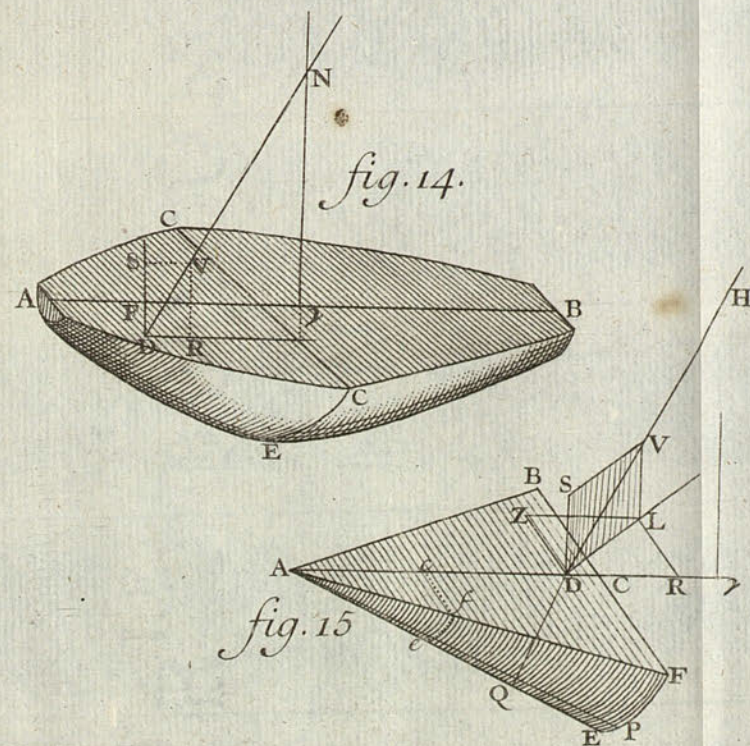
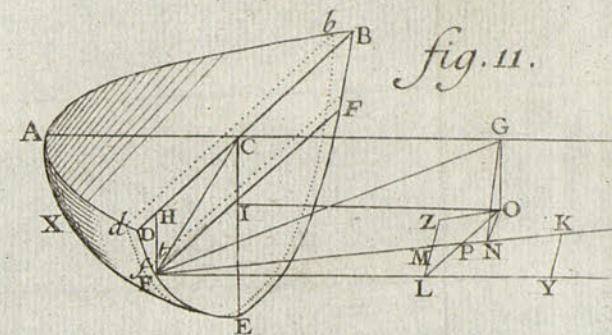
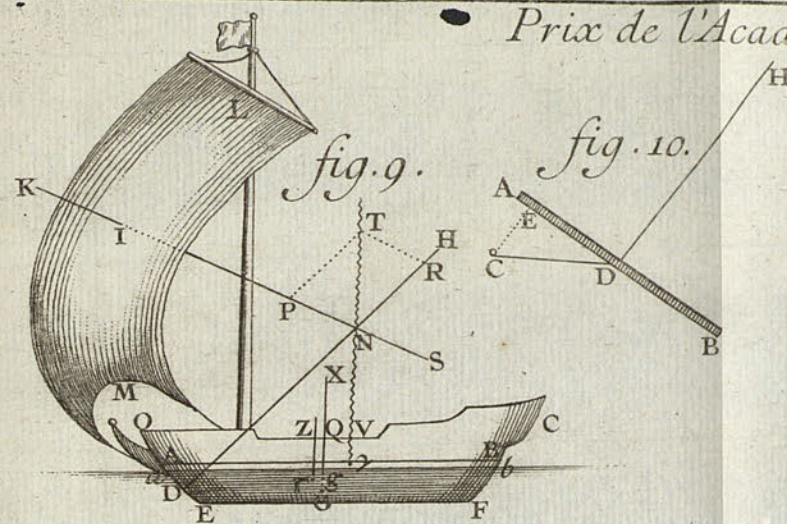








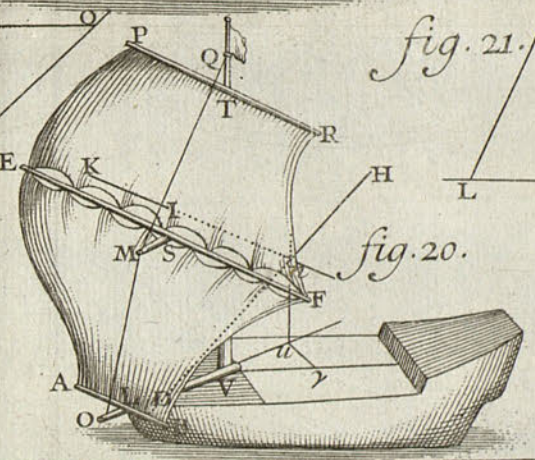
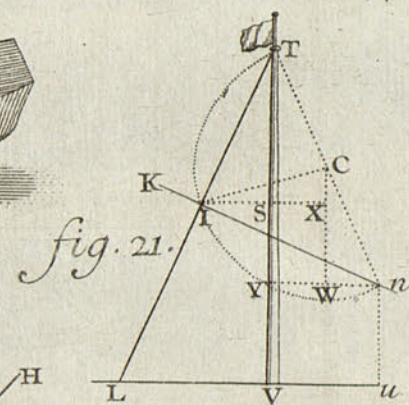
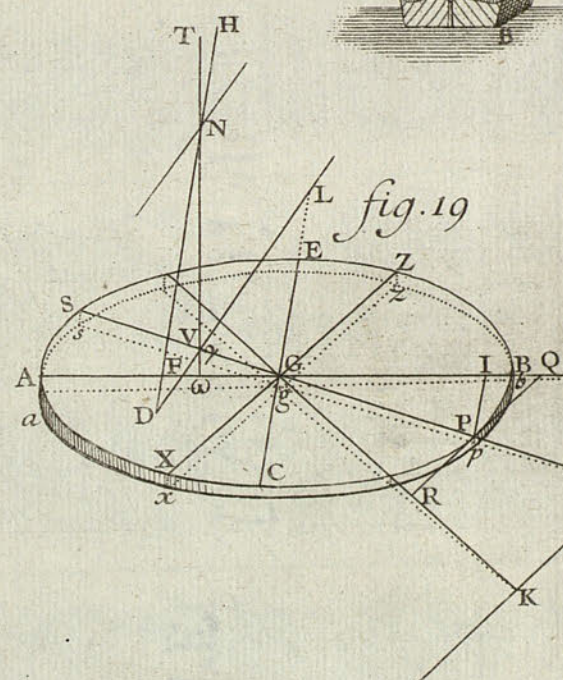
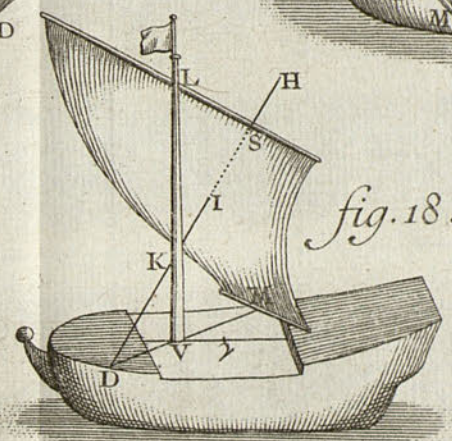
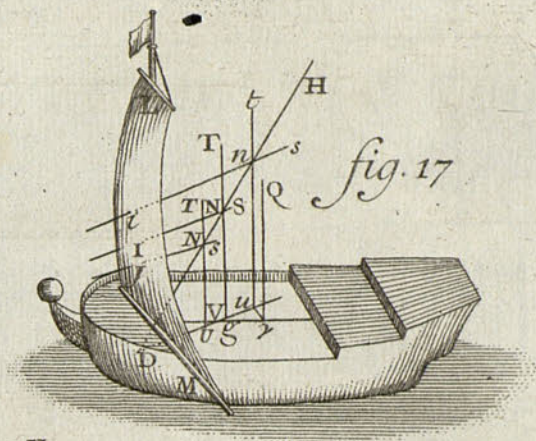
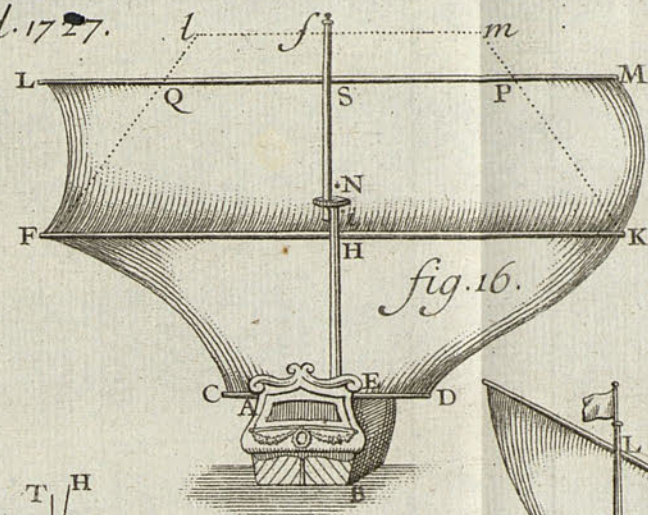




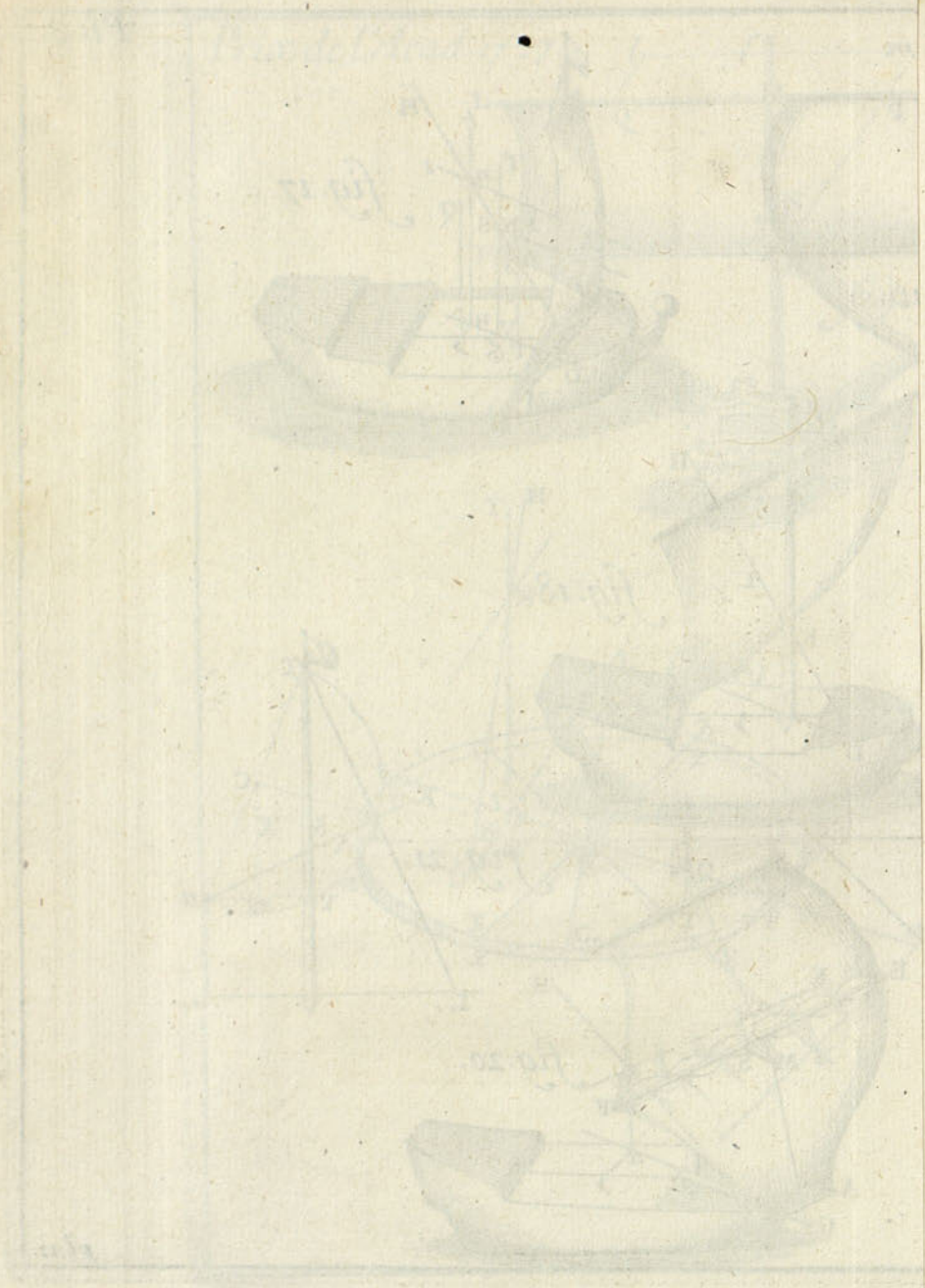














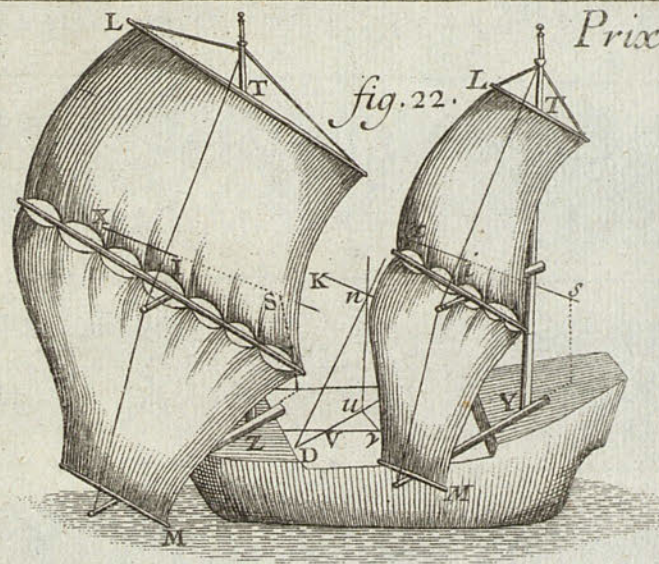


fig. 22.

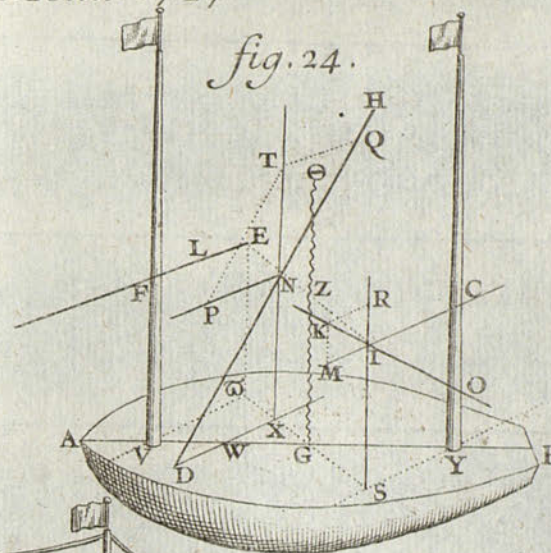


fig. 24.

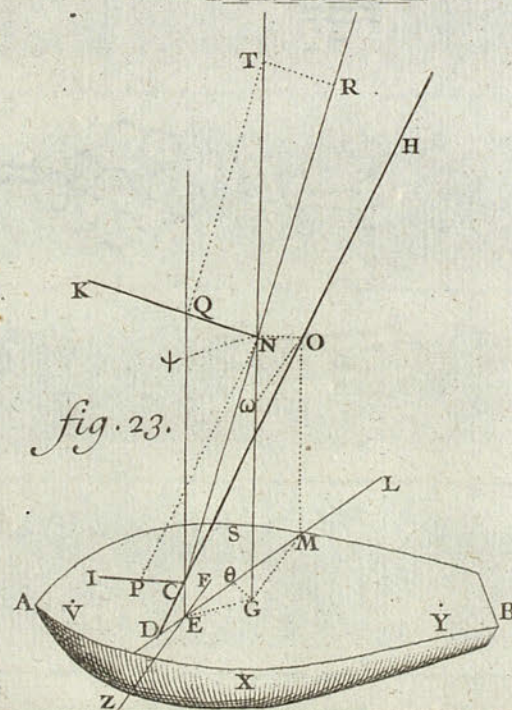


fig. 23.

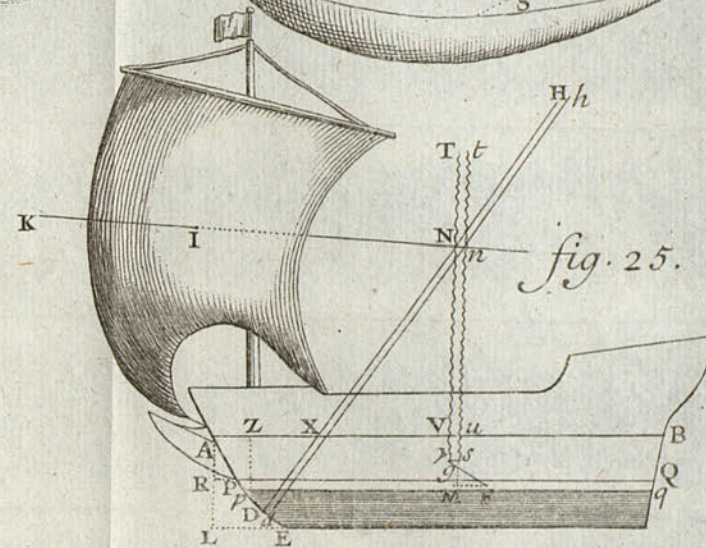


fig. 25.

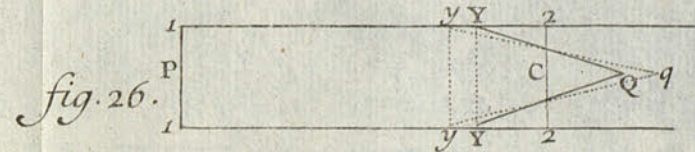


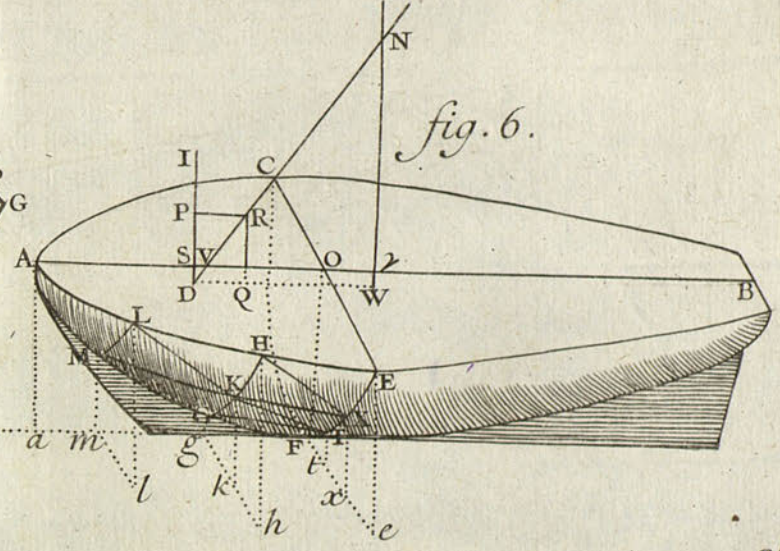
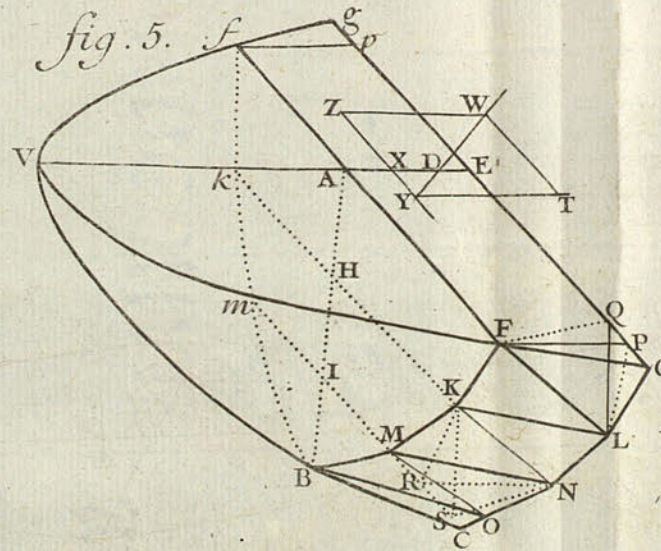
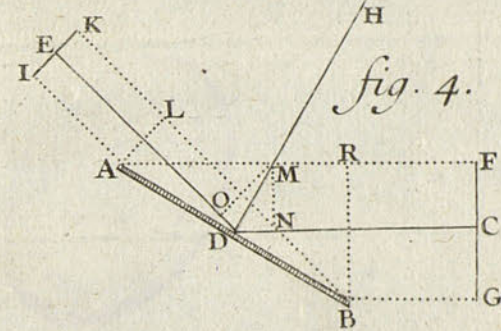
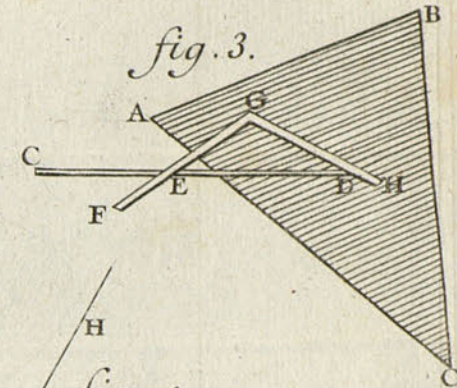
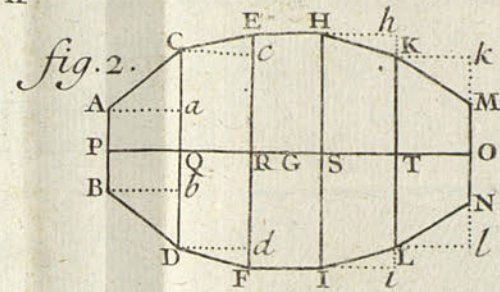
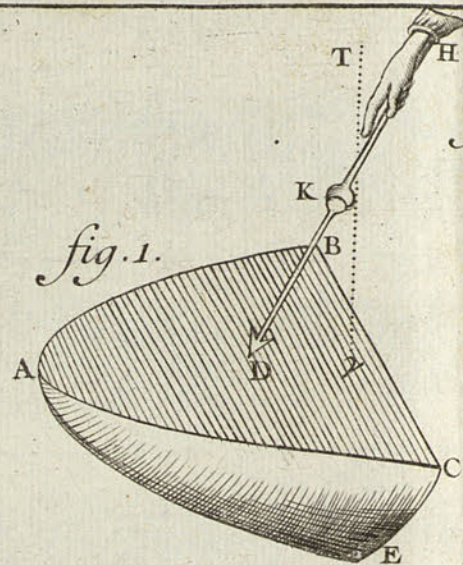
fig. 26.



1-1







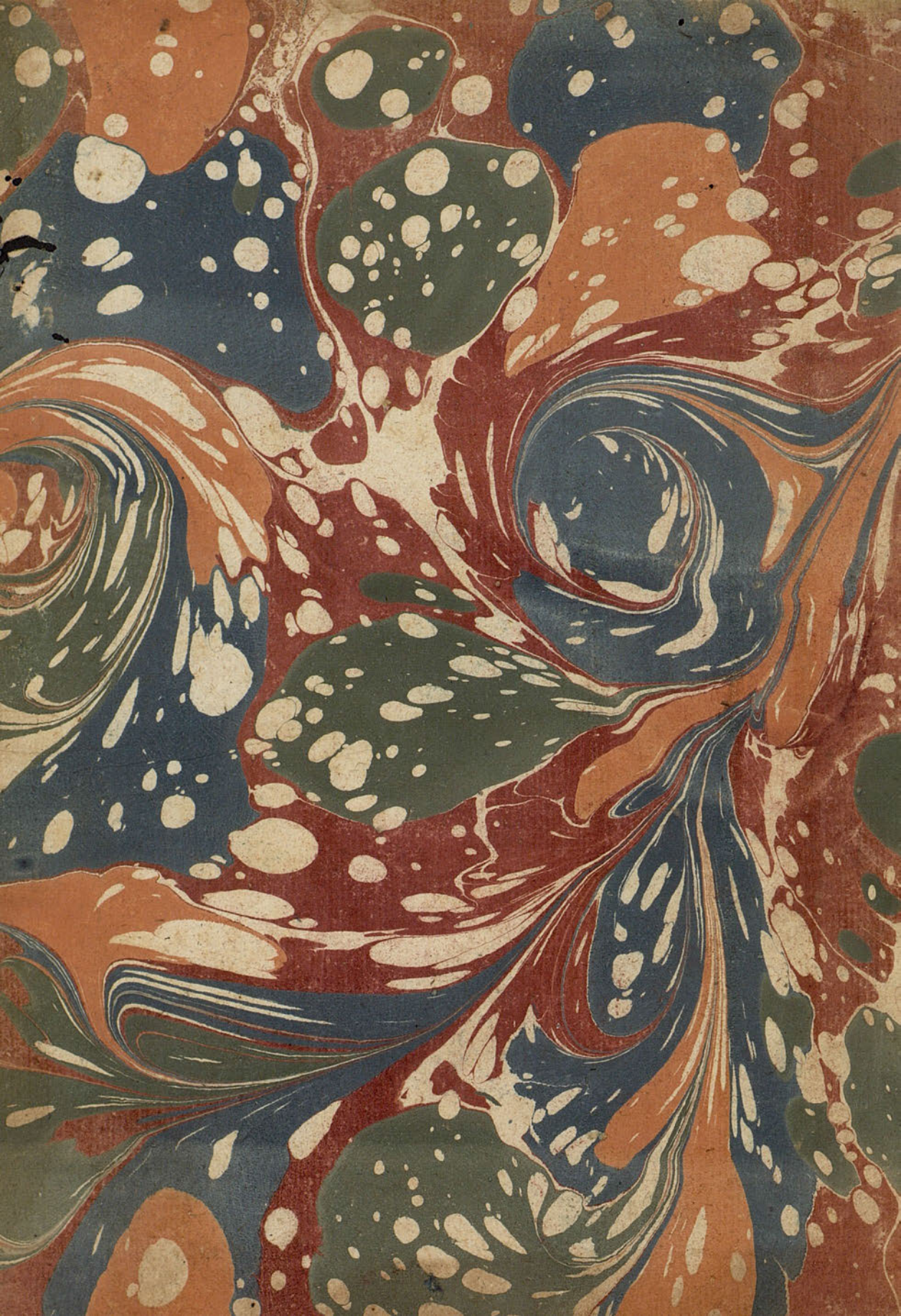














A 077(240) / 118



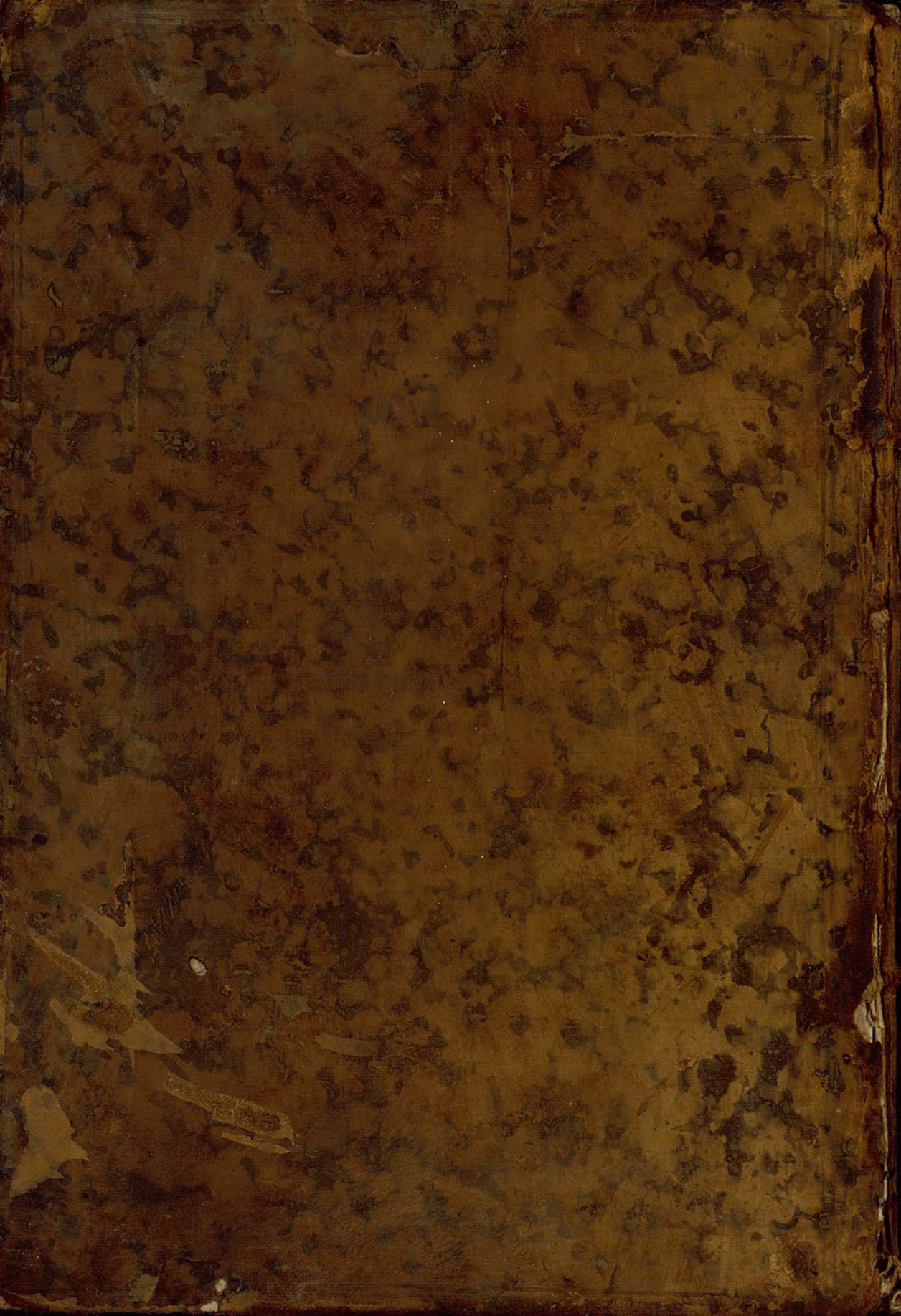
UNIVERSIDAD DE SEVILLA



600157723

i 24669 659







77

P R I X  
D E  
L A C A D E M

T O M

118